



S. 804

B 43.















# HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

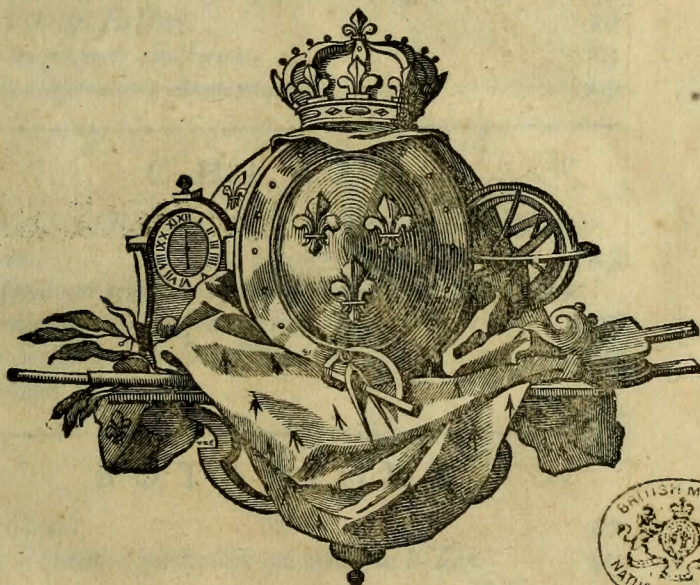
---

ANNÉE M. DCCXXVII.

---

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phisique,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Academie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

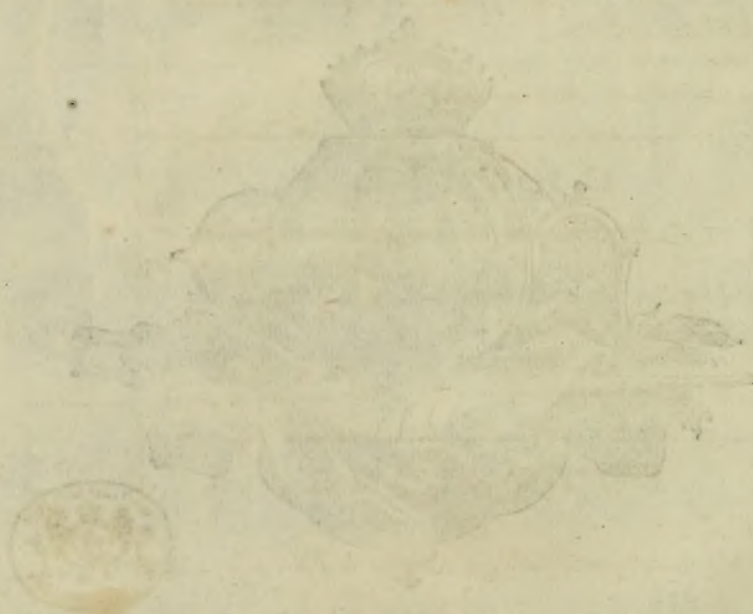
---

M. DCCXXIX.

HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES

PAR M. DECAUX

Par M. de Mémoires de l'Académie des Sciences  
Paris, chez la Citoyenne de la Philosophie,  
Rue de la Harpe, au Salon de la Citoyenne.



A PARIS  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE  
M. DECAUX



T A B L E  
P O U R  
L' H I S T O I R E.

---

P H Y S I Q U E G É N É R A L E.

<i>SUR des Os d'Éléphants trouvés sous terre.</i>	Page 1
<i>Observation de Phisique générale.</i>	4

---

A N A T O M I E.

<i>Sur ce que le Nerve Intercoſtal fournit des Eſprits aux Yeux.</i>	7
<i>Sur la Vuë des Enfants.</i>	10
<i>Sur les mouvemens des Lèvres.</i>	13
<i>Diverſes Observations Anatomiques.</i>	15

---

C H I M I E.

<i>Sur le Verre des Bouteilles, ou ſur la diſſolubilité de pluſieurs Verres.</i>	25
<i>Sur le froid qui réſulte ordinairement du mélange des Huiles Eſſentielles avec l'Eſprit de Vin.</i>	27
<i>Sur un Sel naturel de Dauphiné.</i>	29
<i>Observations Chimiques.</i>	31

---

B O T A N I Q U E.

<i>Sur le Corail.</i>	37
<i>Sur une Végétation particulière qui vient ſur le Tan.</i>	40

---

A R I T H M E T I Q U E.

<i>Sur quelques Propriétés nouvelles des Nombres.</i>	42
---	----

---

G E O M E T R I E.

<i>Sur le Roulement des Polygones réguliers.</i>	52
<i>Sur les Polygones réguliers circonscrits &amp; inscrits.</i>	55
<i>Sur un nouveau Développement des Courbes.</i>	57
<i>Sur une nouvelle Goniométrie.</i>	61

---

A S T R O N O M I E.

<i>Sur le premier Satellite de Jupiter, &amp; sur les Tables que feu M. Cassini en a données.</i>	108
<i>Sur la Question, si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune.</i>	117

---

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur la force des Revêtements qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digue, &amp;c.</i>	132
<i>Sur l'impulsion oblique des Fluides.</i>	137
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1727.</i>	142
<i>Eloge de M. de Malézieu.</i>	145
<i>Eloge de M. Neuton.</i>	151



T A B L E  
P O U R  
L E S M E M O I R E S.

*M*E'MOIRE dans lequel il est démontré que les Nerfs Inter-  
costaux fournissent des rameaux qui portent des esprits  
dans les yeux. Par M. PETIT, Médecin. Page 1.

*Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes par des Obser-  
vations d'Arcturus, faites par M. Picard, & comparées avec  
de pareilles Observations faites au Luxembourg.* Par M.  
DELISLE DE LA CROYERE. 19.

*Observations & Expériences sur une des especes de Salamandre.*  
Par M. DE MAUPERTUIS. 27.

*Expériences sur la dissolubilité de plusieurs sortes de Verres.* Par  
M. DU FAY. 32.

*Second Mémoire, ou Réflexions nouvelles sur une Précipitation  
singulière de plusieurs Sels par un autre Sel, déjà rapportée en  
1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous  
le Titre d'OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE  
sur la dissolution successive de différents Sels dans l'eau commune.*  
Par M. LÉMERY. 41.

*Regles ou Loix générales des impulsions obliques des Fluides contre  
une surface plane.* Par M. PITOT. 49.

*Dissertation Astronomique sur le mouvement de la Lune, & de*  
\* iij



# T A B L E.

*la Terre , où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne  
autour de l'autre , comme Satellite. Avec des Remarques sur les  
Satellites en général. Par M. DE MAIRAN. 63;*

*Observations sur une paire de Cornes d'une grandeur & figure  
extraordinaire. Par M. le Chevalier HANS SLOANE. 108*

*Observations sur le mélange de quelques Huiles Essentielles avec  
l'Esprit de Vin. Par M. GEOFFROY le Cadet. 114*

*Troisième Mémoire sur la Goniométrie purement Analytique. Par  
M. DE LAGNY. 120.*

*Histoire de ce qui a occasionné & perfectionné le Recüil de Pein-  
tures de Plantes & d'Animaux sur des feüilles de Vêlin, conservé  
dans la Bibliothèque du Roy. Par M. DE JUSSIEU. 131.*

*De la Pouff'ie des Terres contre leur Revêtement , & de la force  
des Revêtements qu'on leur doit opposer. SECONDE PARTIE.  
Par M. COUPLET. 139.*

*Idée générale des différentes manières dont on peut faire la Por-  
celaine ; & quelles sont les véritables matières de celle de la  
Chine. Par M. DE REAUMUR. 185*

*Quadrature & Rectification des Figures formées par le roulement  
des Polygones réguliers. Par M. DE MAUPERTUIS. 204*

*Troisième Mémoire ou Réflexions nouvelles sur une Précipitation  
singulière de plusieurs Sels par un autre Sel, déjà rapportée  
en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous  
le Titre d'OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE  
SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFÉRENS  
SELS DANS L'EAU COMMUNE. Par M. LÉMERY. 214*

*De la Théorie des Cometes. Par M. CASSINI. 228.*



# T A B L E.

*Pourquoi les Enfans ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque temps après qu'ils sont nés.* Par M. PETIT le Médecin. 246

*Méthode pour sommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues.* Par M. NICOLE. 257

*Observations sur la formation du CORAIL, & des autres productions appelées PLANTES PIERREUSES.* Par M. DE REAUMUR. 269

*Recherches sur la Rectification des Barometres.* Par M. SAURIN. 282

*Remarques sur les Polygones réguliers inscrits & circonscrits.* Par M. DU FAY. 297

*Mémoire sur les Dents & autres Ossemens de l'Eléphant, trouvés dans terre.* Par M. le Chevalier HANS SLOANE. 305

*Observation touchant une Végétation particulière qui naît sur l'Ecorce du Chêne battuë, & mise en poudre, vulgairement appelée DU TAN.* Par M. MARCHANT. 335

*Nouvelle Manière de développer les Courbes.* Par M. DE MAUPERTUIS. 340

*Explication des Tables du Premier Satellite de Jupiter ; avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite.* Par M. MARALDI. 350

*Examen d'un Sel tiré de la terre en Dauphiné ; par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER NATUREL.* Par M. BOULDUK. 375

*Observations sur le Porc-épic ; extraites de Mémoires & de Lettres*

# T A B L E.

*de M. Sarrazin, Médecin du Roy à Québec, & Correspondant de l'Académie.* Par M. DE REAUMUR. 383

*Observation de l'Eclipse du Soleil du 15 Septembre 1727. Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.* Par M. CASSINI. 396

*Observations Météorologiques de l'année M. DCCXXVII.* Par M. MARALDI. 398.





# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVII.

\*\*\*\*\*

### PHYSIQUE GENERALE.

---

#### *SUR DES OS D'ELEPHANTS TROUVES SOUS TERRE.*



LES Sçavants & les Curieux de toute l'Europe; V. les M.  
connoissent, au moins de réputation, le Cabinet P. 305.  
de M. le Chevalier Sloane, célèbre Médecin  
Anglois, qui a rassemblé un Trésor de Botani-  
que, de Phisique, d'Histoire Naturelle, dont la  
grandeur paroît au dessus des forces d'un Particulier. Quand  
on a devant soi un semblable fonds, on a les matériaux né-  
cessaires pour travailler sur telle matière que l'on veut, & il

*Hist.* 1727.

A

ne faut plus que les détacher de la masse commune. C'est ce qu'il a fait sur les Os d'Eléphant trouvés sous terre, en joignant encore aux pièces qu'il avoit sous les yeux, tout ce qu'une grande lecture d'Auteurs, tant anciens que modernes, lui avoit appris sur ce même sujet, & il en a composé un Mémoire qu'il a envoyé à l'Académie, dont il est membre sous le titre d'Associé Etranger.

Les Os d'Eléphant trouvés en terre, ne se reconnoissent pas toujours au premier coup d'œil pour ce qu'ils sont, il n'y a guère que les deux grandes dents saillantes en dehors, ou *Défenses*, & qui sont l'Yvoire, à quoi l'on ne peut se tromper, pour peu qu'on ait de connoissances. Faute de cela, on les a quelquefois prises pour des Cornes. Les autres Os moins particuliers à l'Eléphant, se reconnoissent sûrement par la comparaison qu'on en fait avec de semblables parties dans des Squelettes de cet Animal. Les Dents de toutes les fortes sont les Os que l'on trouve le plus souvent, & qui par conséquent se conservent le mieux. Leur action si nécessaire & si souvent répétée, demandoit qu'elles eussent l'avantage d'une consistance plus forte & plus inaltérable.

Quelquefois les Os d'Eléphant sont pétrifiés en tout, ou en partie, & quelquefois ils sont calcinés de façon, qu'au simple toucher ils s'en vont en poussière, ou du moins se séparent en quantité de morceaux. Il est assés évident que cette différence ne peut être rapportée qu'aux différents suc terrestres dont ces Os se sont impregnés selon les différents lieux. De ces suc, les uns rongent, détruisent, calcinent, les autres consolident & pétrifient. De-là vient qu'on trouve même quelquefois des Corps humains assés entiers, quoiqu'inhumés depuis long-temps.

On a découvert des Ossements d'Eléphant en Angleterre, en Flandre, en Allemagne, & jusqu'en Islande & en Sibérie, les pays du monde où l'on peut le moins soupçonner qu'il y ait jamais eu d'Eléphants. Quand le Dégel, & sur-tout un dégel prompt, arrive en Sibérie, de grandes Rivières qui doivent passer au pied des Montagnes, & qui roulent alors



un prodigieux nombre de Glaçons d'une énorme grandeur, détachent de ces Montagnes, & emportent avec elles de grosses pièces de terre, où se trouvent quelquefois des ossements d'Eléphants, qui demeurent épars çà & là. Ils appartiennent si bien à des Eléphants, que c'est assés souvent de l'Yvoire, dont on trafique. Cependant les Sibériens, & surtout ceux qui sont Idolâtres, & encore fort sauvages, ont imaginé un Animal fabuleux, auquel ils donnent ces Os. Ils l'appellent *Mammout*. Il est d'une grandeur prodigieuse, il vit dans de grandes Cavernes, d'où il ne sort jamais, & s'il en sort par quelque accident, il perd la vie, dès qu'il voit le jour. Lorsqu'il marche dans des lieux trop bas, il souleve la terre, qui retombe ensuite. On ne l'a jamais vû, & on en fait l'histoire.

Ces ossements d'Eléphant, auxquels on peut joindre ceux de Baleines, & de quelques autres grands Animaux, ont produit encore, selon M. Sloane, une autre erreur considérable, même parmi quelques Sçavants, ils ont cru que ces grands Os appartenoient à des Géants, qui souvent par les proportions qu'on en tiroit auroient excédé toute mesure imaginable; tel d'entre eux auroit eu jusqu'à 60 coudées, ou 90 pieds. L'érudition de M. Sloane lui fournit un dénombrement assés exact de ces prétendus Géants. Outre qu'il est plus raisonnable de rapporter les grands Os à de grands Animaux que l'on connoît, qu'à des Hommes prodigieux dont on n'a point de certitude; on peut quelquefois remarquer aisément que ces grands Os n'ont point les proportions de dimension, ni même la figure que demanderoient des Os humains, & on le pourroit toujours par une Anatomie comparée plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent sur ce sujet. M. Sloane en donne pour exemple quelques Os des Vertebres d'une Baleine trouvés en terre, & qui au jugement du commun du monde auroient pu appartenir à un grand Géant, mais que des yeux d'Anatomiste jugeroient bien vite trop différents des Vertebres de l'Homme.

Il reste une grande question; comment des Eléphants ont-

ils laiffé leurs Os dans des pays, où il n'y a pas d'apparence qu'ils ayent jamais été vivants? M. le Comte Marfigli, qui dit dans son grand Ouvrage du Danube, qu'il a trouvé de ces Os au fond de plusieurs Lacs de Hongrie, croit que les Romains y avoient transporté des Eléphants pour s'en servir dans leurs Armées, & que ceux qui mouroient, on les jettoit dans des Lacs pour garantir le Camp de l'air empesté de leurs Cadavres. Cette opinion, quoiqu'assés vrai-semblable & ingenieuse, n'est pourtant pas adoptée par M. Sloane. Il prouve par des témoignages de l'antiquité que l'Yvoire étoit d'un grand prix chés les Romains, & qu'ils auroient du moins sauvé celui des Eléphants morts, ce qu'on voit qu'ils n'ont pas fait. Il est cependant très-probable qu'il y aura eu des Eléphants transportés & enterrés dans quelques lieux que naturellement ils n'habitoient pas, mais on ne peut guère imaginer qu'il y en ait jamais eu en Sibérie un aussi grand nombre qu'il faudroit pour satisfaire aux faits constants. De plus qu'imagineroit-on pour les os de Baleine, pour une infinité de coquillages semés par toute la Terre? Il est aisé de voir à quelle conclusion nous en voulons venir avec M. Sloane. Il y a eu de grands bouleversements sur nôtre Globe terrestre, & sur-tout de grandes inondations. Nous en avons déjà beaucoup parlé dans les Histoires de 1706\*, de 1708\*, de 1710\*, de 1715\*, de 1721\*, & de 1723\*. Il est seulement à craindre qu'on ne néglige trop désormais les nouvelles preuves qu'on découvrira d'une vérité si bien établie.

\* p. 9.

&amp; suiv.

\* p. 30.

&amp; suiv.

\* p. 19.

&amp; suiv.

\* p. 1.

&amp; suiv.

\* p. 1.

&amp; suiv.

\* p. 15.

&amp; suiv.

## O B S E R V A T I O N D E P H I S I Q U E G E N E R A L E.

**L**E 21 Août 1727 à 5 heures  $\frac{1}{4}$  du soir on vit à Beziers. Une Colonne assés noire qui descendoit d'une Nuë jusqu'à terre, & diminuoit toujours de largeur en approchant de la terre, où elle se terminoit en pointe. Elle paroissoit être à

deux lieues de la Ville entre Puifferguier & Capestan. L'Air étoit alors calme à Beziers. On y avoit entendu auparavant quelques coups de Tonnerre du côté de l'Occident.

Comme ce Méteore, qui n'est pas fort rare sur Mer, où il s'appelle *Trombe de mer*, l'est beaucoup sur terre, M.<sup>rs</sup> Bouillet & Cros, de l'Académie nouvellement établie à Beziers, eurent la curiosité d'aller à Capestan, où il avoit été beaucoup mieux vû, pour en apprendre sûrement toutes les particularités. A Capestan le Ciel s'obscurcit d'une manière extraordinaire; le Vent y fut violent, la Colonne, toujours en forme de Cone renversé, étoit de couleur cendrée tirant sur le Violet, elle obéissoit au Vent qui souffloit de l'Oüest au Sud-Oüest, accompagnée d'une espee de fumée fort épaisse, & d'un bruit pareil à celui d'une Mer fort agitée, arrachant quantité de rejettons d'Olivier, déracinant des Arbres, & jusqu'à un gros Noyer qu'elle transporta à 40 ou 50 pas, & marquant son chemin par une large trace bien battüe, où trois Carrosses de front auroient passé. Il parut une autre Colonne de la même figure, mais qui se joignit bien-tôt à la première, & après que le tout eut disparu, il tomba une grande quantité de Grêle. On a parlé en 1725 \* d'un Méteore qui a quelque rapport avec celui-ci.

\* p. 5.

M. Andoque, de la même Académie de Beziers, envoya à M. de Mairain, avec la Relation de ces faits, un système qu'il en avoit imaginé. Il n'est point satisfait de l'espee d'Eolipile qu'on pourroit concevoir dans les Nuës, ainsi que l'on a fait pour expliquer quelques Phénomènes pareils. en quelque sorte, & en effet la matière de la Colonne, qui sortiroit de la Nuë par une ouverture semblable au trou de l'Eolipile, ne prendroit pas la figure d'un Cone renversé, mais la figure contraire. Il a recours à des Tourbillons qui se doivent former dans l'Air, comme il s'en forme dans les Eaux.

Que l'on imagine dans la Mer deux Courants parallèles pour plus de facilité, de même direction, & assez peu éloignés, l'eau qui est entre eux est par elle-même sans mouvement, mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux.

Courants ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la collision des Courants, & le mouvement qu'elles prennent est déterminé à se faire en rond, comme celui d'une Roïe horisontale en repos frappée selon une Tangente. On conçoit sans peine que ce mouvement est d'autant plus fort que l'est celui des Courants, & qu'il se communique de proche en proche à toute l'eau auparavant tranquille. Elle se meut donc en tourbillon.

Et il ne faut pas seulement imaginer ce tourbillon à sa surface supérieure, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux Courants. Seulement l'eau de la surface supérieure, qui n'est chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner, que l'eau inférieure chargée de la supérieure, & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un Cone dont la base soit en haut.

Si l'on ne suppose qu'un Courant, il ne laissera pas de faire tourbillonner dans toute sa profondeur une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit eu deux Courants. Le reste sera le même.

Cela s'applique aisément au phénomène que M. Andoque veut expliquer. Il y avoit un calme à Beziers, & un grand vent à Capestan; un Courant impétueux dans l'Athmosphère en alloit choquer violemment une autre partie tranquille, & faisoit tourbillonner ce qu'il en détachoit. La grande obscurité du Ciel à Capestan marque une grande condensation de nuages causée par ce vent, & à cause de cette condensation il en tomboit des vapeurs aqueuses, qui se mêlant à l'air tourbillonnant faisoient par leur quantité la fumée épaisse, & le bruit par leur extrême agitation. La figure du Tourbillon d'air & de vapeurs dut être la même, & posée de même que celle d'un Tourbillon d'eau formé dans la Mer, elle fut l'effet des mêmes principes. Ces idées suffiront à qui voudroit suivre encore tout cela plus loin.

---

V. les M. **N**ous renvoyons entièrement aux Memoires  
 p. 398. Le Journal des Observations de M. Maraldi pour  
 1727.





## ANATOMIE.

---

*SUR CE QUE LE NERF INTERCOSTAL  
fournit des Esprits aux Yeux.*

LE nom d'Intercostal, que l'on donne à un Nerf fort connu des Anatomistes, doit faire juger qu'il se répand ou se ramifie entre les Côtes, & qu'il y porte des Esprits qui serviront au mouvement de ces parties, à ceux de l'Estomac, à la respiration, à la voix, &c. Car tout le monde sçait que comme les Artères sont les canaux du sang, de ce grand fluide commun, d'où toutes les autres humeurs sont tirées, de même les Nerfs sont les canaux des Esprits nécessaires à tous les mouvements de la Machine animale. Le Nerf Intercostal a effectivement les fonctions désignées par son nom, mais il en a encore d'autres plus cachées, & que M. Petit le Médecin n'a découvertes qu'en étudiant aussi exactement qu'il l'a fait par rapport à l'opération de la Cataracte tout ce qui appartient aux Yeux.

V. les M.  
p. 1.

Les Nerfs de la 5<sup>me</sup> & de la 6<sup>me</sup> Paire se distribuent dans toute la Tête, & les Yeux reçoivent certainement plusieurs de leurs rameaux. Tous les Anatomistes, à la tête desquels on doit mettre à l'égard de la description des Nerfs Willis & Vieussens, ont cru que le Nerf Intercostal prenoit son origine des Nerfs de ces deux Paires pour aller de-là se répandre dans la région des Côtes. Mais M. Petit soupçonna qu'il venoit plutôt se joindre à ces Nerfs qu'il n'en partoît. Car s'il en partoît, il devoit naturellement être posé à leur égard de façon qu'il reçût d'eux les Esprits, fluide qu'ils lui fournissoient; selon le cours que ce fluide avoit en coulant dans leur cavité, c'est-à-dire qu'il falloit qu'en partant des Nerfs de la 5<sup>me</sup> & de

la 6<sup>me</sup> Paire l'Intercoſtal eût ſon origine tournée vers la leur; or M. Petit obſervoit une poſition contraire de l'Intercoſtal, & le fluide n'eût pû entrer dans ſa cavité qu'en rebrouſſant. En ſecond lieu, après la jonction de l'Intercoſtal & du Nerf de la 6<sup>me</sup> Paire, celui-ci étoit plus gros du côté oppoſé à ſon origine, ce qui marquoit que de ce côté-là loin d'avoir, pour ainſi dire, jetté l'Intercoſtal hors de lui, il l'avoit reçu, & continuoit ſa route avec lui. Cette augmentation de volume dans le Nerf de la 6<sup>me</sup> Paire, d'où l'on tiroit cet indice, ne ſe voyoit pas de même dans le Nerf de la 5<sup>me</sup> après ſa jonction avec l'Intercoſtal, mais ce Nerf de la 5<sup>me</sup> Paire eſt ſi gros par rapport à celui de la 6<sup>me</sup>, qu'il n'étoit pas étonnant que ſon volume ne fût pas ſenſiblement augmenté comme celui de l'autre; du reſte nous avons déjà dit que la poſition de l'Intercoſtal à l'égard de l'un & de l'autre étoit la même.

Il n'étoit point indifférent de ſçavoir ſi l'Intercoſtal partoît des Nerfs de la 5<sup>me</sup> & de la 6<sup>me</sup> Paire, ou ſ'il venoit ſ'y joindre. S'il en partoît, il n'avoit point de rapport aux Yeux, ſujet ſur lequel M. Petit ne vouloit rien négliger; ſ'il venoit ſe joindre à ces Nerfs, il pouvoit, il devoit même ſelon toutes les apparences aller avec eux juſqu'aux Yeux. Mais comme après ſa jonction avec ces deux Nerfs il ſ'y perd entièrement; & en devient inſéparable, la vûë ſeule ne peut décider la queſtion, & M. Petit imagina heureuſement un autre moyen auſſi ſûr que la vûë même. Si l'Intercoſtal étant coupé à un Animal, il ſ'en enſuit des effets ſenſibles dans les Yeux, & qui ne puiſſent être rapportés à aucune autre cauſe, certainement l'Intercoſtal va aux Yeux, & par conſéquent il ne part pas des Nerfs de la 5<sup>me</sup> & de la 6<sup>me</sup> Paire, mais il ſ'y va joindre. Cette conſéquence eſt importante pour la Nevrologie, mais il eſt encore plus de ſçavoir quel eſt le rapport de l'Intercoſtal aux Yeux, ſur quelles parties précifément tombe ce rapport, quelles maladies en peuvent naître.

M. Petit a fait un grand nombre d'experiences ſur des Chiens vivants, à qui il a coupé l'Intercoſtal, toujours viſ-à-vis de la 3<sup>me</sup> ou 4<sup>me</sup> Vertèbre du Col. Là ce Nerf eſt enſermé

enfermé dans une Gaine avec le Nerf de la 8<sup>me</sup> Paire, & on ne peut couper l'un sans l'autre, mais il est bien sûr que ce Nerf de la 8<sup>me</sup> Paire n'a aucun rapport aux Yeux, ainsi tout ce qui arrive aux Yeux par cette opération ne peut jamais être attribué qu'à l'Intercostal. Dans toutes les expériences de M. Petit les effets qu'on auroit cru devoir plus naturellement provenir de ce que l'Intercostal étoit coupé, la perte ou l'affoiblissement de la voix, les vomissements, les palpitations de cœur, &c. ont tous varié, & varié considérablement, & jusqu'au point de manquer quelquefois, mais ceux qui appartenoient aux Yeux ont été beaucoup plus constants, les Yeux sont devenus ternes, ils ont diminué, ils ont jetté de la Chassie ou des larmes, la Cornée s'est aplatie, une membrane cartilagineuse qui coule sur le bord de la Cornée s'est étendue, & en a couvert une partie, la Conjonctive s'est enflammée, &c. car nous supprimons un détail trop particulier. Et afin qu'il ne reste aucun doute sur ces accidents des Yeux, ils ne sont jamais arrivés qu'à l'Oeil droit ou au gauche, quand l'Intercostal n'a été coupé que de l'un ou de l'autre côté.

Il est donc bien démontré que l'Intercostal porte des Esprits dans les Yeux, mais comme ce n'est qu'en certaines parties des Yeux, le désordre que cause la section de ce Nerf arrive parce que quelques parties sont privées des Esprits qu'elles eussent dû recevoir, tandis que d'autres ne le sont pas. Toutes les parties du Corps animal sont en quelque sorte arc-boutées les unes contre les autres, & se tiennent en état par cet équilibre. Celles à qui il manque des Esprits qui leur appartenoient, perdent la tension nécessaire, se relâchent, & d'autres profitent aussi-tôt de leur faiblesse, & usurpent sur elles. Les liqueurs qui ne coulent plus assez facilement dans des vaisseaux relâchés, s'y amassent, & si la liqueur est du sang, voilà une inflammation; si c'est celle qui doit comme dans les Yeux entrer par les *Points lacrimaux*, & qui ne le peut plus, du moins en assez grande quantité, ce sont des larmes, ou de la Chassie, qui coulent au dehors. Il se peut



aussi que le dérangement des parties solides empêche une liqueur de se former aussi abondamment qu'il faudroit, & c'est ainsi qu'il ne se forme pas assés d'Humeur aqueuse pour tenir bien tenduë la Cornée dont elle remplit la concavité; de-là vient que cette membrane se ride, se fronce, & perd son brillant naturel. Ce peu d'idées générales & d'applications particulières peuvent suffire pour servir d'introduction à des explications infiniment plus circonstanciées que donne M. Petit sur une matière jusqu'à présent peu approfondie.

---

### *SUR LA VUE DES ENFANTS.*

V. les M.  
p. 246.

**V**OICI encore un fruit de l'étude particulière que M. Petit a faite des Yeux, & qui s'est présenté à lui sur son chemin. Tout le monde a observé que les Enfants nouveaux-nés voyent peu, ou ne distinguent rien, leur vûë incertaine, qui ne se fixe à aucun objet, marque qu'aucun ne les frappe assés. Si on observe de plus près, on s'apperçoit que leurs Yeux n'ont point encore le brillant qu'ils auront dans la suite. M. Petit a été plus loin par l'Anatomie, il a trouvé que l'épaisseur de leur Cornée étoit beaucoup plus grande que dans les Adultes, où elle ne passe pas une demi-ligne, & que leur Humeur Aqueuse étoit beaucoup au-dessous de 5 grains, ce qui est la quantité dont elle est dans les Adultes, que de plus elle est en moindre quantité que ne demanderoit la proportion de leur Oeil à celui des Adultes, & qu'à mesure que les Enfants sont plus avancés dans un espace de temps compris entre leur naissance & 5 ou 6 semaines, ils ont la Cornée moins épaisse, & plus d'Humeur aqueuse, jusqu'à ce qu'enfin cette Humeur vienne à être dans la quantité requise selon la grandeur de leur Oeil. L'Uvée paroît aussi plus épaisse, la Rétine est extrêmement molle, mais l'Humeur Vitrée, le Cristallin & la Capsule qui le renferme, ont toute leur transparence naturelle. Dans les Foetus qui ne sont pas venus à terme, toutes les différences d'avec les Yeux des Adultes sont encore plus

marquées. On doit seulement s'attendre qu'il se fera trouvé, comme il arrive toujours, des variétés en différents Sujets.

Il paroît donc que le défaut de la vûë des Enfants nouveau-nés vient principalement de ce que leur Cornée est trop épaisse, & leur Humeur Aqueuse en trop petite quantité. Cette trop grande épaisseur de la Cornée n'est pourtant pas précisément une cause du défaut, les Rayons ne laisseroient pas de traverser toujours bien la Cornée, comme ils traversent des Verres sans comparaison plus épais, mais elle n'est épaisse que parce qu'elle n'est pas bien tendue, parce qu'elle est froncée & ridée, ce qui produit dans sa surface des inégalités fort contraires à la régularité nécessaire des Refractions. De plus; puisque la Cornée n'est pas assez tendue, elle n'a pas la convexité & la courbure que ces mêmes Refractions demandent. C'est l'Humeur Aqueuse, qui doit tendre la Cornée en remplissant sa concavité, & elle n'est pas en quantité suffisante, & cela même fait encore que les Rayons qui la traversent n'ont pas un assez long espace à parcourir, pour être aussi disposés qu'il le faut à la réunion. On sçait assez que de cette réunion, qui s'acheve enfin sur la Rétine, dépend l'image distincte, ou la perception des objets. Il se peut aussi que la Rétine, trop molle dans les Enfants, ne soit pas suffisamment ébranlée, & que les pointes des Pinceaux Optiques s'y émoussent, & y perdent de leur action, comme des Dards sur de la Laine. Cependant la lumière agit sur les Yeux de ces Enfants, ils en ont le sentiment, puisque quand elle est trop forte, leur Prunelle se rétrécit, ainsi que M. Petit l'a observé. Les Fibres de l'Uvée, qui ne sont plus épaisses, que parce qu'elles ne sont pas aussi tendues qu'elles le seront, le sont donc déjà assez pour causer, quand il le faut, ce rétrécissement de la Prunelle.

Il est aisé d'imaginer d'où viennent ces dispositions des Yeux dans les Enfants nouveau-nés. Leurs Yeux ont été fermés pendant 9 mois, toujours comprimés par les Eaux où le Fœtus nage, abreuvés de ces mêmes Eaux. La Cornée a toujours été poussée de dehors en dedans, ce qui l'a empêchée

de prendre sa convexité naturelle qui est en dehors, les Vaisseaux où se doit filtrer l'Humeur Aqueuse étant trop pressés, n'ont guère permis cette filtration, &c.

M. Petit a porté sa curiosité jusqu'aux Animaux nouveaux-nés; tels que les Chiens, les Chats, les Lapins, les Veaux, les Cochons. Il y a bien de l'apparence qu'ils ne voyent pas plus que les Enfants, soit ceux d'entre eux qui voyent immédiatement après leur naissance, soit ceux qui ont quelque temps les yeux fermés. Ils sont tous dans le même cas d'avoir la Cornée trop épaisse & peu convexe, & peu d'Humeur Aqueuse. Et lors même que la Cornée paroît assés brillante & assés polie, son épaisseur qui ne doit pas subsister, marque toujours qu'elle est froncée, quoiqu'imperceptiblement pour nous. Les rayons de lumière savent bien sentir les moindres inégalités d'une surface.

Dans le cours de cette recherche M. Petit fit une observation singulière, fondée sur un fait qui lui parut d'abord étrange & inexplicable. En disséquant des Yeux de ces Animaux, de Veau par exemple, il trouvoit ordinairement leur Cristallin opaque & glaucomatique, horsmis dans quelque étendue vers le bord de sa circonférence. Mais s'il regardoit les Yeux de ces mêmes Animaux vivants, il ne voyoit point dans leur Prunelle la blancheur qui est le Cristallin glaucomatique. Le Glaucoma se formoit-il donc dès que l'Animal étoit mort? Cela étoit sans apparence & sans exemple. Mais enfin M. Petit s'aperçut qu'un Cristallin glaucomatique cessoit de l'être pour avoir été quelque temps dans sa main, qu'il le redevenoit étant mis dans un lieu plus froid, & cela alternativement tant qu'on vouloit, & il fut aisé de conclurre que la chaleur étoit nécessaire pour entretenir la transparence du Cristallin de ces jeunes Animaux, & qu'ils n'avoient garde de la perdre lorsqu'ils vivoient, bien entendu qu'il ne s'y mêlât pas quelque autre cause. Mais cela même est remarquable qu'une assés légère différence de chaleur produise deux effets aussi sensiblement contraires que la transparence & l'opacité. Avec quelle extrême précaution, avec quelle timidité ne doit-



on pas se conduire dans les recherches de Physique, où chaque pas est une occasion de chute pour l'Esprit humain !

---

## SUR LES MOUVEMENTS DES LÈVRES.

**L**es mouvements des Lèvres, quoique si exposés aux yeux, n'ont pas encore été assez expliqués par les Anatomistes, & M<sup>rs</sup> Maloët & Senac en ont entrepris une explication plus particulière. Il y en a deux principaux, le premier par lequel les Lèvres s'avancent en dehors le plus qu'il se peut en faisant une espèce de tuyau cylindrique & tenant la bouche fermée, ce qu'on appelle *faire la mouë*; le second, qui n'est sensiblement que ce même mouvement plus fort, de sorte que le tuyau n'est plus cylindrique en devant, mais s'évase en forme de Trompe à pavillon, parce que le bord de la Lèvre supérieure se retroussé en enhaut, & celui de l'inférieure en embas, ce qui fait que la bouche demeure entr'ouverte.

M. Maloët prétend que le premier mouvement s'exécute par le Muscle *Orbiculaire*, qui suit le contour des Lèvres de la même manière à peu près qu'un Cordon passé dans l'ouverture d'une Bourse. Il se contracte dans toute son étendue, par toutes ses fibres, & par-là serre & ferme la bouche, comme le Cordon de la Bourse lorsqu'il est tiré, & par conséquent diminué de longueur, la serre & la ferme.

Dans le second mouvement, M. Maloët concevant le Muscle *Orbiculaire* divisé en deux parties, l'une *antérieure* ou moins éloignée du bord des Lèvres, l'autre *postérieure*, croit que de toutes les deux qui avoient également été contractées dans l'autre mouvement, il n'y a plus que la postérieure qui le soit, & que l'antérieure qui est dans le relâchement permet que les bords des Lèvres se retroussent, que la bouche s'entr'ouvre, & que le tuyau qui étoit cylindrique s'évase à son extrémité. Selon lui les Muscles *Buccinateurs* sont aussi alors dans le relâchement.

M. Senac a des idées assez différentes de M. Maloët. Il croit que quand toutes les fibres du Muscle Orbiculaire se contractent, en demeurant dans le même plan où elles étoient, ce n'est que ce qu'on appelle *faire la petite bouche*, c'est-à-dire la fermer le plus qu'il se peut, & qu'alors les Buccinateurs tirent les Lèvres en arrière, & les appliquent sur les Dents, mais que pour ce que nous avons appelé le premier mouvement, les fibres de l'Orbiculaire se contractent de manière qu'elles se placent en différents plans; celles qui sont sur les bords des Lèvres rapprochent par leur raccourcissement les coins de la bouche, & celles qui sont plus éloignées de ces bords étant pareillement raccourcies, viennent se placer derrière les précédentes, les jettent en avant & les rendent saillantes. Toutes ces fibres s'aident les unes les autres, parce qu'elles concourent à rapprocher les coins de la bouche.

A l'égard du second mouvement, il y a encore plus de différence. M. Senac ne juge pas que l'action des fibres postérieures de l'Orbiculaire & l'inaction des antérieures fussent pour le retroussement des Lèvres, il met en jeu de nouveaux Muscles qui n'y avoient pas été mis. Les fibres de l'*Incisif* descendent devant le plan supérieur de l'Orbiculaire, & en se raccourcissant retroussent la Lèvre supérieure en en haut, les fibres du *Quarré* montent devant le plan inférieur, & retroussent la Lèvre inférieure en embas.

Voilà les principaux mouvements des Lèvres, mais elles en peuvent avoir plusieurs autres, dont M. Senac n'a fait qu'indiquer en général les principes. Les *Muscles de Couper* peuvent donner aux Lèvres une saillie en avant, l'*Incisif* & le *Quarré*, s'ils agissent seuls, formeront une bouche quarrée; ce qui est assez extraordinaire pour avoir été montré à la Foire S.<sup>t</sup> Germain dans un Espagnol; les Buccinateurs appliqueront les bords des Lèvres en tirant les coins, & en les éloignant; les *Triangulaires* & les *Canins* rapprocheront les coins de la bouche. Combien de mouvements, & combien de combinaisons des uns avec les autres? On voit tous les mouvements qu'une Machine exécute; on a la Machine sous les

yeux & entre les mains, on en defaſſemble les pièces tant que l'on veut, & on a encore bien de la peine à ſ'affûrer de la manière dont cette Machine exécute ces mouvemens, tout au plus ſ'affûre-t-on quelquefois de quelques-uns.

## DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

### I

UNE Païſanne du Village de Montorot près d'Illiers fut accouchée d'un Garçon vivant par une Sage-femme, qui ne put la délivrer de l'Arrière-faix, & l'abandonna 8 jours après l'accouchement ſans avoir fait la ligature au Cordon Om bilical qui ſortoît de la Matrice. L'Accouchée, qui perdoit tout ſon ſang, fut bientôt à la dernière extrémité, & on appella M. Guerin, Chirurgien d'Illiers, qui à peine lui trouva encore quelque ſigne de vie. Cependant en la touchant il reconnut avec certitude qu'elle avoit un ſecond Enfant dans la Matrice, & il haſarda de le tirer par les pieds. Il le tira vivant, & c'étoit un Garçon, il délivra la Mere de ſon Arrière-faix, qui étant commun avec celui du premier, n'avoit pû ſortir que les deux Enfants ne fuſſent ſortis, & toute cette opération fut ſi heureuſe que la Mere fut ſauvée, & remiſe en état d'accoucher de nouveau, & que les deux Enfants ont parfaitement bien vécu. Quelles reſſources de la Nature, & pourroit-on les eſpérer dans des corps plus accoutumés à la molleſſe ! M. Geoffroy a communiqué à l'Académie ce fait, qu'il tenoit de M. Guerin.

### II

Les pieds & les mains ont certainement des rapports de conſtruction, des reſſemblances bien marquées, cependant on ne ſeroit point ſurpris que ſi quelqu'une de ces cauſes accidentelles qui produiſent tant d'irrégularités de conſtruction dans les Fœtus, en produiſoit quelqueune aux pieds, elle ne



la produisit point aux mains; au contraire il seroit étonnant qu'elle le fit, & d'autant plus étonnant qu'elle le seroit plus parfaitement, car quel rapport des pieds aux mains à cet égard, & comment imagineroit-on que cette cause accidentelle, qui seroit ou une compression, ou un défaut de circulation, &c. dût agir précisément de la même manière sur les uns, & sur les autres? c'est pourtant ce qui est arrivé à Besançon, selon un bon nombre de témoignages très authentiques. La Femme d'un Vigneron, nommé Jean-François Maigrot, après avoir eu un premier Enfant bien conformé, accoucha au mois de Mai 1726 d'une fille qui avoit les cinq doigts de chaque main & de chaque pied parfaitement joints en un seul corps, & faisant le même volume, & la même figure que des doigts séparés à l'ordinaire, qui se tiendroient joints. Toute la différence entre les doigts des mains, & ceux des pieds également confondus, étoit que les premiers étoient couverts d'un seul ongle, dont la grandeur étoit à peu près celle de cinq, & que les autres avoient leurs ongles séparés, posés comme ils devoient l'être naturellement.

Comme il seroit fort fâcheux que cet Enfant n'eût que des mains inutiles, on a songé à lui en séparer les doigts par des incisions, & quatre mois après sa naissance M. Bernier, Chirurgien Major de la Citadelle, en a fait l'opération assés heureusement. Il a même trouvé quelquefois les phalanges de deux doigts voisins confonduës, & par conséquent les doigts plus difficiles à séparer. Ces mains ainsi raccommodées par art, ont de l'air d'une patte de Chat, les doigts sont courbés, un peu élevés vers le milieu, & l'ongle qu'on a eu l'adresse de ménager à chacun d'eux, se termine en une pointe fort aiguë. Il est difficile de dire si ces doigts, qui auront tous à leurs parties latérales, & selon toute leur longueur, de fortes cicatrices, seront d'un usage bien facile, leur flexion & leur extension seront gênées par ces cicatrices comme par des cordes roides, à moins cependant que la souplesse de parties aussi jeunes, l'usage de Topiques émollients souvent appliqués, & la longue habitude, ne préviennent cet inconvénient. On

en peut imaginer encore quelques autres, dont l'événement seul peut décider.

On s'est assuré que la Mere n'avoit été frappée d'aucun spectacle, ni d'aucune idée qui ait pû donner lieu à cette conformation irrégulière. C'est là un excès d'attention, que ceux qui l'ont eüe n'ont peut-être pas jugée fort nécessaire, non plus que beaucoup d'autres habiles Phisiciens.

## I I I.

Nous avons rapporté en 1701 \* une Observation de feu M. Littre sur le Foye d'un Homme tué en parfaite santé, où les Glandes, naturellement invisibles par leur petitesse, se découvroient aisément sans Microscope. M. Maloët a confirmé cette Observation, mais par le Foye d'un Homme dont la première & la principale maladie avoit dû être une obstruction dans ce Viscere. Aussi les Glandes de ce dernier Foye étoient-elles plus grosses que celles du premier, elles avoient souvent jusqu'à deux lignes de diametre, & quelquefois trois. Elles étoient d'un jaune pâle, parce qu'elles étoient communément assés grosses pour laisser paroître une partie de la couleur de la Bile, qui s'y étoit amassée & épaissie. Ainsi il n'y a presque pas lieu de douter que les Glandes invisibles, dont le Foye est tout semé, ne soient destinées à la filtration de la Bile. Si la grandeur extraordinaire, quoique moindre, des Glandes du Foye dans le Sujet de M. Littre, n'étoit pas une conformation naturelle, c'étoit le commencement d'une obstruction dans le Foye, que cet homme eût eüe, s'il eût vécu plus long-temps.

\* p. 51.  
2<sup>de</sup> Edit.

## I V.

Ce même Sujet de M. Maloët avoit une autre particularité remarquable, le Péritoine épais d'environ une ligne en quelques endroits, dur, & presque cartilagineux, & cela à peu près dans toute son étendue, adhérent aux Intestins & à toutes les parties qu'il touchoit. Mais M. Maloët a vû dans un autre Sujet une adhérence du Péritoine beaucoup plus singulière. Il s'étoit attaché à la partie convexe du Foye, & ce Viscere étoit tellement rapproché du Diaphragme & des

*Hist. 1727.*

. C

Fausses Côtes, que les quatre premières de ces Côtes s'étoient enfoncées dans le Foye, & y avoient tracé chacune un sillon, qui représentoit parfaitement leur direction, & assés exactement leur longueur & leur largeur. Cet accident caufoit au Malade, dans cette région, une douleur qui ne se dissipoit jamais totalement, mais que M. Maloët soulageoit seulement par de fréquentes Saignées, par des Tilanes, par des Émulsions, par l'abstinence du Vin, qui procuroient quelque relâchement dans l'adhérence du Péritoine aux parties qu'il incommodoit.

## V.

Un Portefaix, âgé de 30 ans, en faisant un effort pour soulever un fardeau, fut surpris d'une douleur dans le bas Ventre, qui ne l'a jamais depuis entièrement quitté. Il ne laissa pas de travailler encore pendant plus d'un an dans les intervalles, où sa douleur étoit supportable, mais enfin elle cessa de l'être. Il lui survint au bas Ventre une dureté éminente & douloureuse qui sembloit menacer d'un Abscès. Elle devenoit toujours plus profonde, mais elle étoit errante, tantôt paroissant occuper toute la capacité, tantôt cantonnée d'un côté, tantôt de l'autre. A la fin elle se fixa dans la région Iliaque gauche; le Malade avoit le ventre paresseux, il vomissoit quelquefois sans beaucoup de suite, les Aliments, les Purgatifs & les Lavements passoient assés bien. Cependant la Fièvre lente vint à s'allumer, qui avec les grandes douleurs & les longues insomnies, causa la mort. Nous supprimons le détail des Remedes qu'employa M. du Puy, Médecin du Roi à Rochefort, qui traita le Malade, il sera aisé aux habiles Médecins de les imaginer, & nous en voulons venir à la cause singulière de la maladie. Elle ne pouvoit se manifester que par l'ouverture du Cadavre, que fit M. du Puy.

L'Intestin Colon étoit d'une grosseur démesurée. Il rentroit en lui-même de haut en bas de la longueur de 4 doigts, un peu au-dessus de la courbure par laquelle il va joindre le *Rectum*, & il rentroit de même de bas en haut de la longueur de 6 doigts au-dessous de l'endroit où il se recourbe



pour descendre dans l'Hypochondre gauche, & entre les deux endroits marqués par ces deux différens replis, se trouvoit dans la cavité de cet Intestin un Corps étranger, retenu & ferré par ces replis dans ses deux extrémités, & flottant dans le reste de son étendue, il avoit environ 10 doits de long & 5 de circonférence dans sa partie la plus large, car la figure étoit à peu près cylindrique. Ce Corps étranger n'en étoit pourtant pas proprement un, c'étoit la Membrane interne du Colon, qui s'étant détachée de l'autre, comme si un poids l'eût tirée, étoit descenduë dans l'intestin en s'allongeant toujours au-delà de son extension naturelle, & selon toutes les apparences en prenant aussi une nourriture vitieuse. M. du Puy trouva à l'extrémité inférieure de cette énorme Appendice trois Glandes grosses comme de petits Marrons, & d'une consistance très-ferme; c'étoient là les poids qui selon la conjecture de M. du Puy, avoient tiré la Membrane interne du Colon en embas, ils avoient toujours grossi, & augmenté de force. On voit assés comment un grand effort du Portefaix avoit pû être la première cause de tout ce désordre, & comment la longue continuation d'un travail dur & forcé avoit toujours augmenté le mal. Les Vaisseaux dérangés, comprimés, tirillés de différentes façons, ont altéré les liqueurs qu'ils portoient, de-là les inflammations, les Abscès, la fièvre. Les Intestins grêles ne déchargeoient pas les matières avec facilité dans le Colon engorgé en grande partie, & par-là ils se gonfloient trop, & formoient une tumeur qui se portoit tantôt d'un côté, tantôt d'un autre, selon l'endroit de leurs circonvolutions où étoit posé l'amas des matières; il y avoit aussi une autre tumeur causée par l'Appendice qui se formoit dans la cavité du Colon, & qui n'y étoit point encore arrêtée par ses deux extrémités, mais elle l'a été enfin, quand cet Intestin à force d'être agité & irrité est venu la saisir & se coller à elle par ses deux bouts. Il laissoit toujours un passage, quoique moins libre, aux aliments & aux remèdes.

C'est une chose connuë que les Intestins, & sur-tout les Grêles peuvent rentrer en eux-mêmes par un repli fait de

haut en bas ou de bas en haut, mais M. du Puy avouë qu'il n'avoit jamais ni vû, ni lû qu'une portion des parois d'un Intestin rentrât en dedans de son canal, & y fit une longue Appendice intérieure. Non-seulement les maux qui viennent d'un dérangement extraordinaire des Solides sont presque absolument incurables, mais il est difficile d'avoir des signes auxquels on les connoisse, sur-tout si ces dérangements sont rares comme celui-ci. Il est pourtant toujours bon de sçavoir qu'ils sont possibles.

## V I.

En 1716 la fille d'un Bourgeois de Vienne en Dauphiné, âgée de 12 ans, tomba de 6 pieds de haut sur une pierre de taille, & se cassa la mâchoire inférieure, entre l'angle & le menton du côté gauche. Elle sentit d'abord une très-vive douleur, qui fut suivie d'une contusion considérable. En remuant un peu les deux pièces de la fracture en sens contraire, la malade entendoit une crépitation dans l'endroit le plus douloureux. On lui appliqua pour tout remède pendant 40 jours des Compresses d'Eau de vie, les douleurs augmentèrent toujours accompagnées d'une difformité à l'endroit de la fracture, & au bout d'un an on s'aperçut qu'il s'y formoit une petite tumeur. Alors on appella un Chirurgien qui appliqua sur cette tumeur les pierres à Cautére, & il en sortit environ trois onces d'une matière un peu noire avec nombre d'esquilles de différente grosseur, après quoi on mit tout en usage pour empêcher qu'il ne restât une fistule, mais on ne put y réussir. Il y survint en différents temps plusieurs excroissances de chair qu'on faisoit tomber avec une ligature, & de-là on jugeoit que la tumeur étoit carcinomateuse, & produisoit des *fungus*. Cependant l'Exostose grossissoit toujours, & en 1726 elle vint au point que la malade avoit de la peine à prendre des aliments solides. Ses regles se supprimèrent, il se forma un ulcère chancreux avec puanteur à la circonférence de l'endroit carié, la partie tomba en Sphacèle le 1 May 1727, de ce jour la malade ne prit plus que de la Limonade pour tout aliment, & elle mourut le 16 âgée de 24 ans.

M. Cremoux, Chirurgien Major d'un Régiment de Dragons, a envoyé de Vienne cette Relation à M. Morand, & en même temps l'Exostose même, que M. Morand a trouvée du poids de  $13 \frac{1}{2}$  onces, bien séparée de toute partie molle. L'Os de la Mâchoire d'une personne de même âge dans l'état naturel ne pèse que  $1 \frac{1}{2}$  once.

Il y avoit dans l'endroit de la Carie une cavité considérable, dont le fond étoit noir & vermoulu, & dans quelques endroits de l'Exostose une espece de tissu spongieux, entr'ouvert par des cellules assés écartées. Il est assés clair que cette Exostose monstrueuse a été causée par l'épanchement du suc osseux, par les Vaisseaux divisés à l'endroit de la fracture, & par la mauvaise qualité du suc, qui avoit fort dégénéré de sa douceur naturelle.

## V I I.

Il a été dit dans l'Histoire de 1723\*, que M. Morand \* P. 33. avoit observé dans l'Hidrophthalmie, ou Hidropisie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclérotique du côté du Nerve Optique, qu'en exposant à la lumière l'Oeil détaché de l'Orbite, il est très transparent dans toute l'étendue de l'axe qui le traverse depuis la partie antérieure & saillante de la Cornée jusqu'au de-là de la partie postérieure & dilatée de la Sclérotique. Mais M. Morand a observé depuis cette transparence dans des Yeux qui n'avoient point d'Hidropisie, & il s'est apperçû qu'elle étoit plus grande dans des Yeux plus âgés. Cela s'accorde avec une observation faite en 1726\* par M. Petit le Médecin, que la Cho- \* V. Hist. roïde tout à fait brune dans les Enfants, s'éclaircit ensuite toujours P. 23. & considérablement jusqu'à une vieillesse avancée. On conçoit sans peine que cette Membrane devenue plus claire rend tout le globe de l'Oeil détaché plus transparent. Ainsi il faut modifier l'observation de M. Morand par celle de M. Petit, des Yeux Hidropiques âgés seront les plus transparents de tous, il pourra y en avoir d'également transparents, les uns par l'Hidropisie, les autres par l'âge, &c.

## V I I I.

Nous avons parlé en 1724\* d'un Foetus monstrueux \* P. 20. & suiv.



double, qu'on pouvoit se représenter en concevant deux Foetus réguliers couchés sur le dos à côté l'un de l'autre, dont on auroit emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de sorte que leurs Épines vinssent à se toucher. M. Bouthier, Médecin à Périgueux, a envoyé à M. Maloët la Relation bien circonstanciée d'un autre Monstre qu'il avoit disséqué, double à contre-sens. C'étoient deux Foetus adossés, confondus ensemble par le dos, & par le derrière des deux têtes. Par la manière dont le premier Monstre étoit double, les deux Foetus dont on le suppose formé, avoient perdu chacun la moitié de leur charpente ou Squelette, dans celui-ci au contraire les deux Foetus par leur position n'auroient rien perdu de leur charpente. En voici les particularités les plus remarquables.

Les deux Têtes ayant leurs faces opposées, très bien formées, & d'ailleurs si ressemblantes l'une à l'autre, qu'il étoit très difficile d'y appercevoir de la différence, formoient une figure ovale aplatie, dont le petit diamètre étoit dans le plan du milieu des deux faces. Par l'appâtissement les Os Occipitaux se trouvoient vers les extrémités du grand diamètre de l'Ovale, & tenoient la place ordinaire des Pariétaux. Les deux Épines ne laissoient pas de naître des Occipitaux à l'ordinaire.

Le Tronc composé de deux Troncs entiers étoit gros à proportion, & sembloit quarré. Quatre Bras, Cuissés, Jambes, bien formés, s'y attachoient régulièrement.

Tout l'intérieur étoit pareillement régulier dans les deux Corps à cela près, & c'est une exception très considérable, qu'aucun des deux n'avoit ni parties de la génération internes, ni apparence extérieure de Sexe, ni Anus.

Une même Cloison membraneuse très forte séparoit dans les deux Corps tant les parties de la Poitrine que celles du bas Ventre, de sorte qu'on ne pouvoit douter auquel des deux elles appartenoient.

Une Cloison membraneuse de même force séparoit aussi les deux Cerveaux, mais de manière à laisser tout-à-fait in-

certain à laquelle des deux faces appartenoit chaque Cerveau, car pour distinguer les Cerveaux le plan de la membrane auroit dû être parallèle aux deux faces, & au contraire il passoit par le milieu des deux. Sa position étoit contraire à celle du plan de la Cloison des deux Poitrines & des deux Ventres.

Le Monstre étoit venu à 11 mois, & paroissoit n'être mort que 4 ou 5 heures avant sa naissance. La Mere, qui étoit une pauvre femme, étoit accouchée sans aucun secours.

Nous avons dit en 1724 que si les Monstres étoient dans l'intention directe de la Nature, & par conséquent destinés à vivre, ils seroient sans Sexe, parce qu'on ne voit pas qu'ils soient destinés à perpétuer leur espèce. Il ne tiendrait pas à cela que le Monstre de Périgueux ne fût dans l'intention directe de la Nature, il étoit sans Sexe, mais il étoit aussi sans Anus, & par là il ne pouvoit vivre. D'ailleurs il porte des marques encore plus sensibles & en plus grand nombre de l'union de deux Oeufs que le Monstre de 1724, & celles qui seront les moins favorables à ce Système, y pourront être ramenées sans des efforts trop violents. Il paroît du moins que la présomption est assez grande de ce côté là, & se fortifie toujours.

## IX.

M. Maloët a fait voir à l'Académie que le petit Lobe du Foye d'un Homme âgé de plus de 40 ans, étant plus mince & plus étroit qu'à l'ordinaire, s'étoit prolongé jusqu'à la Rate, qui avoit conservé sa situation naturelle, & en recouvroit la partie supérieure dans l'étendue de 5 ou 6 travers de doigt. En cet endroit, où les deux membranes externes des deux Viscères étoient immédiatement appliquées l'une sur l'autre, ou quelquefois des filets fort courts continus aux deux membranes, les attachoient ensemble plus étroitement. Comme le Foye est naturellement dans l'Hypochondre droit, & la Rate dans le gauche, cette disposition singulière pourroit faire qu'une maladie qui n'attaqueroit que le Foye, telle que la Jaunisse, causeroit du côté gauche une douleur qu'elle ne

24 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
devoit point causer, & c'est ce que M. Maloët assure avoir vû  
arriver dans des Jaunissës ; on ne soupçonnoit point par où  
la Rate y pouvoit être intéressée.

---

- N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
V. les M. Les Observations de M. de Maupertuis sur une espece  
p. 27. de Salamandres.  
V. les M. Les Observations de M. Sloane sur des Cornes d'une gran-  
p. 108. deur extraordinaire.  
V. les M. Et celles de M. de Reaumur sur le Porc-épic.  
p. 383.



CHIMIE.



## CHIMIE.

*SUR LE VERRE DES BOUTEILLES,  
OU  
SUR LA DISSOLUBILITE'  
DE PLUSIEURS VERRES.*

**I**L faut se rappeler ici ce qui a été dit dans l'Hist. de V. les M.  
 1724\* sur des Bouteilles de Verre, où le Vin se gâtoit, p. 32.  
 sans que l'on en sçût la raison. M. Geoffroy le cadet la trouva \* p. 40.  
 par des expériences qui lui apprirent que le verre de ces Bou- & suiv.  
 teilles se dissolvoit par des Acides. Ceux du Vin sont donc  
 aussi d'une nature propre à ronger ce Verre, & ils en em-  
 portent des particules qui gâtent la liqueur. Ainsi on sçait  
 sûrement qu'un Verre dissoluble par des Acides n'est pas bon  
 à faire des Bouteilles, où l'on veut mettre du Vin.

Nous avons dit que M. Geoffroy avoit de ces mauvaises  
 Bouteilles, mais non pas les matières dont on les avoit faites  
 dans la Verrerie d'où elles étoient venues. Il ne put que dé-  
 couvrir une marque du vice du Verre, sans découvrir d'où  
 ce vice provenoit. M. du Fay a eu depuis & les matières  
 employées dans cette Verrerie, & une instruction sur les do-  
 ses, & par là il a été en état de rechercher l'origine du mal.  
 On met 7 parties de cendres lessivées, & séchées dans les  
 Arches du Four, 1 partie de cendres du même Four au dé-  
 faut de cendres fortes, ou non lessivées, 1 partie &  $\frac{1}{4}$  de sable  
 séché.

M. du Fay, en employant les matières de la Verrerie dont  
 on se plaignoit, & dans la même dose, fit aussi de mauvais  
 Verre, & conclut de-là que les circonstances particulières &

*Hist. 1727.*

. D

locales, telles que le degré de feu, la construction du Four, n'y avoient point de part. Il a vû de même que le Sable de la Verrerie n'y en avoit aucune, puisque d'autre Sable mis à sa place ne faisoit pas mieux. En vain prenoit-il aussi, au lieu des cendres de la Verrerie, des cendres lessivées du bois flotté ou non flotté, qu'il brûloit à son usage ordinaire, il trouvoit seulement que le Verre étoit moins mauvais, quand elles étoient mêlées en certaines doses avec les cendres du Four de la Verrerie, ou quand elles étoient de bois non flotté. On s'entendra bien, vû le sujet dont il s'agit, que le Verre est d'autant plus mauvais, qu'il se dissout plus facilement & plus promptement dans les liqueurs Acides, & qu'il en est plus altéré. Mais on y peut joindre aussi le plus de difficulté que les matières dont il est formé auront à se mettre en fusion, une moindre transparence, & même une couleur moins agréable.

Enfin M. du Fay auroit toujours fait du Verre plus ou moins mauvais, s'il ne s'étoit avisé de prendre des cendres de branches vertes bien séchées. Elles lui ont donné un Verre indissoluble aux Acides, & cela, quoiqu'employées en un certain nombre de doses différentes avec les cendres du Four de la Verrerie; pour le Sable, il ne paroît pas qu'il y eût guère de choix. Au de-là de ces doses, où le Verre étoit bon, il le devenoit toujours moins à mesure qu'il y avoit moins de cendres de branches.

Il est fort naturel de penser, comme fait M. du Fay, que plus une matière est Alkaline, plus les Acides agissent aisément sur elle. L'Eau, où le bois flotté a séjourné long-temps, en a dissous les Sels moyens, ou concrets, c'est-à-dire, qu'elle a enlevé les Acides de ces Sels, & n'en a laissé que la matrice alkaline & terreuse. Ce que l'Eau a fait sur le bois flotté, le temps l'a fait sur le bois non flotté ou neuf que l'on brûle ordinairement, parce que ce bois est presque tiré du tronc ou des grosses branches d'Arbres morts, ou fort vieux, dont les Sels les plus subtils & les plus chargés d'Acides se sont évaporés. Il est visible que les jeunes branches ne sont pas dans ce cas-là.

Comme on ne peut pas brûler une aussi grande quantité de jeunes branches qu'il faudroit pour le grand nombre de Bouteilles qui se font, il semble que les bonnes devroient être beaucoup plus rares qu'elles ne le sont effectivement; mais il y a apparence que les Arbres de certaines especes, ou les mêmes Arbres en différents pays, soutiennent mieux la vieillesse, quant à l'évaporation de leurs acides, & que les bonnes Bouteilles sont faites de cendres de ces bois là, sans que l'on ait eu pourtant cette attention.

*SUR LE FROID QUI RESULTE  
ordinairement du mélange des Huiles Essentielles  
avec l'Esprit de Vin.*

**L**Es liqueurs qu'on appelle chaudes ou froides par rapport à certaines propriétés, & sur-tout à l'impression qu'elles font sur nôtre langue, ou dans nos veines, n'en sont pour cela ni plus ni moins chaudes ou froides extérieurement, & pourvû qu'elles ayent été assés exposées à l'air, elles y prennent toutes un degré de chaud ou de froid, que le Thermometre fait voir parfaitement le même. Il ne s'agit ici que de ce chaud ou de ce froid extérieur, dont le Thermometre est juge. Ce sujet abonde en phénomènes singuliers, que les plus habiles Phisiciens n'eussent pas prévûs.

Eussent-ils deviné, par exemple, que des Dissolutions qui se feroient avec une fermentation sensible, même avec bruit, même en poussant des vapeurs chaudes, eussent pû cependant être froides? On l'a vû dans l'Histoire de 1700. \*

On n'eût pas cru au contraire que l'Eau versée sur de l'Esprit de Vin bien rectifié en augmentât la chaleur. M. Geoffroy le Cadet a fait voir qu'elle l'augmente, & beaucoup, & promptement, & d'autant plus que la dose de l'Eau est plus forte par rapport à celle de l'Esprit de Vin. \*

Maintenant M. Geoffroy présente cette merveille par une autre face. Tandis que l'Eau qui devoit diminuer la chaleur

V. les M.  
p. 114.

\* p. 53.  
& suiv.  
2<sup>de</sup> Ed.

\* V. les M.  
de 1713.  
p. 53. &  
suiv.



de l'Esprit de Vin l'augmente, les Huiles essentielles la diminuent, quoiqu'elles la dussent augmenter, puisqu'elles ne sont presque composées que de Soufres très-inflammables & très-disposés à prendre feu. Il paroît par les expériences de M. Geoffroy, que le moindre effet de quelques Huiles essentielles sur l'Esprit de Vin est de n'en pas diminuer la chaleur. Telles sont l'Huile essentielle de Lavande, & celle de Geroffe. Il est à remarquer que l'Eau, qui augmente tant la chaleur de l'Esprit de Vin, ne produit aucun effet sur les Huiles essentielles.

Nous pouvons, sans entrer dans le détail des expériences, donner une idée générale des principes physiques, qui apparemment ont lieu dans ces phénomènes. Le mouvement qu'il s'agit ici d'augmenter ou de diminuer, est celui de liquidité, celui par lequel toutes les petites parties intégrantes d'un liquide détachées les unes des autres sont mûes en tout sens. On suppose que c'est une matière subtile, qui coule entre elles, & les agite, & que par elle-même elle a toujours la même vitesse. Le mouvement de ces molécules du liquide sera augmenté, si elles deviennent plus mobiles, elles ne le peuvent devenir que par être plus fines & plus déliées, & si au contraire elles deviennent plus grossières & plus massives, le même mouvement sera diminué. On peut ajouter encore que dans un liquide, dont les parties seront hétérogènes, ainsi qu'elles le sont presque toujours, le mouvement de liquidité, dont le Thermometre doit sentir le degré de chaleur, sera plus augmenté, si les molécules qui deviennent plus subtiles sont celles qui sont les plus propres par leur nature à faire sentir de la chaleur au Thermometre; il arrivera le contraire dans le cas opposé. Si on mêle ensemble deux liqueurs, & qu'elles agissent l'une sur l'autre, comme il arrive souvent, ou les molécules de l'une seront atténuées & plus divisées par celles de l'autre, auquel cas le mouvement de liquidité de la première augmentera, & le Thermometre montera, ou les molécules de l'une se joindront à celles de l'autre, & les rendront plus grossières, auquel cas le mouvement de liquidité diminuera, & le Thermometre

descendra. Il faudra de plus avoir égard à la nature des molécules qui auront été altérées par l'action des deux liqueurs. Si elles n'ont pas d'action l'une sur l'autre, soit parce qu'elles ne sont pas de nature à en avoir, soit parce qu'elles ne se mêlent pas assez intimement ensemble, le mouvement de liquidité ne reçoit nul changement, & le Thermometre est immobile.

L'Eau ne fait nul effet sur les Huiles essentielles, parce que ce sont des Huiles, & que l'Eau & l'Huile ne se mêlent pas. Mais l'Eau augmente la chaleur de l'Esprit de Vin, parce que d'un côté elle se mêle très intimement avec la grande quantité de flegme toute semblable à elle, qu'il contient, & que d'un autre côté elle étend & développe les Soufres qui nagent dans ce flegme.

Les Huiles essentielles contiennent avec leurs Soufres beaucoup de parties Salines, or tout le monde sçait que les Sels refroidissent l'Eau, ou, ce qui est le même, en diminuent le mouvement de liquidité. Il faut donc que le mélange des Sels des Huiles essentielles avec le flegme ou l'Eau de l'Esprit de Vin diminue la chaleur de l'Esprit de Vin. Le degré de cette diminution dépend du plus ou moins de Sels des Huiles essentielles.

Avec ces principes généraux, on peut expliquer les Phénomènes, & même en prévoir quelques-uns. Cependant il pourroit se trouver telles combinaisons singulières & délicates, qu'il seroit difficile de ramener aux principes supposés, quoiqu'elles en fussent réellement des suites. Cet inconvénient n'est que trop commun en Phisique.

## SUR UN SEL NATUREL DE DAUPHINE.

EN parlant d'un Sel naturel qui se trouve en Espagne\*, V. les M. & que M. Boulduc le fils a reconnu pour être le vrai P. 375. Sel de Glauber, nous avons dit que *Glauber n'eût apparem-* \* V. l'Hist.

de 1724.  
p. 54. &  
suiv.

*ment pas cru que ce Sel dont il se sçavoit si bon gré, & qu'il nommoit admirable, dût se trouver tout formé dans le sein de la Terre.* Cette espece de merveille diminuë aujourd'hui. Le même M. Boulduc en examinant un autre Sel naturel tiré de Dauphiné & d'auprès de Grenoble, a découvert que c'étoit encore de véritable Sel de Glauber, un Acide Vitriolique porté sur la base terreuse du Sel Marin.

Il n'a pas suffi à M. Boulduc que le Sel de Dauphiné fût par toutes les qualités extérieures parfaitement semblable, soit au Sel naturel d'Espagne, soit à l'artificiel de Glauber, qu'il fût aussi aisément dissoluble par l'Eau, aussi friable, que ses Cristaux affectassent constamment les mêmes configurations, qu'il se fondît de même sur le feu sans fuser, & sans s'enflammer, & seulement en se gonflant, qu'il eût le même goût sur la langue, &c. La recherche a été plus approfondie, & a pénétré jusqu'à la composition intime de ce Mixte.

On sçait que le Turbith mineral est du Mercure empreint de l'Acide Vitriolique, & que le Mercure ne peut devenir Turbith que par cet Acide. M. Boulduc a versé dans une solution de Mercure par l'Esprit de Nitre du Sel de Dauphiné dissous dans l'Eau commune. Aussi-tôt il s'est fait au fond du Vaisseau une précipitation d'une matière qui étoit de vrai Turbith, ce Turbith étoit donc du Mercure empreint d'un Acide Vitriolique, & cet Acide ne pouvoit être venu que du Sel de Dauphiné. Il avoit abandonné sa base, & avoit enlevé le Mercure à l'Esprit de Nitre.

On sçait aussi que l'Acide Vitriolique ne peut qu'avec la base terreuse du Sel Marin former un Sel semblable par ses propriétés extérieures à celui de Glauber. Il est donc bien prouvé que les deux principes qui composent le Sel de Glauber & le Sel de Dauphiné sont les mêmes.

\* p. 32. M. Boulduc, ainsi que nous l'avons dit en 1726 \*, avoit aussi trouvé du Sel de Glauber dans les nouvelles Eaux de Passy; il croit aussi qu'il y en a dans le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718 \*, soit que ce Sel de Glauber soit porté par les Eaux minerales d'Ebsom, comme par celles de

\* p. 37.  
& suiv.



Passy, soit qu'il soit purement fossile, comme celui d'Espagne & de Dauphiné, car un Sel naturel peut nous venir de ces deux différentes manières.

De plus M. Boulduc cite plusieurs Chimistes qui ont parlé de Sels naturels, qu'il juge devoir être les mêmes que celui de Glauber. Ainsi voilà la merveille encore plus diminuée que nous ne l'avons dit d'abord, voilà un Remède fort accrédité dans la Médecine, qui n'a plus besoin d'être préparé avec une industrie toujours pénible, & sujette à erreur.

---

## OBSERVATIONS CHIMIQUES.

### I.

ON trouve quelquefois de l'Or, qui a divers caractères d'impureté ou d'imperfection. Il ne se met jamais en fusion claire, sa surface est livide, si on le verse dans une Lingotière il en demeure dans le Creuset une partie qui n'est pas assez coulante, enfin il est aigre, cassant, & ne se peut presque pas travailler. On croit communément qu'il tient quelque portion d'Emeril, qui est une matière pierreuse, dure, & très hétérogène à l'Or. En effet on rencontre assez souvent de l'Emeril dans les Mines d'Or, mais sans examiner s'il s'en est mêlé véritablement dans l'Or dont il s'agit ici, M. du Fay a donné un moyen de le purifier, & de le rendre aussi doux qu'il doit l'être naturellement. Ce moyen lui venoit d'un Artiste, qui a travaillé long-temps avec lui en Chimie.

Tout le monde sçait que tout métal, excepté l'Argent, mêlé avec l'Or, s'en sépareroit par la *Coupelle*, l'Argent ne s'en sépare que par le *Départ*. Ici il faut d'autres moyens, ce qui paroît prouver que ce mauvais Or tient effectivement quelque matière, telle que de l'Emeril.

Il faut prendre parties égales de cet Or & de Bismuth, les fondre ensemble dans un Creuset, & verser dans un Culot ce qui pourra sortir coulant, peser ensuite ce mélange fondu

pour juger de la quantité restée dans le Creuset, la mêler avec une égale quantité de Bismuth, refondre & reverser comme la première fois, & répéter encore l'opération, jusqu'à ce qu'enfin toute la matière soit sortie du Creuset bien coulante. Cet Or ainsi saoulé de Bismuth, on le mettra dans une grande & épaisse Coupelle bien soutenue d'une autre faite de terre à Creuset, dans laquelle elle aura été formée & bien battue. On coupera le mélange sans y rien mettre autre chose, & quand il sera figé, on trouvera l'Or encore impur, & couvert d'une peau livide; on mettra alors sur chaque marc d'Or 2 ou 3 Onces de Plomb, & on continuera de couper jusqu'à ce que tout le Plomb soit évaporé ou imbibé dans la Coupelle. Après cette seconde opération, l'Or n'est point encore aussi beau qu'il le doit être, quoiqu'il soit déjà moins livide, & moins aigre. Pour achever de le purifier, il faut le mettre dans un Creuset large que l'on placera dans une Forge, de sorte que le vent du Soufflet darde la flamme sur le Métal, on le tiendra quelque temps en fusion, & on cessera de souffler quand l'Or commencera à s'éclaircir; on y jettera ensuite à plusieurs reprises un peu de Sublimé corrosif, & sur la fin un peu de Borax. On reconnoît que l'opération est entièrement finie, lorsque le métal devient tranquille, qu'il ne fume plus, & que sa surface est brillante. On le peut alors jeter en lingot, & quand on le travaillera, on le trouvera fort doux.

Si ce mauvais Or tenoit aussi de l'Argent, il faudroit le traiter davantage selon cette vûe, parce que l'Argent mêlé avec l'Or est le seul métal qui ne s'en sépare pas par la Coupelle. Après que l'Or aura été coupellé la première fois avec le Bismuth, on mettroit deux parties d'Argent sur une d'Or, afin que l'Argent en plus grande quantité tirât mieux l'Argent de l'Or, on le couperoit avec le Plomb, comme il a été dit, & il ne seroit pas nécessaire de mettre tant de Sublimé corrosif. On feroit enfin le Départ de l'Argent à l'ordinaire.

On a vû dans l'Hist. de 1704 \*, une Observation de feu M. Homberg sur une espèce de Végétation, ou Arbrisseau d'Argent. De l'Argent ayant été mis à la Coupelle avec trois fois autant de Plomb, il s'étoit élevé de dessus la surface de l'Argent, lorsqu'elle se congéloit dans le feu, un petit jet qui l'avoit percée, & avoit formé cet Arbrisseau. M. Homberg en avoit aisément trouvé la cause. L'Argent étoit encore en fusion, excepté à sa surface refroidie par l'Air extérieur, & cette matiere bouillante, trop gênée dans son mouvement par une croûte dure, l'avoit ouverte. M. Morel, Docteur en Médecine, & employé à la Monnoye pour l'Affinage des Métaux, a suivi cette idée, & a fait à l'Académie le récit de ses expériences.

\* p. 40.

Il approche de la surface de l'Argent un linge mouillé; afin de la refroidir plus promptement, & que la matière en fusion étant encore alors plus échauffée, fût plus d'effort, & jaillît en plus grande quantité, & plus haut. En même-temps & dans la même vûe il trempe dans l'eau froide le fond de la Coupelle, ce qui fait qu'elle se resserre brusquement, & ajoute un nouvel effort à celui de la matière qui doit jaillir. Par ce moyen la croûte superficielle se perce en beaucoup plus d'endroits, & il sort une infinité de Jets, qui par les différents arrangements qu'ils prennent en se congelant à l'Air, représentent assés bien des têtes de Chou-fleurs.

L'Argent mêlé avec le Plomb fait de plus belles végétations que le Plomb seul. Sa surface se perce trop vite, & en trop d'endroits à la fois, d'ailleurs il se refroidit trop aisément, & ses jets sont congelés dans l'Air avant que de s'être assés élevés.

Il paroît par-là qu'un mélange d'Argent & de Plomb doit tenir le milieu requis pour les belles végétations, & celui qui a le mieux réüssi à M. Morel est d'une ou de deux parties de Plomb sur une d'Argent. Si on mettoit trois ou quatre parties de Plomb, les végétations se feroient encore, mais avec le défaut d'être trop plombées, ou de n'être qu'argentées.



Plus on employe de matière, plus les végétations sont belles.

Le Cuivre ne végète pas facilement; pour peu que sa surface soit congelée, elle est trop dure pour se laisser percer par la matière liquide, & cette matière agit plutôt dans le sens opposé, c'est-à-dire sur le fond de la Coupelle qu'elle brise. Par cette raison l'Argent de bas alloi, dont l'alliage est ordinairement de Cuivre, ne végète pas bien.

Si l'on essaye de faire des végétations d'Or à la manière que M. Morel a trouvée pour celles d'Argent, il s'élève avec bruit de la surface de l'Or quantité de petits grains ronds, qui sont quelquefois jetés à plus de 10 pouces de la Coupelle. On voit bien que cette impétuosité de mouvement doit empêcher la végétation, mais pour quoi est-elle particulière à l'Or? c'est ce que M. Morel n'a pas entrepris d'expliquer, il laisse ce Phénomène à ceux qui voudront suivre cette matière. Ils profiteront toujours des expériences qu'il a faites, soit qu'ils aient dessein de perfectionner les végétations métalliques, soit qu'ils veuillent les prévenir, parce qu'elles seroient contraires à de certaines vûes.

### III.

La Potasse est une matière toute saline & alkaliné, qu'on employe pour le Savon, pour les Teintures, pour le Verre, pour l'Email de la Fayence, dans la Médecine même. On n'en connoît guère la fabrique, & M. du Fay qui l'a observée aux environs de Sare-Loüis, car il s'en fait beaucoup dans les grandes Forêts qui sont depuis la Moselle jusqu'au Rhin, en a donné une relation.

On choisit de gros & de vieux Arbres, le Hêtre est le meilleur, on les coupe en tronçons de 10 ou 12 pieds de long, on les arrange l'un sur l'autre, & on y met le feu. On ramasse les Cendres dont on fait une lessive très forte, on prend ensuite des morceaux du même bois pourris & spongieux que l'on fait tremper dans la lessive, & que l'on n'en retire que quand ils en sont bien imbibés, & après lesquels on en remet d'autres pareils jusqu'à ce que toute la lessive soit

épuisée & enlevée. On fait dans la terre un trou de 3 pieds en quarré sur lequel on met quelques barres de Fer pour soutenir des morceaux de bois sec, & par-dessus on arrange les morceaux de Hêtre imbibés de lessive. On met le feu au bois sec, & lorsqu'il est bien allumé, on voit tomber dans le trou une pluye de Potasse fondüe, & on remet de nouveau bois imbibé jusqu'à ce que le trou soit rempli de Potasse. Lorsqu'il l'est, & avant que la Potasse soit refroidie, on en nettoye la superficie le mieux qu'on peut en l'écumant avec un Râteau de Fer. Il y reste toujours beaucoup de Charbon, & d'autres impuretés, ce qui fait qu'on ne s'en sert que pour le Savon gras. Quand elle est refroidie, elle forme un seul Pain que l'on brise pour le mettre dans des Tonneaux, de peur que l'Air n'humecte cette matière fort avide d'humidité. On l'appelle Potasse *en terre*, il est aisé de voir pourquoi, & on ne la vend que 16 liv. le Quintal.

Il y a une autre sorte de Potasse plus pure & meilleure, qui se vend 19 liv. On la commence comme l'autre. La forte lessive de cendres étant faite, on repasse de l'eau deux ou trois fois, jusqu'à ce qu'on ne sente plus l'eau grasse sous les doigts. On met alors ces lessives dans une Chaudiere de fer contenant un demi-muid, & montée sur un fourneau. On la fait bouillir, & à mesure qu'elle s'évapore, on y remet de nouvelle lessive, jusqu'à ce qu'on la voye s'épaissir considérablement, & monter comme de la mousse. Alors on diminue le feu par degrés, après quoi on trouve au fond de la Chaudiere un sel très-dur, qu'on en tire en le cassant avec un Ciseau, ou un Maillet. On le porte ensuite dans un fourneau disposé de manière que la flamme du feu qu'on fait des deux côtés se répande dans une espee d'Arche qui est au milieu, & aille calciner la Potasse. Elle l'est suffisamment, quand elle est bien blanche. Elle garde pourtant toujours un peu de la couleur qu'elle avoit avant la calcination, qui lui vient, à ce que disent les Ouvriers, des différents bois qu'on employe. Ils ont remarqué que les Arbres qui sont au haut des montagnes font la Potasse d'un bleu pâle, que ceux qui sont dans les endroits

marécageux la font rouge, & en donnent une moindre quantité, & que les autres la font blanche, mais n'en donnent pas tant que ceux du haut des montagnes. Après le Hêtre, il n'y a guere que le Charme qui soit propre à cette opération, les autres especes payeroient à peine le travail. La Potasse calcinée s'appelle *Potasse en chaudron*, ou *salin*.

---

V. les M.  
P. 40.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires  
Un second Mémoire de M. Lémery sur la Précipitation des Sels, qui est une suite d'un Mémoire donné en 1724.

V. les M.  
P. 185.

L'Écrit de M. de Reaumur sur la Porcelaine.

V. les M.  
P. 214.

Un troisiéme Mémoire de M. Lémery sur le même sujet que le second ci-dessus.





# BOTANIQUE.

## SUR LE CORAIL.

**I**L faut que la nature du Corail soit bien douteuse, & bien difficile à définir. Les Anciens l'ont cru Pierre sans hésiter, V. les M. p. 269. les Modernes, du moins la plupart, le croient Plante, & en dernier lieu M. de Reaumur le croit en partie Pierre, & en partie Plante, tandis qu'un autre Phisicien, curieux & habile Observateur, & qui a beaucoup étudié les productions de la Mer, le met presque au rang des Animaux, en conjecturant qu'il est l'ouvrage de quelques Insectes Marins.

Nous avons dit en 1710 \* qu'il paroît que tout ce qu'il y a d'organique dans le Corail par rapport à la végétation, consiste dans son Ecorce, & dans la superficie de la vraye substance Coralline, immédiatement couverte de cette Ecorce. \* p. 75. M. de Reaumur adopte & fortifie cette idée que nous n'avions fait qu'effleurer légèrement. Il prend pour une Plante l'Ecorce grossière & sensible du Corail, très-distincte de ce que nous appelons Corail, & de plus une autre Ecorce beaucoup plus fine, & que les yeux ne distinguent point de la vraye substance Coralline qu'elle revêt, & tout le reste du Corail, presque toute la substance Coralline, n'est qu'une Pierre sans organisation; il y a beaucoup de Plantes, qui pour végéter ont besoin d'être soutenues, celle-ci a le même besoin, mais au lieu que les autres vont chercher des appuis hors d'elles, des Corps étrangers déjà tout formés, celle-ci se fait elle-même peu à peu au dedans d'elle un appui qu'elle embrasse, & qu'elle enveloppe. Il semble que l'extrême variété des Combinaisons demande quelque Plante de cette dernière espece. Quand on a vu un grand nombre d'Animaux

dont les Os étoient couverts de leurs Chairs, des Phisiciens eussent pû conjecturer légitimement qu'il y en avoit d'autres dont les Chairs étoient couvertes de leurs Os.

Les Sucs, qui doivent nourrir toute la substance végétale du Corail, portent avec eux un Sable très-fin, dont se forme la substance minérale ou pierreuse, de même précisément que les Sucs qui nourrissent une Huitre, portent avec eux les petites particules pierreuses, dont se formera la Coquille. Dans l'un & l'autre cas, tout ce qu'il y a de pierreux se dépose où il faut, s'amasse, & ne retourne point avec les Sucs véritablement nourriciers dans les voyes de la Circulation animale, ou végétale, s'il y en a une végétale. La substance végétale & la pierreuse du Corail croissent en même temps selon toutes les dimensions, aussi-bien que l'Huitre & la Coquille.

Le Sable fin, dont M. de Reaumur prétend que se forme la substance pierreuse, qui est le vrai Corail, n'est point une supposition. Il l'a vû, & même en poudre rouge, quand il a eu du Corail avec son Écorce, car on ne le voit guère ici que dépouillé, & quand il a broyé cette Écorce, il l'a senti encore plus sûrement sous la dent.

Enfin ce petit système semble être mis hors de doute par une observation singulière de Boccone, qui a vû un Corail, bien couvert de son Écorce, dont tout le milieu selon sa longueur, & si l'on veut l'axe du Cilindre, étoit une petite branche de bois, longue de quelques pouces. L'Écorce du Corail avoit végété autour de cette branche, mais à quelque distance d'elle en rond, & avoit déposé le sable fin, la vraie substance Coralline, dans tout l'intervalle qui étoit entre elle & la branche. Sans la branche, elle auroit rempli de Corail tout ce vuide.

Les fleurs du Corail découvertes, ainsi que nous l'avons dit en 1710, par M. le Comte Marsigli, conviennent parfaitement à l'idée de M. de Reaumur, elles ne sortent que de l'Écorce, & la substance intérieure ne prend point de part à leur production. Le Phisicien, dont nous avons parlé d'abord, a étendu cette belle observation. Il a trouvé des

fleurs de même espece aux Madrepores, & à d'autres productions pierreuses de la Mer.

Mais selon la pensée ces fleurs ne sont pas véritablement des fleurs. De ce qu'on a pris pour des Plantes marines des Tuyaux, tels que ceux de l'*Orgue de Mer*, qu'on a trouvé depuis qui étoient l'ouvrage & l'habitation de certains Vers ou Insectes, il soupçonne qu'on peut s'être trompé de même sur les autres Plantes pierreuses, sur les Coraux, les Pores, les Madrepores, & même sur les Litophitons, quoique par leur mollesse & leur flexibilité ils paroissent être d'une autre Classe. Il juge que tous ces Corps peuvent être faits par des Vers, qui y habitent, comme les Gâteaux de Cire par les Abeilles, & que ce qu'on appelle les Fleurs de ces prétendues Plantes, qui ne sortent & n'éclosent que quand elles sont dans l'Eau, & se referment ou disparaissent dès qu'elles en sont dehors, sont de petits Vers qui se montrent en partie ou se cachent, selon que l'Elément où ils sont leur plaît ou leur déplaît. En effet ce jeu-là se passe dans toutes les Saisons de l'année, ce qui ne convient pas tant à des Fleurs. Il est vrai cependant que les Plantes marines environnées d'un Elément beaucoup moins variable que l'Air, quant aux degrés de chaleur, doivent être aussi beaucoup moins dépendantes des Saisons pour fleurir.

Nous ne suivrons point M. de Reaumur dans les réponses qu'il fait aux principales raisons dont on a appuyé ce nouveau Système. Son Auteur ne paroît pas s'être lui-même tout à fait contenté sur la manière dont les petits Vers feroient leurs Bâtimens.



SUR UNE VÉGÉTATION  
PARTICULIERE  
QUI VIENT SUR LE TAN.

V. les M.  
P. 335.

**A**PRE'S que le *Tan*, qui est de l'Écorce de jeunes Chênes bien battüe, & mise en poudre, a été long-temps en macération dans des fosses pleines d'eau avec des Cuirs de Bœuf, dépouillés auparavant de leur poil par de la Chaux, les Cuirs étant suffisamment *tannés*, on retire toute la matière qui y a servi, on la met en de gros tas pour en faire des mottes à brûler, & c'est ce qu'on appelle de la *Tannée*. Dans les temps chauds il se forme sur cette Tannée plusieurs touffes d'une espèce de gazon d'un beau jaune mat, elles peuvent avoir jusqu'à 10 ou 12 pouces de diametre, & 6 à 8 lignes d'épaisseur. Les Tanneurs accoutumés à en voir n'en sont nullement surpris, ils les appellent *Fleurs de Tannée*, mais M. Marchant qui n'en avoit jamais vû, ni entendu parler dans aucun Auteur d'Histoire Naturelle, les regarda avec attention, lorsqu'il en vit par hazard chés un Tanneur.

Il suivit cette végétation singulière depuis sa naissance jusqu'à la fin. Quand elle naît, la Tannée d'où elle sort est aussi chaude que si on y avoit versé de l'eau tiède. On ne voit d'abord qu'une espèce d'écume, qui ensuite se condense; & quelque temps après n'est plus qu'une croute sèche, épaisse de deux lignes, tout cela d'autant plus vite qu'il fait plus chaud; la végétation peut ne durer que 2 jours. On trouve au bout de quelques jours sous la croute sèche une poussière noire très fine, qui ressemble à celle qu'on voit dans le *Lycoperdon*, ou *Vesse de Loup*. Il est plus que vraisemblable que la Tannée est la matrice de cette végétation. Les Acides végétaux du Tan, les Alkali de la Chaux, les Sels & les Souffres des Cuirs, entrent certainement dans la Tannée, & elles sont bien propres à y fermenter, sur-tout quand elle est

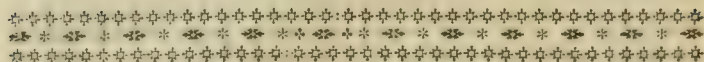
est exposée à un air chaud; cette fermentation excite la végétation, cependant on ne découvre point de filaments, ni rien qui puisse passer pour en être les racines dans la Tannée, on ne voit d'ailleurs ni feuilles, ni fleurs, ni graines. Mais l'Eponge dépourvûë, du moins sensiblement, de toutes ces parties, ne laisse pas d'être reconnûë pour Plante, & il se trouve que la végétation de la Tannée par sa surface plate & fine, par son port, & par sa structure intérieure, a beaucoup plus de rapport à l'Eponge qu'à aucune autre Plante connuë. Ainsi M. Marchant la range sous le genre de l'Eponge, du moins par provision, & sur ce pied-là lui donne un nom à la manière, & selon le stile de la Nomenclature Botanique. Cette Nomenclature, quoique déjà si vaste, grossira encore beaucoup, non-seulement par des Plantes bien sensiblement Plantes, mais encore par d'autres qu'on n'aura pas encore jusqu'à présent reconnûës pour telles, faute de les avoir ou vûës, ou assés examinées. La fécondité de la Nature sera difficilement épuisée par les Observations, si elle l'est jamais.

**M** Marchant a lû la Description de la *Spiraea Opuli Folio*.  
Inst. Rei Herb.

Et de l'*Anapodophyllon Canadense Morini*. Inst. Rei Herb.

**N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
L'Histoire qu'a faite M. de Jussieu, d'un Recueil de V. les M.  
Peintures de Plantes & d'Animaux de la Bibliothèque du Roi. p. 131.





# ARITHMETIQUE.

## *SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS NOUVELLES DES NOMBRES.*

**L**ES Propriétés des Nombres sont inépuisables, & il ne faut pas se flater de les pouvoir découvrir toutes, mais il ne faut pas aussi négliger celles qu'on peut appercevoir. Quelquefois elles sont d'un secours imprévu dans de hautes spéculations, ou facilitent de grands Calculs, & tout au moins, c'est toujours un spectacle agréable à l'Esprit.

M. de Beaufort a découvert cette Propriété singulière. Un Nombre, qui sera une puissance quelconque, étant posé, si le double de l'Exposant de la puissance plus 1 est un nombre premier, ce nombre premier sera un Diviseur exact du nombre posé, augmenté ou diminué de 1. Des Exemples vont faire entendre cette Proposition, & en même temps la nécessité d'une exception qu'il y faut apporter.

La Proposition a lieu jusque sur les 1<sup>res</sup> Puissances, qui ne sont que les Nombres mêmes non élevés. Ainsi le double de l'Exposant de la 1<sup>re</sup> Puissance, qui est 1 étant 2, & 2 plus 1 étant 3, nombre premier, tout nombre augmenté ou diminué de 1 est divisible par 3. 25 par exemple diminué de 1, & 26 augmenté de 1, c'est-à-dire 24 & 27 sont divisibles par 3. L'exception nécessaire saute aux yeux, il ne faut point que le nombre posé soit ni 3, ni un multiple de 3, car alors il seroit divisible par 3 sans être augmenté ni diminué de 1.

Il ne seroit point du tout nécessaire de passer par cette



considération des Exposants, & des Nombres premiers, pour trouver simplement que tout nombre qui n'est ni 3, ni multiple de 3, est divisible par 3, lorsqu'il est augmenté ou diminué de 1, car toute la suite naturelle des Nombres étant divisée de trois en trois, on voit d'un coup d'œil que tout nombre qui n'est ni 3 ni un multiple de 3, est ou comme 25 d'une unité au-dessus, ou comme 26 d'une unité au-dessous d'un multiple de 3. Mais en s'en tenant-là, on n'auroit pas découvert la Propriété générale.

Les nombres quarrés ayant 2 pour Exposant, & 4 plus 1 étant 5 nombre premier, tous les quarrés augmentés ou diminués de 1, sont divisibles par 5, à l'exception des quarrés multiples de 5, auxquels visiblement cette augmentation ou diminution ne convient pas. Ainsi en prenant la suite des quarrés 4, 9, 16, 36, 49, &c. on voit que 5, 10, 15, 35, 50, &c. sont divisibles par 5.

De même les nombres cubiques, 8, 27, 64, 125, &c. qui augmentés ou diminués de 1 sont 7, 28, 63, 126, &c. sont divisibles par 7, parce que 2 fois 3 plus 1 est 7, nombre premier.

La propriété n'a point lieu sur la 4<sup>me</sup> puissance, puisque 2 fois 4 plus 1, est 9, qui n'est pas nombre premier. Mais elle recommence à la 5<sup>me</sup> puissance, car deux fois 5 plus 1 est 11, nombre premier, & tous les nombres qui ne sont pas multiples de 11 élevés à la 5<sup>me</sup> puissance, & augmentés ou diminués de 1 sont divisibles par 11. Ainsi 32, 5<sup>me</sup> puissance de 2, augmenté de 1, est 33, divisible par 11; 243, 5<sup>me</sup> puissance de 3, diminué de 1, est 242 divisible par 11.

La propriété continuë pour la 6<sup>me</sup> puissance, dont les nombres seront divisibles par 13. Elle cesse pour la 7<sup>me</sup>, parce que 15 n'est pas nombre premier. Elle reprend à la 8<sup>me</sup> puissance, &c.

Toutes les puissances, dont l'exposant est pair, sont des quarrés, & par conséquent tous les nombres élevés à ces puissances seront divisibles par 5 en qualité de quarrés,

j'entends qu'ils seront augmentés ou diminués de 1. Ces nombres élevés à toute autre puissance paire que 2, seront de plus quelque autre puissance que le quarré, par exemple la puissance dont l'exposant est deux fois 3, est aussi un cube, & ces mêmes nombres en qualité de cubes, seront aussi divisibles par 7. Ainsi 729 qui est 3 élevé à la puissance deux fois 3 ou le quarré de 27 & le cube de 9, est divisible par 5 & par 7. Et parce que 729 est aussi la 6<sup>me</sup> puissance de 3, & que la 6<sup>me</sup> puissance est, comme nous l'avons vû, dans le cas de la propriété dont il s'agit, ce nombre sera divisible par 5, par 7, & par 13. Il suit de-là que quand l'exposant d'une puissance est un nombre formé du produit de plusieurs facteurs, comme chacun de ses facteurs, & les différents produits qu'on en peut faire selon les regles des Combinaisons, & le produit total ou l'exposant même, expriment tous quelque puissance, le nombre élevé à la puissance totale a la propriété autant de fois qu'il y a de ces facteurs, & de ces produits particuliers à qui elle appartient, & qu'il l'a encore une fois si elle appartient à l'exposant total. Chaque fois produira un nombre par lequel il sera divisible. Ainsi 16 qui est un quarré, & une 4<sup>me</sup> puissance, n'a la propriété qu'une fois, & est divisible par 5 en qualité de quarré, mais en qualité de 4<sup>me</sup> puissance, il n'a point la propriété ni de nombre diviseur. Toute puissance, dont l'exposant est un nombre premier, ne peut avoir la propriété qu'une fois, si elle l'a, car nous avons vû que la 7<sup>me</sup> puissance, par exemple, ne l'a pas.

En suivant assés loin tous les nombres diviseurs des puissances qui ont la propriété, nous observons que ces diviseurs sont tous les nombres premiers pris de suite à commencer par 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, &c. Si l'on a devant soi une Table de ces nombres; comme celle qui est dans les leçons de Mathematiques de M. l'Abbé de Molieres, dont nous avons parlé en 1726 \*, il suit de tout ce qui a été dit, une Méthode très-aisée de découvrir tout d'un coup à quelles puissances appartient la propriété.

Il ne faut que prendre un nombre premier quelconque, par exemple 41, en retrancher 1, & sa moitié 20 est l'exposant de la puissance, qui a 41 pour diviseur. En même temps on voit que l'exposant 20 étant formé des facteurs, 2, 2, 5, un nombre élevé à la 20<sup>me</sup> puissance, est un carré, une 4<sup>me</sup>, une 5<sup>me</sup>, une 10<sup>me</sup> & une 20<sup>me</sup> puissance, qu'il n'a point la propriété en qualité de 4<sup>me</sup> ni de 10<sup>me</sup> puissance, & qu'il ne l'a que dans les trois autres, & que par conséquent il est divisible par 5, par 11, & par 41. Nous ne parlons point de la propriété d'être divisible par 3 en qualité de 1<sup>re</sup> puissance, cela est commun à tous les nombres, & doit être toujours sous-entendu. On trouvera de même que le nombre premier 29 appartient à la puissance 14, qui n'étant formée que des facteurs 2 & 7, ne sera divisible que par 5 en qualité de carré, par 29 en qualité de 14<sup>me</sup> puissance, & non en qualité de 7<sup>me</sup> puissance.

Il est souvent difficile, peut-être même impossible, de trouver des démonstrations générales & analytique de ces sortes de propriétés des nombres, & M. de Beaufort n'en a pas donné de celle ci. On est obligé de se contenter d'inductions assez longues, il y a tout lieu de croire que ce qui se soutient toujours sans altération pendant un long cours, se soutiendra également jusqu'au bout. La preuve fort simple & fort courte, qui a été donnée de la divisibilité de tout nombre, ou de toute 1<sup>re</sup> puissance par 3, pourra être appliquée successivement aux autres puissances, en y apportant les modifications nécessaires, & par cette route on fera, comme M. de Beaufort, des inductions suffisantes de puissance en puissance.

Quand on a de grands nombres, dont on veut sçavoir, si une certaine racine, par exemple, la 5<sup>me</sup> est rationnelle, ou irrationnelle, on peut par la Théorie de M. de Beaufort s'épargner la peine d'une longue & pénible extraction de racine 5<sup>me</sup>, car si le nombre proposé, augmenté ou diminué de 1, n'est pas divisible par 11, certainement il n'est pas une puissance 5<sup>me</sup>, & sa racine 5<sup>me</sup> est irrationnelle. On voit du premier coup d'œil si un nombre est divisible par 5, car alors

son dernier chiffre est 5 ou 0, & l'on voit de même si, augmenté ou diminué de 1, son dernier chiffre seroit 5 ou 0. Or à moins que de cela il n'est point quarré, & l'on voit de ce seul coup d'œil si sa racine 2<sup>de</sup> est irrationnelle. Il faut prendre garde qu'on doit seulement juger que sa racine 2<sup>de</sup> est irrationnelle, ou qu'il n'est pas quarré, mais non pas qu'il soit quarré, dès que par l'addition ou le retranchement de 1, on lui trouve 5 pour diviseur. Tous les nombres quarrés ont cette propriété, mais il s'en faut bien que tous ceux qui l'ont soient quarrés. C'est la même chose pour les autres puissances.

Voici encore une propriété de nombres, non pas absolument découverte, comme la précédente, par M. de Beaufort, mais poussée beaucoup plus loin qu'elle n'avoit été. On ne sçauroit calculer le moins du monde sans s'appercevoir que si on élève à des puissances quelconques des nombres, dont le dernier chiffre soit 0, ou 1, ou 5, ou 6, il vient des nombres terminés par le même chiffre que la racine, ou le nombre sur lequel on a opéré pour l'élever. Quelques Auteurs se sont apperçus de plus que tous les nombres élevés au quarré, & par conséquent à toute puissance paire, ne se terminent que par les chiffres qu'on vient de marquer, ou encore par 4 & 9, & jamais par 2, par 3, par 7, ni par 8. C'est là ce qui a donné lieu à M. de Beaufort de rendre la propriété générale, & de faire une petite Théorie des derniers chiffres qui termineront les puissances quelconques des nombres.

Il a démontré d'abord, car ici ce ne sont plus des inductions, qu'en prenant deux nombres également éloignés de 0 & de 10, leurs quarrés doivent se terminer par le même chiffre. On le voit en effet dans 1 & 81, quarrés de 1 & de 9, dans 4 & 64, quarrés de 2 & de 8, dans 9 & 49, dans 16 & 36. 5 étant précisément au milieu de l'intervalle entre 0 & 10, son quarré ne peut être comparé de cette manière à un autre correspondant; seulement il donne un nouveau chiffre 5, par lequel un quarré se termine.

Que deux nombres soient pris, non entre 0 & 10, mais entre 10 & 20, entre 20 & 30, &c. avec la même condi-



tion d'être également éloignés des extrêmes, M. de Beaufort démontre que ce sera encore la même chose. Ainsi les quarrés de 11 & de 19, de 12 & de 18, &c. ceux de 21 & de 29, &c. se termineront par le même chiffre. Il seroit inutile de répéter que le quarré représente toutes les puissances paires, puisque toute puissance paire est un quarré.

Quant aux puissances impaires, la regle générale trouvée & démontrée par M. de Beaufort, est que deux nombres étant pris également éloignés des extrêmes 0 & 10, & élevés à une puissance impaire quelconque, ils se terminent par deux chiffres qui pris ensemble font 10, de sorte que si l'on a l'un, on a l'autre. Ainsi le cube de 2 étant 8, & terminé par 8, le cube de 8 se terminera par 2, parce que 8 & 2 font 10, & en effet ce cube de 8 est 512. 27, cube de 3, & 343, cube de 7, se terminent par 7 & 3, qui font 10. Il en va de même des cubes de deux nombres également éloignés de 10 & de 20, &c. & en général de deux nombres quelconques ainsi conditionnés, élevés à une puissance impaire.

Il n'y a point de chiffre par lequel quelque puissance impaire ne puisse se terminer.

Tout cela posé, il est assés facile de voir par quels chiffres se termineront des nombres quelconques élevés à des puissances quelconques. Il suffit de considérer par quel chiffre sera terminé ce nombre à élever, car 11, 12, 13, &c. 21, 22, 23, &c. sont de la même condition à cet égard que leurs chiffres terminants, 1, 2, 3, &c. Les puissances quelconques de 11, 12, 13, &c. de 21, 22, 23, &c. se termineront par les mêmes chiffres que celles de 1, 2, 3, &c. Il suffit donc de considérer quels chiffres termineront les puissances quelconques de 0, 1, 2, 3, &c. 10. Et même il est inutile de songer à celles de 0, & de 5, qui ne peuvent se terminer que par 0 & par 5.

Si les nombres sont élevés au quarré, tous ceux qui sont terminés par 1, & tous ceux qui le sont par 9 son correspondant, ne peuvent après l'élévation se terminer que par 1,

car le nombre simple 1 étant quarré est 1, ou se termine par 1, & il régle en même temps son correspondant 9.

Pour la même puissance, tous les nombres terminés par 2, ou par 8, ne peuvent se terminer que par 4, étant quarrés, puisque le quarré de 2 est 4, ou se termine par 4. De même tous les nombres terminés par 3, ou par 7, auront un quarré terminé par 9. Enfin tous les nombres terminés par 4, ou par 6, auront un quarré terminé par 6, car le quarré de 4 est 16.

Il faut remarquer ici que quoique la 4<sup>me</sup> puissance soit aussi un quarré, les nombres élevés à cette puissance ne se terminent pas par autant de chiffres différents que ceux qui sont élevés au simple quarré. Ceux qui étoient terminés par 1 & par 9, se terminent après l'élevation par 1, ceux qui étoient terminés par 2, ou par 8, se terminent par 6, parce que la 4<sup>me</sup> puissance de 2 est 16, ceux qui étoient terminés par 3, ou par 7, se terminent par 1, parce que la 4<sup>me</sup> puissance de 3 est 81, enfin ceux qui étoient terminés par 4, ou par 6, se terminent par 6, parce que la 4<sup>me</sup> puissance de 4 est 256. Ainsi des quatre chiffres, 1, 4, 6, 9, car nous ne comptons point 0 & 5, par lesquels se peuvent terminer les nombres élevés aux puissances paires, la puissance 4<sup>me</sup> & par conséquent toute puissance dont l'exposant est divisible par 4, en retranche deux, qui sont 4 & 9.

Pour les puissances impaires, tous les nombres terminés par 1, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 1, & leurs correspondants terminés par 9, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 9, car selon la Théorie de M. de Beaufort, le nombre simple 1 cubé, étant 1, & terminé par 1, dont le complément à 10 est 9, le nombre simple 9 son correspondant étant cubé, doit être tel que le complément de son dernier chiffre à 10 soit 1, & par conséquent ce dernier chiffre sera 9. De même les nombres terminés par 2; étant cubés, seront terminés par 8, & leurs correspondants terminés par 8, le seront alors par 2. Les nombres terminés par 3, étant cubés, seront terminés par 7, & leurs correspondants

pondants terminés par 7, le seront par 3. Enfin les nombres terminés par 4, étant cubés, seront terminés par 4, & leurs correspondants terminés par 6, le seront encore par 6.

On raisonnera de même sur les autres puissances impaires, & il sera même aisé de faire une Table des derniers chiffres de toutes les puissances, au moyen de laquelle tout se présentera au premier coup d'œil, & pourra même faire encore naître de nouvelles réflexions.

On s'apperoit sans doute que ces chiffres déterminés, qui finissent les puissances des Nombres, sont une propriété attachée à ce que la progression qu'on a choisie arbitrairement pour le retour périodique des chiffres, est la progression décuple. Dans une autre progression qui seroit de neuf en neuf, au lieu que celle-ci est de dix en dix, ce seroient d'autres chiffres qui auroient la propriété. Les démonstrations fondamentales dont M. de Beaufort a eu besoin pour sa Théorie, ont été générales, & pour une progression quelconque. On pourroit par curiosité en tirer les propriétés de telle autre progression qu'on voudroit, mais ce seroit une curiosité assez inutile, & il vaut mieux que les travaux de l'Esprit aient quelque objet plus réel. La propriété dont il s'agit, prise dans la progression décuple, peut avoir son usage pour faire reconnoître si des nombres, sur-tout de grands nombres, sont certaines puissances, au lieu que la même propriété dans toute autre progression ne s'appliqueroit à rien, du moins tant que la pratique ancienne, & si bien établie, subsistera.

Tandis qu'on en étoit à l'Académie sur les propriétés des puissances des Nombres, M. Pitot en proposa une qui pouvoit avoir assez d'usage, & des conséquences curieuses.

Toute puissance de tout nombre est exactement divisible par 4, ou le devient par l'addition ou le retranchement de 1. Cette alternative demande que l'on entre dans la distinction des nombres & des puissances.

Toutes les puissances des nombres pairs sont divisibles par 4. Car tout nombre pair est 2 multiplié par quelqu'un des nombres naturels 1, 2, 3, &c. Or ce produit étant quarré,

4 en est nécessairement un facteur, s'il est cubé, c'est 8 qui est ce facteur, & 8 est deux fois 4, s'il est élevé à la 4<sup>me</sup> puissance, c'est 16, à la 5<sup>me</sup> 32, &c.

Toutes les puissances paires des nombres impairs, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Car tout impair est un certain pair plus 1, & si on quarre 3 ou 2 plus 1, ou 4 plus 1, &c. on a 4 plus 4 plus 1, ou 16 plus 8 plus 1, &c. & l'on voit que dans ces grandeurs tout est divisible par 4, pourvu qu'on retranche 1.

Pour les puissances impaires des impairs, il y a un cas où il faut encore retrancher 1, & un autre où il faut l'ajouter.

Les impairs, où il ne faut pas compter 1 qui n'a point de puissances, sont 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. En ne prenant qu'alternativement tous les termes de cette Suite infinie, on en fait deux, dont la 1<sup>re</sup> est 3, 7, 11, &c. & la 2<sup>de</sup>, 5, 9, 13, &c. Les puissances impaires de tous les termes de la 1<sup>re</sup>, augmentées de 1, & de tous les termes de la 2<sup>de</sup>, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Ainsi 27 cube de 3, 243, 5<sup>me</sup> puissance de 3, &c. 343 cube de 7, 16807, 5<sup>me</sup> puissance de 7, étant augmentés de 1, sont divisibles par 4. Au contraire il faut retrancher 1 de 125 cube de 5, de 3125, 5<sup>me</sup> puissance de 5, &c. de 729 cube de 9, de 59049, 5<sup>me</sup> puissance de 9, &c.

Il suit de-là que l'addition de 1 n'est que pour les puissances impaires des impairs de la 1<sup>re</sup> Suite, & que le retranchement de 1 est pour les puissances tant paires qu'impaires des impairs de la 2<sup>de</sup> Suite, puisque nous avons vu qu'il est nécessaire pour les puissances paires de tout impair.

Ces deux Suites sont visiblement des progressions arithmétiques, & la différence de l'une & de l'autre est 4. M. Pitot démontre leur différente propriété, en observant simplement leur formation ou génération par cette différence 4.

Mais comme il a vu que ces deux Suites n'ont 4 pour diviseur exact des puissances paires ou impaires de tous leurs termes, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, que parce que ce sont des progressions arithmétiques formées sur



la différence 4, il a jugé avec raison que d'autres progressions pareilles formées sur toute autre différence, par exemple, sur 5, sur 6, &c. auroient la même propriété, c'est-à-dire, que les puissances de tous leurs termes, augmentées ou diminuées de 1, seroient divisibles par 5, par 6, &c. En effet en prenant 5 pour différence, on a pour 1<sup>re</sup> Suite selon la formation de M. Pitot, que l'on retrouvera aisément, 4, 9, 14, 19, &c. & pour 2<sup>de</sup> Suite 6, 11, 16, 21, &c. les puissances impaires de la 1<sup>re</sup> Suite augmentées de 1, & les puissances tant paires qu'impaires de la 2<sup>de</sup>, diminuées de 1, sont divisibles par 5. Ainsi un nombre quelconque étant donné, que l'on voudra qui soit diviseur des puissances quelconques de tous les termes de deux Suites infinies, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, on formera aisément ces deux Suites, & c'est-là un Problème nouveau sur les Nombres, qui peut-être aura lieu dans quelques hautes spéculations.

Du moins en attendant cet usage, on a ici de nouveaux moyens de reconnoître si des Nombres proposés sont des puissances parfaites, ou, ce qui est le même, ont des racines rationnelles, & quelles pourront être ces racines; car on voit d'un coup d'œil si un nombre est divisible par 4, ou s'il le deviendra par l'addition ou le retranchement de 1.

Si un nombre n'est pas divisible par 4, il n'est aucune puissance paire d'un nombre pair, & si diminué de 1 il n'est point encore divisible par 4, il n'est aucune puissance paire d'aucun nombre impair, & par conséquent il n'a aucune racine paire rationnelle.

Si par l'addition de 1 il ne devient point divisible par 4, il n'est aucune puissance impaire d'aucun des termes de la Suite 3, 7, 11, &c.

Si par le retranchement de 1, il ne devient pas divisible par 4, il n'est aucune puissance impaire d'aucun des termes de la Suite 5, 9, 13, &c.



# GEOMETRIE.

## *SUR LE ROULEMENT DES POLYGONES REGULIERS.*

V. les M.  
p. 204

**T**OUT le monde sçait que la Cycloïde est formée par le roulement d'un Cercle sur une ligne droite, c'est-à-dire, par l'application successive de tous ses points à tous ceux de cette ligne. Les Géometres ont démontré que l'espace contenu entre la Cycloïde & la droite ou base sur laquelle le Cercle a roulé, étoit triple de celui du Cercle.

Si l'on imagine la Suite des Polygones réguliers commençant par le Triangle équilatéral, par le Quarré, le Pentagone, & continuée à l'infini par des Polygones, dont les côtés toujours égaux dans chacun, croîtront en nombre, & décroîtront de grandeur, le dernier terme de cette Suite infinie sera un Cercle, & de-là il suit que si ces Polygones rectilignes rouloient sur une base droite, comme le Cercle y roule pour la génération de la Cycloïde, on trouveroit dans les espaces formés par le roulement de ces Polygones, un rapport aux espaces des Polygones générateurs, qui seroit ou le même que celui de la Cycloïde au Cercle, c'est-à-dire, un rapport triple, ou du moins ce rapport modifié de façon qu'il deviendrait triple dans l'infini. M. de Maupertuis, qui a eu cette pensée, où l'analogie le conduisoit, en a éprouvé la vérité.

Un Triangle équilatéral étant appliqué par un de ses côtés sur une base droite, si ensuite on le meut, en sorte qu'une des extrémités de ce côté qui étoit appliqué se relève, & décrive un arc de cercle sur l'autre extrémité immobile, jusqu'à ce que le côté suivant s'applique sur la base, & que ce

2<sup>d</sup> côté fasse le même mouvement, jusqu'à l'application du 3<sup>me</sup> sur la base, après quoi le roulement du Triangle sera fini, on verra clairement que l'angle ou sommet du triangle, qu'on aura pris pour point décrivant, aura décrit deux arcs de cercle de 120 degrés chacun sur deux centres différents & sur deux rayons égaux. Si du point où ces deux arcs se rencontrent, on leur tire deux cordes jusqu'à la base où ils se terminent, l'espace compris entre ces deux cordes & la base sera triple du Triangle équilatéral; c'est une chose qui sautera aux yeux. Il faut bien remarquer que cet espace triple du Triangle générateur, n'est pas celui qui est enfermé par les deux arcs circulaires que le Triangle a réellement décrits, mais seulement celui qui l'est par leurs cordes, qu'il n'a pas décrites.

Ce sera la même chose pour un Quarré roulant de la même manière. Un de ses angles pris pour point décrivant, décrira trois arcs circulaires sur trois différents centres, & il sera visible à l'œil même que l'espace renfermé par les cordes de ces trois arcs & par la base sera triple du Quarré.

Il n'en faudroit peut-être pas davantage pour prouver que le rapport triple de l'espace Cycloïdal à celui du Cercle générateur est une propriété commune à tous les Polygones réguliers roulants sur une base droite, car si elle appartient aux deux premiers Polygones, & au dernier de la Suite infinie, il est très vrai-semblable qu'elle est par-tout. Il est vrai qu'elle pourroit d'abord paroître un peu différente dans ces premiers Polygones rectilignes & dans le Cercle. A l'égard des Polygones il faut prendre l'espace renfermé par les cordes des arcs circulaires décrits, & à l'égard du Cercle il faut prendre l'espace renfermé par les arcs mêmes que le point décrivant du Cercle aura décrits. Mais il est aisé de voir que cette différence n'est qu'apparente. Le Triangle décrit deux arcs circulaires, le Quarré trois, le Pentagone en décrira quatre, &c. & en général le Polygone régulier décrira toujours autant d'arcs moins un qu'il aura de côtés. Plus il décrira d'arcs, moins l'espace renfermé par les arcs,

& celui qui le fera par leurs cordes, seront différents, & enfin la différence s'évanoüira entièrement, quand le nombre des arcs décrits sera infini, comme il l'est quand le Polygone roulant est un Cercle. Alors les arcs & les cordes se confondent.

Mais M. de Maupertuis n'a pas crû qu'il fût suffisant que la propriété connuë de l'espace circulaire à l'égard du Cycloïdal se trouvât aussi dans les deux premiers Polygones réguliers, & il est bien certain que cette analogie n'est pas du même prix, qu'une démonstration générale & géométrique, telle qu'on la donne ici. M. de Maupertuis y fait un usage heureux d'une belle propriété des Cordes des Polygones donnée par feu M. le Marquis de l'Hôpital.

Si l'on fait rouler un Cercle, non plus sur une base droite; mais sur un Cercle, l'espace de l'Epicycloïde qui en naîtra, sera quintuple du Cercle générateur, comme le sçavent les Géomètres, & M. de Maupertuis fait voir par sa Théorie générale, qu'il en ira de même de tous les Polygones rectilignes, & d'un nombre de côtés finis qui auront roulé sur des Polygones égaux & semblables. On entend assés qu'à l'égard de ces Polygones finis, il faudra prendre l'espace déterminé par les cordes des arcs décrits.

Puisqu'il se trouve une si constante analogie entre les espaces du Cercle & de la Cycloïde, & ceux de tous les Polygones réguliers roulants, comparés aux espaces décrits par leur roulement, il y a toute apparence que le contour ou la circonférence de la Cycloïde étant quadruple du diamètre de son Cercle générateur, le contour de la figure formée par un Polygone régulier fini, qui aura roulé sur une base droite, sera pareillement quadruple de la ligne qui aura fait la fonction de diamètre dans ce roulement. C'est aussi ce que M. de Maupertuis démontre, mais il y a ici un peu plus de difficulté. Le contour de la figure formée par le roulement d'un Polygone rectiligne quelconque sur un Polygone égal & semblable, est octuple de la ligne qui a été le diamètre de ce roulement, précisément comme la circonférence



de l'Epicycloïde, formée par le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, est octuple du diametre du Cercle. Il est peut-être remarquable qu'on ait apperçû ces propriétés dans le Polygone infini, avant que de les appercevoir dans les finis, mais il n'est pas extrêmement rare que l'infini nous mene à des connoissances du fini, que l'on n'auroit pas eûës autrement, & en général toutes les vérités ont presque toujours plus de branches qu'on ne pense.

## *SUR LES POLYGONES REGULIERS CIRCONSCRITS ET INSCRITS.*

**S**I on circonscrit & si on inscrit à un même Cercle deux Polygones réguliers de même nom, & par conséquent semblables, deux Triangles équilatéraux, deux Quarrés, deux Pentagones, &c. il y aura une différence très sensible entre les deux espaces rectilignes compris, l'un par le Polygone circonscrit, & l'autre par l'inscrit. Que sur un des côtés du circonscrit pris pour diametre, on décrive un Cercle auquel on inscrira un Polygone semblable, ou que d'un des côtés du Polygone inscrit pris de même pour diametre, on décrive un Cercle auquel on circonscrira le 3<sup>me</sup> Polygone semblable, qui sera le même de laquelle des deux façons qu'on ait operé, & inscrit ou circonscrit au même Cercle, l'espace compris par ce 3<sup>me</sup> Polygone sera égal à la différence des espaces compris par les deux 1<sup>ers</sup>. C'est une Proposition nouvelle dûë à M. du Fay, & dont la démonstration se fait presque à l'œil. Il est bon, pour plus de facilité, que les deux 1<sup>ers</sup> Polygones soient disposés de sorte que le point du milieu des côtés de l'inscrit réponde précisément au sommet des angles du circonscrit.

V. les M.  
p. 297.

Le Cercle auquel on circonscrit & l'on inscrit deux Polygones réguliers semblables, est lui-même certainement un Polygone régulier, mais infini; ainsi puisqu'il est indifférent

quels Polygones semblables on circonscrive & inscrive, on peut circonferire & inscrire deux Cercles qui sont semblables, & le Polygone du milieu, c'est-à-dire, celui par rapport auquel on fait la circonscription, & l'inscription sera nécessairement un Polygone rectiligne ou fini, & alors la propriété trouvée par M. du Fay doit subsister, c'est-à-dire, que la différence des aires des deux Cercles, l'un circonscrit, l'autre inscrit, cette espece d'Anneau qu'ils laisseront entr'eux, doit être égale à quelque autre Cercle, qui sera le 3<sup>me</sup> Polygone semblable aux deux premiers. Mais où prendre le diametre de ce Cercle? il faudroit, selon ce que nous avons établi pour les Polygones rectilignes, que ce fût un côté du Polygone soit circonscrit, soit inscrit; mais ici les deux Polygones, le circonscrit & l'inscrit, qui sont deux Cercles, n'ont aucun côté fini & déterminable. Alors il faut prendre pour diametre du 3<sup>me</sup> Cercle que l'on cherche, le côté du Polygone du milieu, qui sera toujours rectiligne. On le verra très-clairement si le Polygone du milieu est un Quarré. L'aire du Cercle circonscrit sera double de celle de l'inscrit, & par conséquent la différence de leurs aires égale au Cercle inscrit; d'un autre côté le 3<sup>me</sup> Cercle, qui aura pour diametre le côté du Quarré, sera visiblement le même que cet inscrit. Mais ceci n'est qu'un exemple, & M. du Fay démontre la proposition en général.

Si au lieu de deux Cercles on circonscrit & inscrit à ce Quarré deux autres Polygones semblables, comme deux Octogones, un Cercle qui aura encore pour diametre le côté du Quarré, sera tel que si l'on y inscrit un 3<sup>me</sup> Octogone, son aire sera égale à la différence des aires des deux premiers. Ce n'est encore là qu'un exemple qu'il faut concevoir élevé à une entière généralité.

M. du Fay a trouvé moyen, du moins dans les Polygones pairs, de n'être pas obligé à décrire sur un côté de Polygone le Cercle où sera inscrit le Polygone semblable aux deux premiers, & égal à la différence de leurs aires. Il décrit d'une manière très-simple ce 3<sup>me</sup> Polygone, qui se trouve concentrique aux deux premiers, ce qui fait une espece d'agrément.

Nous

Nous ne suivrons pas cette matière jusqu'à M. du Fay l'a poussée. La Géométrie, sur-tout la Géométrie pure, passé un certain point, veut être traitée tout-à-fait géométriquement.

## SUR UN NOUVEAU DÉVELOPPEMENT DES COURBES.

**L**ES Géomètres cherchent de toutes parts des nouveautés dignes de leur attention, & de l'état où cette sublime Science est aujourd'hui. M. Huguens avoit trouvé la belle Théorie des Développées, en concevant les Courbes couvertes par leur convexité d'un fil ou égal à leur contour, ou plus long, que l'on en détachoit, de façon qu'il fût toujours Tangent de la Courbe à chaque instant où il l'abandonnoit \*. La portion de ce fil devenu ligne droite, étoit à chaque instant le Rayon d'un arc circulaire infiniment petit décrit par son extrémité mobile, & la suite de tous ces arcs différemment posés les uns par rapport aux autres, formoit une nouvelle Courbe, qu'on peut appeller *Développante* par opposition à celle qui a été *Développée* du fil. Tous les Rayons qui partent de la Développée sont donc perpendiculaires à la Développante, & si réciproquement on prend une Courbe quelconque pour Développante, comme on le peut, ou, ce qui est le même, pour formée par le développement d'une autre, & qu'on imagine des perpendiculaires tirées sur tous ses points du côté de sa convexité, ils se rencontreront deux à deux du côté de la concavité en des points qui appartiendront tous à la Développée, & en formeront le contour.

Nous avons vû en 1709 \*, que M. de Reaumur avoit étendu cette idée, en faisant tomber sur tous les points de la convexité d'une Courbe quelconque prise pour Développante, des droites qui y fissent toutes non un angle droit, comme dans la Théorie de M. Huguens, mais tout autre angle quelconque. Du concours de ces lignes au dedans de

*Hist. 1727.*

. H

V. les M.  
p. 340.

\* V. l'Hist.  
de 1701.  
p. 80. 2<sup>de</sup>  
Édit. &  
celle de  
1706.  
p. 90.

\* p. 64.  
& suiv.

la Développante, naissent de nouvelles sortes de Développées, que nous avons nommées *imparfaites*.

Dans l'une & l'autre Théorie, les Rayons de la Développée en sont toujours les Tangentes; maintenant M. de Maupertuis sort absolument de cette idée. Il développe une Courbe de façon que le fil qui l'abandonne lui soit toujours perpendiculaire, au lieu de la toucher. La condition que le Rayon soit Tangente, fait qu'on ne peut développer une Courbe que du côté de sa convexité; car les Tangentes ne sont que de ce côté-là, mais on tire aussi-bien une perpendiculaire à la Courbe du côté de la concavité que de celui de la convexité, & par conséquent le développement de M. de Maupertuis se fait des deux côtés également, & on peut concevoir deux fils couchés sur la Courbe, ou plutôt une seule perpendiculaire qui la coupe à chaque point, & qui par ses deux extrémités décrit & au dehors & au dedans de la Développée une Développante. La longueur de cette perpendiculaire, ou Rayon, est, comme dans le Développement de M. Huguens, égale à l'arc de la courbe développée jusque-là, à moins que la longueur du fil, ainsi qu'il arrive, & doit arriver souvent, n'ait excédé la Courbe, & en ce cas il faut que ce soit d'une quantité connue. La Courbe ayant été enveloppée ou couverte de deux fils égaux, la longueur de la perpendiculaire ou Rayon entre la Développée, & l'une ou l'autre Développante, est visiblement égale.

Toute Courbe a une Développée à la manière de M. Huguens, & par conséquent elle a à chacun de ses points un Rayon de la Développée, qui lui est perpendiculaire, & dont les Géomètres connoissent l'expression générale. Donc la Courbe, qui se développe à la manière de M. de Maupertuis, se développant par un fil toujours perpendiculaire, ce fil est dans la même position que le Rayon de la Développée de M. Huguens, & il doit faire partie de ce Rayon, ou ce Rayon faire partie de lui. Comme la longueur de tout Rayon de la Développée est connue, si l'on tire ce Rayon à un point quelconque de la Courbe qu'on développe selon le nouveau



développement, il ira du côté de sa concavité rencontrer la Développante, qui est de ce côté-là, & prolongé du côté de la convexité, il rencontrera l'autre Développante à la même distance, ainsi qu'il vient d'être dit.

Il se forme donc deux espaces *mixtilignes* compris entre 1<sup>o</sup> l'Axe commun aux trois Courbes, la Développée & les deux Développantes, 2<sup>o</sup> le Rayon ordinaire de la Développée, 3<sup>o</sup> la Courbe qu'on développe perpendiculairement, 4<sup>o</sup> l'une ou l'autre Développante. De ces deux espaces, l'un est donc vers la convexité de la Développée, l'autre vers la concavité.

Des quatre lignes qui les enferment, ils en ont toujours trois communes ou égales, & ils ne diffèrent que par la 4<sup>me</sup> seule, qui est l'une ou l'autre Développante. Or la Développante qui est du côté de la convexité de la Développée est plus grande que l'autre ; car que l'on conçoive outre le Rayon ordinaire de la Développée, qui est une des lignes entre lesquelles l'espace est compris, un autre Rayon infiniment proche, ces deux Rayons ne peuvent concourir que du côté de la concavité de la Développée, & ils se serrent toujours en approchant de ce point où ils concourent. Or c'est par leurs parties prises à distances égales de part & d'autre de la Développée, qu'ils décrivent les deux Développantes, ils décrivent donc par des parties plus serrées la Développante qui est du côté de la concavité de la Développée, & donnent moins d'étendue aux côtés infiniment petits de cette Développante, ce qui la rend moindre dans son tout, & l'autre au contraire plus grande. Ce raisonnement n'est pas démonstratif, parce que dans un intervalle plus serré la position d'une ligne peut être telle qu'elle en deviendra si grande qu'on voudra, & il faudroit prouver encore que les petits côtés de la Développante, qui est vers la concavité, ne deviennent pas par ce principe plus grands que ceux de l'autre Développante, ni égaux, mais la preuve n'en seroit pas assez aisée ; on peut se contenter du fait constant par le calcul, que la Développante vers la convexité est la plus grande, & l'on

ſçaura de plus que ce que nous avons dit des deux Rayons infiniment proches eſt un des principes de cette propriété. De ce que cette Développante eſt la plus grande, il ſuit que l'eſpace auquel elle appartient, eſt auſſi le plus grand.

M. de Maupertuis ayant trouvé l'expreſſion algébrique de l'Element infiniment petit de ces deux eſpaces, voit aſſément ſi on en peut trouver l'*Integrale*, c'eſt-à-dire la grandeur finie qui ſera l'un ou l'autre eſpace, auquel cas on auroit la quadrature d'un ou de deux eſpaces terminés en partie par des Courbes, ce qui eſt toujours précieux aux Géomètres. Mais ni l'une ni l'autre expreſſion de l'Element de ces eſpaces ne peut être *intégrée* abſolument, non pas même en ſuppoſant que l'arc quelconque de la Courbe développée qui entre néceſſairement dans cette expreſſion, fût *rectifiable*, ou égal à une droite déterminée, comme il l'eſt quelquefois. Par conſéquent aucun des deux eſpaces n'eſt quarrable.

Mais ce qu'ils ne ſont pas, pris ſéparément, ils le ſont pris enſemble, pourvû que l'arc de la Courbe développée ſoit rectifiable. Chaque expreſſion des Elements des deux eſpaces avoit certaines grandeurs qui l'empêchoient de pouvoir être intégrée; quand on ajoûte les deux expreſſions l'une à l'autre, ces grandeurs qui de part & d'autre empêchoient l'intégration, ſe détruiſent, & diſparoiſſent. Ce ſont là des eſpeces d'accidents de Calcul, qui peuvent ſurprendre quand on les énonce en général, & ne le peuvent plus quand on les voit. M. de Maupertuis a recherché le vrai principe de celui-ci; car ſi on veut de la lumière, il ne faut pas ſe contenter de prendre ce que le Calcul donne, il faut ſçavoir pourquoi il le donne.

Que la Courbe qu'on développe perpendiculairement, ſoit Géométrique, ou Mécanique, tout ce que nous avons dit eſt indépendant de cette différence de nature, quoique ſi eſſentielle.

Comme on ſçait dans la Theorie de M. Huguens, quelle Courbe développante ſera produite par le développement d'une autre quelconque, M. de Maupertuis a voulu détermi-

ner aussi par une Formule generale, quelles seroient les deux Développantes produites par une Courbe quelconque développée à sa maniere. Il résulte de sa Formule, que quand la Développée est géométrique, si de plus elle est rectifiable, les Développantes sont géométriques, mais mécaniques si la Développée n'est pas rectifiable. Quand la Développée est mécanique & rectifiable, & à plus forte raison quand elle est mécanique non rectifiable, les Développantes sont mécaniques.

On ne peut remarquer sans une espee d'admiration que la propriété trouvée à la Spirale logarithmique par feu M. Jacques Bernoulli, se retrouve encore ici. Nous avons dit en 1705\* que cette Courbe tournée de tous les sens dont M. Bernoulli avoit pû s'aviser pour lui en faire produire d'autres, ou pour faire qu'elle fût produite par d'autres, étoit toujours produite par des Spirales logarithmiques, ou en produisoit. Développée à la maniere nouvelle & singulière de M. de Maupertuis, ses deux Développantes sont encore des Spirales logarithmiques, tant elle s'opiniâtre, pour ainsi dire, à n'être jamais qu'elle-même, tant elle est d'une nature indomptable.

\* p. 145.  
& suiv.

## *SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE.*

**I**L faut se rappeler ici ce qui a été dit en 1725\* sur la Goniométrie de M. de Lagny. Les 3 côtés d'un Triangle rectangle quelconque étant connus, il en considère le plus petit angle aigu, & s'il est plus grand que 15 degrés, il le réduit à être moindre, parce que c'est là un avantage dans sa Méthode, après cela il trouve par une formule générale quel est l'Arc de Cercle qui mesure cet angle réduit, & de-là s'ensuit nécessairement la connoissance de ce petit angle aigu tel qu'il étoit avant sa réduction, & celle du grand angle aigu. Il ne s'agit plus ici que de la formule générale qui donne un Arc de cercle cherché, ou la mesure d'un angle.

V. les M.  
p. 120.

\* p. 54-  
& suiv.

Cette formule générale est une Suite infinie décroissante, qui exprime la valeur d'un Arc circulaire quelconque, moindre que 90, par son Rayon, & par sa Tangente uniquement. Sa somme est égale à l'Arc, qui par conséquent seroit égal à une ligne droite ou rectifiée, si on pouvoit déterminer cette somme, mais on ne le peut, & la Suite, à mesure qu'on en prend plus de termes, ne fait qu'approcher toujours davantage de la valeur de l'Arc, sans y pouvoir arriver.

Comme en cherchant la valeur d'un Arc ou Angle qu'on ne peut avoir dans une entière précision, il suffit, selon les différents objets, qu'on se propose d'avoir cette valeur jusqu'à un certain point, car en Astronomie, par exemple, on n'a guère besoin de passer les Secondes, il sera donc avantageux de sçavoir à quel terme de la Suite de M. de Lagny il faut s'arrêter, afin que la somme de tous les précédents donne l'Arc, tel qu'on se contente de l'avoir. Pour cela, M. de Lagny fait deux choses, qu'il est à propos d'expliquer.

1<sup>o</sup>. Toute cette Suite qui a essentiellement une infinité de termes, il la réduit à être représentée par un seul, parce qu'il laisse dans cette expression nouvelle une grandeur indéterminée, qui est le *quantième* de chaque terme dans la Suite. Ainsi en donnant une valeur à ce quantième indéterminé, on a tout d'un coup le 1<sup>er</sup> terme de la Suite, le 2<sup>d</sup>, le 3<sup>me</sup>, &c. le dernier ou infinitième.

Et sur cet infinitième, il ne sera pas inutile de remarquer que c'est un infiniment petit d'un ordre prodigieusement bas, ce qui prouve encore mieux que nous n'avions fait en 1725, que cette suite a l'avantage d'être extrêmement convergente; car ayant commencé par des termes finis, elle ne peut aboutir à un infiniment petit si bas, sans avoir passé par une infinité d'infiniment petits de différents ordres moins bas, qui n'augmenteront point la somme finie.

2<sup>o</sup>. Le point où l'on veut s'en tenir sur la valeur de l'Arc étant fixé, par exemple, si l'on veut ne pas passer les Secondes, ou les Tierces, ou les Quartes, &c. M. de Lagny donne une



expression générale & indéterminée de la grandeur qu'il faut ajouter au terme de la suite où l'on s'arrêtera pour avoir par la somme de tous les précédents, l'Arc aussi précis qu'on le demande. Cette dernière expression contient le quantième indéterminé du terme nécessaire de la suite, de sorte que l'on a tout d'un coup le nombre des termes de la suite qu'il faudra sommer, & la grandeur qu'il y faudra ajouter, pour être aussi près qu'on l'a voulu de la juste valeur de l'Arc. Il n'y a point à cela de bornes, comme aux Tables les plus étendues, qui ne prennent même les Secondes que de 10 en 10. Ici le champ est ouvert pour toutes les parties de degré si petites qu'on voudra, & des Minutes millionnièmes se trouveroient aussi bien que celles qu'on appelle Secondes. On ne peut jamais avoir besoin d'aller jusque-là, mais il semble qu'on soit bien aise de le pouvoir, du moins l'Art en est plus parfait, & plus digne de la vaste étendue accordée à notre intelligence en fait de grandeurs & de rapports.

---

*SELON l'usage établi dans cette Histoire, c'est ici le lieu de rendre compte au Public d'un Ouvrage de Géométrie, qui a paru cette année. Mais parce qu'il ne convenoit nullement à l'Historien d'en parler, comme il auroit pu faire de tout autre, on mettra ici les deux Extraits que M. l'Abbé Terrasson en avoit faits pour le Journal des Sçavans. Ainsi c'est toujours un Membre de l'Académie qui parle ici. Ces deux Extraits sont imprimés dans les mois de Juillet & d'Octobre de 1728, tels à peu-près qu'on les va voir.*

CET Ouvrage de M. de Fontenelle, que l'Académie a bien voulu qualifier de *Suite de ses Mémoires*, est intitulé ; *Elémens de la Géométrie de l'Infini*. Mais par ce titre modeste, il faut plutôt entendre les Elémens ou les premiers principes de la chose, que les Elémens de la doctrine, ou les premières leçons données à des Commençans. Le Livre ne peut être bien conçu, & à plus forte raison bien goûté, que par ceux

qui ont éprouvé eux-mêmes en combien de manières on est conduit à l'Infini par les recherches de la Géométrie, & par la résolution des Problèmes qu'elle présente. Il s'agit peu dans cet Ouvrage de prouver l'existence de l'Infini à un homme neuf dans les Mathématiques. Mais l'Auteur s'applique beaucoup à découvrir d'où peuvent venir, sous la plume des Géomètres, les Infinis affectez d'autant de valeurs différentes, & ayant entre eux les mêmes rapports que les Finis. Bien loin que les anciens Géomètres se soient portez d'eux-mêmes à admettre l'Infini, ils ont résisté long-temps à celui que leur offroient à chaque pas les nombres & les lignes incommensurables. M. de Fontenelle dans sa Préface fait une histoire abrégée de l'aveu & de l'emploi toujours plus déclaré que les Anciens mêmes ont fait de l'Infini. Nous appellons aveu de l'Infini la proposition, par exemple, dans laquelle ils ont dit que l'espace asymptotique de l'hyperbole, n'a point de mesure finie, ni dans sa longueur, ni dans sa valeur. C'est par une vûe forcée de l'esprit donné à tous les hommes, & seulement plus attentif & plus exercé dans les Géomètres, qu'ils ont reconnu que le Fini & l'Infini naissoient aussi nécessairement l'un que l'autre des hypothèses géométriques les plus simples. Nous appellons emploi de l'Infini, l'usage qu'Archimede a fait du Cercle considéré comme Polygone infini, pour démontrer que son aire est égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, ou la route qu'il a prise pour arriver à la quadrature de la Parabole.

C'est à cet emploi de l'Infini, non plus hazardé ou déguisé comme autrefois, mais pris pour base, réduit en règles, transformé en calcul, que la Géométrie moderne doit ses progrès immenses, sa sublimité merveilleuse, & son extrême facilité. Mais ce n'est pas tout d'un coup que la méthode géométrique des Modernes mêmes est montée à cette perfection. A la renaissance des Lettres on étudia les anciens Géomètres, & l'on s'en tint long-temps à entendre leurs démonstrations; & à croire qu'il étoit impossible d'aller plus loin qu'eux. Bonaventure Cavalerius, Religieux Italien de l'Ordre des

Jésuites,

Jésuates, est le premier qui dans sa Géométrie des Indivisibles, imprimée à Bologne en 1635, ait fondé volontairement & par choix tout un système géométrique sur les idées de l'Infini. Dans cet Ouvrage, Cavalerius considère les plans comme formez par des sommes infinies de lignes qu'il appelle quantitez indivisibles, & les solides par des sommes infinies de plans, qui comme plans sont indivisibles. Il est vrai qu'il couvre lui-même l'idée de l'Infini du terme adouci d'Indéfini. Il est vrai aussi que le commun des Géomètres s'opposa à son système malgré cet adoucissement; mais de grands Géomètres l'adoptèrent dans toute son étendue. M. de Fontenelle suit l'avancement de la science de l'Infini, & l'accroissement de sa réputation depuis cette époque, & à mesure qu'il a passé par les mains des Descartes, des Wallis, des Fermats, des Pascals & des Barrous. Mais l'Infini n'étoit encore qu'en idée abstraite dans l'esprit de ces grands hommes, & ils étoient réduits à ne l'employer que de tête, à peu près comme un homme qui assembleroit des nombres sans chiffres, ou comme les Anciens découvroient les propriétés de leurs courbes sans calcul. Enfin M. Newton trouva le premier, & M. Leibnits publia le premier l'Algorithme, ou les expressions de l'Infini dans toutes ses variétés, nouveau calcul soumis aux loix ordinaires de l'Algèbre.

Tout étoit donc achevé en quelque sorte pour l'usage; entendant même ici par l'usage, la résolution des Problèmes de la plus haute Géométrie. Mais les Inventeurs du Calcul; & ceux qui l'ont employé avec le plus de succès & de gloire, comme M.<sup>rs</sup> Bernoulli, plusieurs autres Etrangers, & parmi nous, M. le Marquis de l'Hôpital & M. Varignon ont donné peu de Theorie. Aucun d'eux du moins n'a présenté au public une Theorie generale de l'Infini. C'est ce vaste objet que M. de Fontenelle nous propose. Il est bon même de dire ici que l'infiniment grand ayant toujours été d'un moindre usage dans la Géométrie que l'infiniment petit son opposé; les Géomètres ont laissé à nôtre Auteur cette première partie toute neuve, non seulement en elle-même, mais dans la

comparaison qu'il en fait avec les infiniments petits.

L'ouvrage entier est divisé en deux parties. La première a pour titre : *Système general de l'Infini* ; & la seconde : *Différentes Applications ou Remarques*. La première partie est elle-même divisée en douze Sections. Mais nous en ferons de nôtre chef une autre division, fondée aussi sur la nature des matières , & qui rendra les deux parties de cet Extrait plus égales. Dans les sept premières Sections , qui feront l'objet de nôtre première Partie , M. de Fontenelle examine l'Infini dans les Suites ou dans les Progreffions des Nombres. Et dans les cinq dernières , que nous joindrons à la seconde Partie de l'Auteur , & qui rempliront ensemble la seconde Partie de cet Extrait , il examine l'Infini dans les lignes droites ou courbes.

## I.

### *De l'Infini dans les Suites , ou dans les Progreffions des Nombres.*

La première Section traite de la Grandeur & de ses Rapports , des Proportions & des Progreffions. Quoique ce sujet , sur-tout à s'en tenir au Fini , paroisse d'abord ne rien promettre que de connu , on sent déjà que l'Auteur veut élever sur ces fondemens un édifice plus haut que les édifices ordinaires. On y trouve des distinctions d'idées qui n'avoient pas encore été faites , & qui annoncent non seulement la grandeur , mais la justesse du système. On fait partir ordinairement de zero la suite naturelle des nombres , & l'on dit 0, 1, 2, 3, 4, &c. On peut aussi partir de 1. Ainsi zero & 1 peuvent être termes. Mais zero ne pouvant jamais être considéré que comme terme , 1 doit être encore plutôt considéré comme élément , puisque les nombres à l'infini ne sont formez que de l'unité répétée. La distance de zero à un nombre , est le modèle de tous les rapports arithmétiques , & le rapport de 1 à un autre nombre , est le modèle de tous les rapports géométriques. L'Auteur fait voir comment tous les rapports sont représentés par deux lettres seules , jointes à une troisième



par addition dans les proportions arithmétiques, & par multiplication dans les proportions géométriques. Il établit en cela l'essence des unes & des autres, & il en tire la propriété, qui résulte de la comparaison des Extrêmes & des Moyens : propriété que l'on a prise communément jusqu'ici pour l'essence même.

L'Auteur venant aux Progressions, présente en expressions générales & en exemples particuliers le parallèle des deux suites, l'Arithmétique & la Géométrie, enfermées l'une & l'autre entre les mêmes extrêmes pris à volonté. Il explique à fond leurs ressemblances & leurs différences ; préparatif nécessaire pour suivre leur cours, & pour avoir leurs sommes, quand les deux extrêmes seront infiniment distans l'un de l'autre. Ainsi le but de cette première Section est encore plus important que les choses qu'elle renferme. On la doit considérer comme contenant les loix que l'Auteur s'impose à lui-même, ou auxquelles il prétend assujettir l'Infini qu'il va traiter ; & c'est ainsi qu'il écarte de l'esprit de son Lecteur toute idée de spéculation vague, & qu'il donne à son sujet le caractère d'une Science.

Il entre donc dès la seconde Section dans l'examen de la Grandeur infiniment grande. L'essence de la grandeur est d'être susceptible de plus ou de moins, & cette propriété ne l'abandonnant jamais, elle en est susceptible jusqu'à l'infini. L'esprit peut avoir quelque peine à s'accoutumer à l'infinité des Nombres, mais il lui est absolument impossible de leur concevoir des bornes ; & cette impossibilité suffit seule pour fonder la vérité des raisonnemens sur l'Infini. Nous disons ici de nous-mêmes, qu'il est fort indifférent que l'idée de l'Infini soit positive ou négative, comprehensive ou intellectuelle, mathématique ou métaphysique : mais que dans cette indifférence les Géomètres ont choisi de traiter l'Infini suivant une idée positive, comprehensive & mathématique. Sur ce pied-là M. de Fontenelle dit très-bien, que les nombres infinis existent de la même existence que les nombres finis. Les uns & les autres ont les mêmes propriétés en tant

que nombres, & l'on fait sur tous les mêmes opérations de l'Arithmétique. Mais voici la propriété particulière qu'ils ont comme infinis. Le nombre fini poussé jusqu'à l'infini, devient incapable d'augmentations finies; & la seule expérience des Calculs a appris à tous les Géomètres, que l'Infini, plus 1, plus 2, plus 3, &c. n'est que l'Infini. Mais l'Infini reçoit des augmentations de son ordre, ou croit par des Infinités; & les calculs se trouvent justes, en admettant 2 infinis, 3 infinis, 4 infinis, &c. En avançant toujours, on arrive à l'Infini de l'Infini; ou à l'Infini du second ordre. Celui-ci n'est plus augmenté par les Infinités du premier, & ne reçoit d'augmentations, comme le premier, que par les Infinités de son ordre, & ainsi de suite jusqu'à l'ordre infinitésimale. La raison de cet effet se trouve dans la nature de la chose. La grandeur est susceptible d'augmentation jusqu'à l'Infini, mais elle ne peut être augmentée que par ce qui est grandeur. Or les nombres d'ordre inférieur ne sont pas grandeur par rapport à l'ordre supérieur. C'est pour cela que les Finis mêmes ne sont pas augmentés par les infiniment petits du premier ordre, ni ceux-ci par ceux du second, & ainsi des autres. La même Analogie se soutient par tout, & est toujours justifiée par l'application des calculs à des vérités mathématiques connues d'ailleurs.

Comme l'Infini, multiplié par un nombre fini, par exemple 3, ne change point d'ordre, quoiqu'il devienne trois fois plus grand: ainsi l'Infini divisé par 3, demeure infini, quoiqu'il devienne trois fois plus petit, ou le tiers de l'Infini. Mais comme l'Infini multiplié par l'Infini change d'ordre en dessus, & devient infini du second, du troisième, du quatrième ordre, selon la grandeur ou l'ordre du multiplicateur; ainsi l'Infini divisé par l'Infini change d'ordre en dessous, & devient fini ou infiniment petit du premier, du second, du troisième ordre, &c. selon la grandeur ou l'ordre du diviseur. Ces vérités sont connues de tous les Calculateurs de l'Infini. Mais M. de Fontenelle pose ensuite des principes supérieurs au calcul même, & qui sont dans la Géométrie de l'Infini

ce que sont les axiomes dans la Géométrie commune.

Une propriété qui a pris naissance dans le Fini, & qui s'y conserve aussi long-temps qu'on l'y peut suivre, reçoit dans l'Infini tout l'accomplissement dont elle est capable. Dans le Fini, par exemple, plus un nombre est grand, plus il est petit par rapport à son carré; donc dans l'Infini il sera infiniment petit par rapport à son carré; ou, ce qui est la même chose, il sera d'un ordre inférieur, & disparaîtra devant lui. Par la raison des contraires, une propriété qui va décroissant dans le Fini, s'anéantit sûrement dans l'Infini. Ainsi parce que dans la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les rapports géométriques d'un nombre à l'autre décroissent toujours, & que  $\frac{4}{3}$ , par exemple, est plus petit que  $\frac{3}{2}$ , & celui-ci plus petit que  $\frac{2}{1}$ , il est sûr que la suite infinie des nombres se terminera par un rapport d'égalité, ou par deux Infinis égaux. On trouve ici quelques autres principes de cette espèce : tout l'ouvrage même est semé de ces sortes de vûes qui affermissent extrêmement l'esprit du lecteur, & qui liant à merveille ce qu'il sçait avec ce qu'il apprend, lui font peu à peu trouver en lui-même des choses qu'il ne croyoit exister nulle part.

Le premier exemple que l'Auteur donne de l'usage que peut avoir la Théorie de l'Infini, est la détermination de la somme entière des nombres naturels. On sent bien en général que cette somme est un Infini, mais on voit par l'application de la formule déjà établie pour la somme finie quelconque des Finis de cette suite, que cette somme se revêtant des conditions de l'Infini, est précisément la moitié de l'Infini du second ordre.

L'Auteur passant aux progressions, soit arithmétiques, soit géométriques, formées entre 1 & l'Infini, conclut très-bien de ses principes, que si le nombre de ces termes moyens introduits dans la progression est fini, chaque terme dans l'arithmétique aura une différence infinie, & dans la géométrie un rapport infini au précédent. Cette considération à l'égard de la progression géométrique, est le fondement de

la doctrine des ordres radicaux, ou des racines de l'Infini, dans toutes les variétés de leurs exposans. Quelques Géomètres avoient déjà senti le besoin de ces ordres radicaux dans les équations des courbes; lorsque l'une ou l'autre des deux inconnuës de différentes dimensions est portée jusqu'à l'Infini. La Théorie de ces ordres est ici expliquée à fond. Les racines d'un exposant fini, quoique du même ordre potentiel que l'Infini dont elles sont racines, sont infiniment moindres que lui, & disparaissent devant lui. Bien davantage, ces racines formant dans l'intervalle de 1 à l'infini une progression géométrique finie par le nombre de ses termes, & ne différant entr'elles que de quelques ordres radicaux, ou même d'un seul ordre radical, sont néanmoins infiniment plus grandes les unes que les autres, & disparaissent successivement les unes devant les autres. Il n'en est pas de même, quand le rapport géométrique de 1 à l'infini a été divisé en un nombre infini de parties ou de termes dans la progression. Aucun n'est infiniment grand par rapport à celui qui le précède, & du côté de l'origine ils sont réellement finis. Cette dernière propriété convient aussi à la progression arithmétique infiniment divisée: & de-là naît une curiosité nouvelle dans les calculs. Une longue suite de nombres finis présentez sous une forme infinie. Cette forme se réduit aux nombres naturels dans la progression arithmétique, & il est impossible de les y réduire dans la géométrie. Mais on démontre que dans cette dernière progression le second terme plus grand que 1, est plus petit que 2, le troisième plus petit que 3, le quatrième plus petit que 4, & ainsi de suite.

Il s'agit dans la troisième Section de la suite infinie des nombres naturels élevée à ses puissances, & comparée à la progression géométrique correspondante. Cette Section est le véritable fondement de tout l'ouvrage. Elle ne peut être comprise elle-même que par une étude très attentive; elle enferme des suppositions que la seule accoutumance à l'objet peut faire paroître d'abord recevables, ensuite nécessaires, & enfin vraies; Nous allons rapporter les deux principales.



La suite naturelle des nombres, à commencer par 1, va jusqu'à l'infini, dernier terme du premier ordre. On sera sans doute surpris de trouver dans cette suite, si exposée aux yeux de tout le monde, des propriétés auxquelles il y a bien de l'apparence que personne n'avoit encore pensé. Le dernier terme de cette suite est infini par l'hypothèse & par la nature de la chose. Mais le précédent, qui n'en diffère que de l'unité, est infini lui-même, puisqu'il n'est moindre que d'une grandeur qui n'est pas grandeur par rapport à lui. Nous dirons la même chose de l'antépénultième & de tous ses semblables en reculant, jusqu'à ce que nous ayons une quantité infinie d'unités qui mette une différence pleinement infinie entre le plus haut des Infinis & le plus haut des Finis. Il y a donc déjà une infinité d'Infinis dans la suite des nombres naturels, suite arithmétique que l'Auteur appelle *A*. De plus nous avons vu que l'Infini divisé par un nombre fini, ou ce qui est la même chose, toute aliquote finie de l'Infini, par exemple, sa 10<sup>me</sup>, sa 100<sup>me</sup>, sa 1000<sup>me</sup> partie est un Infini. Ainsi divisant la suite infinie des nombres naturels par le plus grand nombre fini possible, il n'y aura que la première des parties de cette division qui contienne les Finis. Par-là on apperçoit aisément le nombre prodigieux d'Infinis contenus dans toutes les autres, & il ne reste que la difficulté de comprendre comment les Finis mêmes peuvent être encore en nombre infini. On ne laissera pas de le sentir indépendamment des preuves plus longues que l'Auteur en donne; en pensant que le premier des Infinis, que nous déterminons pour un moment, ne surpassant le dernier des Finis que de 1, ne peut être un nombre infini lui-même que par un nombre infini de Finis qui l'aurent précédé.

Le nombre infini des Finis, partie la moins considérable de la suite *A* étant posé : l'Auteur fait une distinction remarquable entre les Infinis suivans, & c'est-là ce que nous appelons sa première supposition, qu'il employé en plusieurs autres endroits. Il distingue les Infinis croissans ou variables de l'Infini fixe qui termine la suite, & il invente même pour

eux tous un caractère nouveau. Nous avons besoin, pour faire entendre sa pensée dans un Extrait, d'emprunter une comparaison bien éloignée par elle-même, mais suffisamment exacte dans son rapport. Que l'on prenne pour un moment le nombre mille pour l'Infini fixe, le nombre cent pour le plus grand des Infinis croissans & variables, & le nombre dix pour le plus petit d'entre eux. Tous les Finis sont représentés par les nombres compris entre 1 & 10. Je divise 1000 par 100, ce qui est la plus grande division que j'en puisse faire sans tomber dans le Fini. Je commence par prendre une centième de mille qui me donne déjà un Infini, mais le plus petit qui existe. Je continuë par deux centièmes, trois centièmes, jusqu'à dix centièmes, qu'on doit regarder comme le premier Infini croissant. Au de-là je trouve 20 centièmes, second Infini croissant; & allant toujours, j'arrive enfin à cent centièmes de mille, c'est-à-dire, à mille complet, ou à l'Infini fixe. Au reste cet Infini fixe n'est ici que l'Infini du premier genre; & l'on verra par les hypothèses suivantes, que les nombres revêtus même de la condition d'Infinis, ne peuvent jamais s'arrêter. En effet si un nombre infini par rapport à nous, n'est qu'un nombre au de-là de toute compréhension ou de toute détermination humaine, il n'est pas pour cela le dernier des nombres possibles; & rien n'empêche qu'on ne le double, qu'on ne le quarre, en un mot qu'on ne fasse sur lui toutes les opérations que l'on fait sur les grandeurs inconnues ou indéterminées de l'Algèbre. Et par rapport à l'Infini fixe, quand ce premier Infini ne seroit pas un nombre unique ou individuel, il seroit toujours assez fixe comme Infini, pour soutenir les rapports que l'on appuie actuellement sur lui dans la plûpart des suppositions ou des considérations mathématiques. Ces vûes qu'on pourroit étendre davantage, paroissent suffire pour réduire toujours aux termes seuls, dont les Géomètres sont obligez de se servir, les contradictions qui leur sont quelquefois reprochées par des hommes étrangers à la Géométrie.

La suite *A*, ainsi établie, l'Auteur passe à l'examen de *A*  
élevée

élevée à 2, ou d'une suite où tous les termes de la première sont élevez à leur quarré. Elle finira donc par l'Infini élevé à la seconde puissance, ou par le quarré de l'Infini. Cette suite a autant de termes que la première; mais elle saute un nombre toujours croissant des termes de la première: car lorsque la première est à 4, celle-ci est à 16, quarré de 4, & 16 dans la première est encore bien éloigné. Cette considération conduit M. de Fontenelle à sa seconde supposition bien plus extraordinaire que celle que nous avons déjà exposée.

Il est constant que dans la suite des quarez on arrive aux Infinis bien plutôt que dans la suite des nombres. Ainsi en concevant ces deux suites placées l'une sur l'autre: & supposant que dans la suite des quarez on tient le premier quarré infini, ce premier quarré étant prodigieusement plus loin dans la suite des nombres, il y a nécessairement dans celle-ci un nombre innombrable de Finis, au-dessus desquels sont leurs quarez encore plus infinis que le premier, puisqu'ils vont toujours en croissant. Voilà le paradoxe: Des nombres finis dont le quarré est infini. L'Auteur paroît avoir été effrayé lui-même de cette conséquence. Il va jusqu'à dire qu'elle a pensé lui faire abandonner tout ce système de l'Infini, & il promet encore très-sincèrement de renoncer à cette idée, si on lui fait voir que sans elle on peut faire un système lié de l'Infini dans la Géométrie, ou qu'il y ait quelqu'autre idée à lui substituer, qui fasse le même effet sans avoir la même difficulté ou une équivalente.

Cet aveu est accompagné d'ailleurs de toutes les raisons qui peuvent adoucir une proposition, qui devient un principe pour toute la suite de l'Ouvrage. Les Géomètres n'ont opéré jusqu'à présent que sur les Finis qui sont à l'origine, ou au commencement des suites, ou sur les Infinis complets ou fixes qui les terminent; ainsi on n'a encore bien saisi que les deux extrémités. Mais les plus grandes merveilles de l'Infini arrivant dans le passage de l'un à l'autre, il n'est pas étonnant que celui qui examine le premier ce passage, y trouve de quoi surprendre ses lecteurs, comme il a été surpris lui-même. Les Finis en

mouvement, ou comme disent nos habiles voisins, *en fluxion*, pour devenir infiniment grands ou infiniment petits, sont d'une nature moyenne qui a les propriétés particulières. En un mot, il ne paroît pas qu'on puisse refuser à l'Auteur le droit d'établir une nouvelle Classe pour ces Finis, qu'il appelle *indéterminables*, & qui n'étant pas encore assez grands pour être infinis par eux-mêmes, sont déjà assez grands pour devenir infinis par l'élévation à leur quarré.

M. de Fontenelle ne s'en tient pas à la suite *A*, portée à sa seconde puissance. Il la fait passer par tous les exposans entiers & fractionnaires, quelques-uns en expressions particulières, & tous enfin en expressions générales. Ce détail le mène jusqu'au nombre de dix-huit suites, toutes approfondies & évaluées. Elles le sont en effet d'une manière si conforme aux principes qu'il a posés, & pour dire quelque chose de plus, à leur nature propre, qu'il n'y a point de lecteur intelligent qui prenant les deux ou trois premières pour modèle des recherches qui sont à faire, ne trouvât dans les autres précisément tout ce que l'Auteur y trouve : marque infaillible de la justesse & de la certitude de ses premières vues.

La comparaison de la suite *A* avec une suite Géométrique introduite entre 1 & l'Infini, & que l'Auteur appelle *G*, est le dernier objet de la troisième Section. Toutes les différences de la suite *A* sont égales & finies, puisqu'elles sont toutes l'unité, & leur somme est infinie. Il se trouve par la formule générale des calculs, que la somme des différences de la suite *G* est aussi infinie. Mais au lieu qu'il est essentiel à une suite arithmétique que toutes les différences soient égales, il est essentiel à une suite géométrique que toutes les différences soient inégales, & même les plus inégales dans leur total qu'il s'en puisse trouver en aucune suite imaginable non géométrique. Par-là la suite *A*, & la suite *G*, sont de toutes les suites les plus opposées entr'elles : C'est un principe dont l'Auteur fait un grand usage dans tout son Livre. Il faut donc que ces deux suites convenant dans le nombre infini de leurs différences ; d'ailleurs toutes les différences de *A* étant l'unité, toutes les



différences de  $G$  soient les unes plus petites & les autres plus grandes que l'unité; & que toutes les différences de  $A$  étant égales, dans  $G$  au contraire il y en ait de finies vers l'origine, & d'infinies vers l'extrémité; de telle sorte pourtant que le nombre des finies est infini, & que le nombre des infinies est fini. Enfin au lieu que la somme de  $A$  est un Infini du second ordre, celle de  $G$  n'est qu'un Infini du premier; mais au lieu que la somme de  $A$  n'est que la moitié précise de l'Infini du second ordre, celle de  $G$  est l'Infini du premier multiplié par un très-grand nombre fini, mais inconnu.

L'Auteur dans la quatrième Section vient à la grandeur infiniment petite. L'infiniment petit est une partie du Fini résultante d'une division poussée jusqu'à l'Infini. Ainsi l'infiniment petit est essentiellement une fraction dont le numérateur est fini, & le dénominateur infini. L'infiniment petit n'est en quelque sorte que l'inverse de l'infiniment grand. Les mêmes nombres & les mêmes caractères servent pour l'un & pour l'autre, & l'on ne trouve pas plus de bornes à l'un qu'à l'autre. Une analogie parfaite regne toujours entre leurs propriétés contraires. Comme l'Auteur continuë d'examiner les grandeurs dans les suites; pour comprendre l'objet principal de cette Section, il ne s'agit que de se représenter toutes les suites de la précédente, changées en fractions, dont le numérateur perpétuel est l'unité, & dont les dénominateurs sont les termes consécutifs de chacune de ces suites. Par-là les infiniment grands de différents ordres dans les premières, deviennent des infiniment petits des mêmes ordres dans les secondes. Mais les Finis demeurent dans leur ordre, quoique diminuez dans la proportion, par exemple, de 3 à  $\frac{1}{3}$ . Les sommes de ces suites fractionnaires sont bien différentes de celles des suites auxquelles on les compare: celles-ci deviennent plus grandes à proportion qu'elles ont moins de termes finis & plus d'infinis; les fractionnaires au contraire ne conservent dans leurs sommes quelque valeur sensible, que par les Finis de leurs correspondantes; & ces sommes sont par conséquent d'autant moins considérables, que les sommes des correspondantes l'étoient davantage.

Il arrive de-là qu'une suite si élevée dès le second terme, & si croissante jusqu'au dernier, qu'elle n'aura eu pour somme que ce dernier terme dans la Section précédente, pourra être si abaissée & si décroissante dans celle-ci, qu'elle n'aura pour somme que son premier terme ou l'unité. Enfin par rapport à l'usage de la sommation des suites qui se présente souvent dans la Géométrie, il est toujours certain que la somme totale d'une suite fractionnaire sera infinie, si les Finis de la suite d'entiers correspondante sont en nombre infini; & qu'au contraire cette somme totale sera finie, si les Finis de la suite correspondante ne sont qu'en nombre fini.

Nous n'omettrons pas ici un exemple de cette espèce, qui démontre, *à posteriori*, l'existence des Finis indéterminables. On sçait par des Méthodes connues d'ailleurs, que la suite fractionnaire  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &c. a une somme infinie, & qu'au contraire cette même suite étant quarrée  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{16}$ , &c. n'a qu'une somme finie. Il y a donc nécessairement des nombres finis devenus infinis dans leurs quarez, qui demeurant finis dans la suite fractionnaire des nombres, donnent une somme infinie, & qui devenant infiniment petits dans la suite fractionnaire des quarez, réduisent leur somme à n'être que finie. Cette même expérience de Calcul démontre encore qu'il y a un nombre infini de nombres finis, puisque la suite fractionnaire des nombres ne peut être infinie dans sa somme que par le nombre infini de ses Finis; & l'on voit enfin que les Finis indéterminables se trouvent dans le passage du Fini à l'infiniment petit comme dans le passage du même Fini à l'infiniment grand.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur la quatrième Section, quelque nombre d'autres curiosités qu'elle renferme; telles que sont des suites infinies qui n'ont pour valeur qu'un nombre donné 2, 3, ou tel autre qu'on voudra; ou la détermination des Elémens immédiats des Infinités de tout ordre, c'est-à-dire, la grandeur précise qui, prise une infinité de fois, donne cet ordre. L'emploi de l'Infini n'a d'abord été imaginé que pour chercher des valeurs finies : & dans cet ouvrage

même où l'Auteur ne paroît avoir d'autre objet que l'Infini, on trouvera par-tout beaucoup à gagner pour la Géométrie commune, par la précision des idées & par l'adresse des Calculs.

La cinquième Section est destinée à l'examen des incommensurables. On a sçû de tout temps que l'incommensurabilité tient à l'Infini, puisqu'un incommensurable cherché entre deux fractions poussées à quelques nombres que ce puisse être, ne se trouve jamais, quoiqu'on sçache qu'il est entre l'une & l'autre. Mais M. de Fontenelle fait voir que tout incommensurable a sa place dans une progression arithmétique infinie, comprise entre l'unité & le nombre dont on cherche la racine. Cette suite est : Un. Un, plus une infinitième. Un, plus deux infinitièmes. Un, plus trois infinitièmes, &c. L'Infini pris pour constant ou fixe, sert donc de dénominateur à la seconde partie de chaque terme dont les nombres naturels sont les numérateurs successifs. Or nous sçavons par la doctrine expliquée dans la troisième Section, que ces nombres naturels sont d'abord des Finis déterminables, ensuite des Finis indéterminables, après quoi viennent les Infinis croissans ou variables, selon toutes leurs grandeurs, & enfin l'Infini fixe. Tant que ces numérateurs, toujours divisés par l'Infini, ne sont eux-mêmes que Finis déterminables, ou indéterminables, ils n'ajoutent à l'unité qui les précède que des différences infiniment petites; & ces premiers termes ne peuvent contenir par conséquent que les racines dont l'exposant est infini. Mais dès qu'on en est aux Infinis croissans, l'unité se trouve augmentée dans chaque terme d'une grandeur finie, quoiqu'inexprimable; & c'est parmi les grandeurs de cette espèce que résident toutes les racines finies du nombre donné. Cette Théorie est démontrée par la nature de la chose bien entendüe, & même par le calcul.

Mais comme l'on sçait fort bien que la racine seconde & la racine troisième de 3, par exemple, quoique l'une & l'autre entre 1 & 2 sont à une distance finie, & non infiniment petite, l'une de l'autre; & qu'au contraire les termes de la suite infinie introduite entre 1 & 3 ne croissent de l'un à l'autre

que d'une différence infiniment petite, on comprend aisément que les termes de cette suite infinie étant tous des inexprimables, ne sont pas tous pour cela des incommensurables, & qu'ainsi les incommensurables ne sont qu'une très petite partie du nombre infini des inexprimables.

Il suit de cette doctrine & d'autres principes certains; que toute suite arithmétique qui n'aura pas un nombre infini de termes entre 1 & le nombre dont on cherche la racine incommensurable, ne fournira aucun terme qui soit cette racine juste. Elle fournira seulement des termes entre lesquels cette racine sera comprise; & plus on introduira de termes, plus on rétrécira les limites qui enfermeront cette racine. L'Auteur tire de cette Théorie une méthode nouvelle & ingénieuse pour trouver deux nombres commensurables, dont l'un soit plus petit & l'autre plus grand que la racine incommensurable de moins que d'une différence donnée, & cela sans faire différentes approximations comme à l'ordinaire.

L'Auteur parle dans sa sixième Section des grandeurs positives & négatives, réelles & imaginaires. Il remarque d'abord que l'idée de soustraction attachée communément au signe — dans l'Algèbre, est l'idée qui convient le moins essentiellement aux grandeurs affectées de ce signe. Les Algébristes ont paru se borner à cette idée, qui suffit pour la conduite des calculs. Mais il semble que les Géomètres ayent mieux connu le véritable esprit de la chose, puisque dans la construction de leurs Problèmes résolus, le signe — leur fait placer à gauche, ce que le signe + leur a fait placer à droite. En effet, selon M. de Fontenelle, le positif & le négatif indiquent principalement une certaine opposition entre des grandeurs qui peuvent d'ailleurs être égales ou inégales entre elles. Ainsi prenant pour positifs les degrez de l'élevation du Soleil au-dessus de l'horison, les degrez semblables de son abaissement au-dessous de l'horison seront négatifs, & le point zero de l'horison sera le passage des uns aux autres. Prenant de même pour positifs les degrez de la partie orientale du Ciel jusqu'au Zenith, les degrez semblables de la partie occidentale seront



négatifs; mais en ce cas on aura pour terme moyen ou pour le point du passage, 90 au Zenith, après lequel on compteroit en reculant — 89 — 88, &c. Ce nombre 90, ici arbitraire, représente tout autre; & les Géomètres ont aussi eu cette idée, puisqu'ils ont reconnu que l'on passoit du positif au négatif par l'Infini aussi-bien que par zero. Enfin l'exemple d'un exposant négatif qui produit une fraction, prouve que le signe — n'indique pas du moins principalement une soustraction.

Cela posé, l'Auteur considère en toute grandeur son être numérique, par lequel elle est une telle grandeur, & son être spécifique par lequel elle a une certaine opposition avec une autre grandeur égale ou inégale à elle. Nous désignerons désormais avec lui cet être spécifique dans les grandeurs négatives par l'opposition d'une dette à un fonds. Ainsi appelant un fonds  $a$ , & une dette —  $a$ , on trouvera conforme à la nature de cette idée tout ce qui arrive dans les additions & soustractions algébriques. Ajoûter un fonds à un fonds, c'est augmenter le positif. Ajoûter une dette à une dette, c'est augmenter le négatif. Ajoûter une dette à un fonds, c'est diminuer le positif. Ajoûter un fonds à une dette, c'est diminuer le négatif. D'un fonds ôter une dette, c'est augmenter le positif. D'une dette ôter un fonds, c'est augmenter le négatif: exemples, & en même temps raisons, de la conservation ou du changement des signes dans ces premières opérations.

La distinction de l'être spécifique & de l'être numérique est un peu plus difficile, & néanmoins plus nécessaire à l'égard des multiplications & des divisions. Appellant  $a$  un fonds, &  $b$  un nombre, 3, par exemple,  $ab$  signifie 3 fonds; & —  $a$  étant une dette, &  $b$  le même nombre 3, —  $ab$ , signifiera trois dettes. Mais l'idée de l'être spécifique ne paroît plus dans  $ab$ , qui peut être regardé comme un produit de nombres purs; au lieu que cette idée particulièrement attachée au négatif, subsiste dans —  $ab$  qui conserve le signe —.

Multiplier un fonds par un fonds, ou une dette par une dette, est une chose absurde. C'est pourquoi cette supposition forcée s'évanouit dans le calcul, &  $aa$  venant en plus dans

l'un & dans l'autre cas, ne présente que l'idée de nombre. Il en est de même de la division. Si je divise une dette par un nombre qui me donne, par exemple, le tiers de la dette, l'être spécifique demeure dans le quotient négatif : mais divisant une dette par une dette, chose absurde, le quotient devient un pur nombre positif.

Voilà l'origine des imaginaires : ce sont les racines quarrées, ou les racines paires toujours réductibles à quelque racine quarrée, d'une grandeur affectée du signe —. Ou pour exprimer la chose d'une manière qui tienne de plus près à la doctrine que nous exposons; une imaginaire est la racine quarrée d'une grandeur qui réellement n'est point un quarré. En effet, tout quarré est le produit d'une grandeur multipliée exactement par elle-même. Or —  $aa$  qui conserve la marque de l'être spécifique, ne peut être qu'une dette —  $a$  multipliée par un nombre  $a$ , ce qui ne fait point une grandeur multipliée exactement par elle-même, & dont par conséquent on puisse avoir la racine proprement dite. Mais —  $aa$  imaginaire comme quarré est un plan ou un produit réel d'une dette par un nombre; c'est pour cela même que multipliant la racine de —  $aa$  par elle-même, ce qui n'est à la lettre qu'ôter le signe radical & écarter l'idée de quarré, je retrouve la grandeur réelle —  $aa$ .

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet : il nous suffira d'observer qu'il est démontré par l'exemple des imaginaires, que le calcul n'est inmanquable dans ses loix, que parce qu'il a un fondement réel; puisque la moindre supposition fausse, disons mieux, puisque le côté faux d'une supposition qui a un côté vrai, se manifeste séparément du côté vrai par le résultat du calcul même. Ainsi pour nous rapprocher de notre sujet principal, il est impossible, aux yeux du moins de tout Géomètre; que la supposition de l'Infini soit fausse dans aucun des cas où elle donne un rapport vrai.

Quoique la septième Section, qui terminera cette première partie de notre Extrait, soit la plus longue de tout l'ouvrage,  
nous

nous tâcherons d'en rendre compte en peu de mots. Nous avons déjà eu lieu de parler des sommes de quelques suites; c'étoit une conclusion attachée à la considération de leurs propriétés particulières. Mais dans cette Section l'Auteur considère principalement l'ordre & la grandeur des sommes, & examine quelles sortes de suites doivent les avoir données.

Nous apporterons pour premier modèle d'une somme de suites l'exemple aisé de la suite infinie des unitéz qui ne croissent point, & qui a l'Infini pour somme.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &c. sont des fractions décroissantes moindres chacune que l'unité; mais comme elles seront en nombre infini, elles auront aussi pour somme un Infini, moindre à la vérité que celui des unitéz, mais du même ordre. Cet ordre est immédiatement supérieur à celui des termes qui sont tous finis, mais en nombre infini. La suite naturelle des nombres commence par des Finis, & n'a pour différence d'un terme à l'autre que l'unité constante. Cependant elle arrive à l'Infini, bien avant même ses derniers termes, parce que le nombre de ces unitéz qui lui servent de différences est infini : Exemple dont on peut conclure, que toute somme qui aura un Infini pour somme de ses différences, aura un Infini pour le moins dans son dernier terme. En ce cas, la somme de la suite principale pourra être de l'ordre immédiatement supérieur à celui du dernier terme, & ne pourra jamais être d'un ordre plus élevé; elle pourra aussi n'être que de l'ordre du dernier terme, & ne pourra jamais descendre plus bas.

Outre l'ordre des sommes, on peut aussi considérer leur grandeur. Une suite toute formée d'Infinis égaux, auroit pour somme l'Infini tout entier du second ordre. La suite naturelle des nombres qui commence par des Finis, & qui est croissante, n'a pour somme que la moitié de cet Infini; ainsi ces deux suites sont égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Une suite géométrique formée de tous les ordres d'Infinis, & qui iroit jusqu'à l'Infini de l'ordre infinitième, n'auroit pour somme que ce dernier terme, qui seroit disparoître tous

les autres. Mais la suite naturelle des nombres, dont chaque terme seroit élevé à une puissance infinie, auroit pour somme le même Infini que la précédente, multiplié par un très grand nombre fini inconnu. Ainsi ces deux sommes seroient encore égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Nous ne faisons cet exposé, que pour faire concevoir le prix d'une spéculation également sublime & exacte qui, entre ces termes réglez d'ordre & de grandeur, place des infinitez de suites dans les degrez successifs qui leur conviennent : arrangement toujours tiré de la nature de leurs différences décroissantes en général pour les grandes sommes, & croissantes pour les moindres ; parce que les différences décroissantes donnent vers la fin des suites, un plus grand nombre de grands termes, & qu'au contraire les croissantes en donnent un moindre. On se doutera bien que l'Auteur pousse sa Théorie jusqu'aux suites fractionnaires, dont il détermine les sommes. Elles sont souvent finies, mais elles peuvent être infinies du premier ordre, sans aller jamais plus haut.

L'Auteur examine enfin une suite qui seroit composée d'une infinité de termes introduits entre chacun des nombres de la suite naturelle, ce qui donneroit autant d'infinitez qu'il y a de termes dans cette suite, & formeroit par conséquent une suite infiniment infinie. On seroit porté à croire que l'Infini même auroit peine à fournir l'expression de la somme d'une pareille suite. Cependant en prenant la somme de chaque infinité introduite entre tous les nombres, & formant une suite infinie de ces sommes, on voit avec surprise que le tout ensemble ne monte qu'à la moitié de l'Infini du troisième ordre. Ainsi pour amener cette Théorie à une simple règle d'usage, on connoitra toujours l'ordre de la somme d'une suite infiniment infinie, en élevant son premier & son dernier terme à l'ordre immédiatement supérieur à celui dont ils sont, & en supposant que ce premier & ce dernier terme ainsi élevez, sont les deux extrêmes d'une suite simplement infinie. Car on sçaura toujours par cette Section, de quel ordre sera la somme de cette dernière ; & après avoir fait sur la première



la préparation marquée, elles seront infailliblement l'une & l'autre du même ordre.

La plupart de ces spéculations, qui ne paroissent que curieuses dans la Section où elles sont présentées, sont des fondemens nécessaires pour l'intelligence de la partie de l'Ouvrage où l'Auteur entrera dans la contemplation des courbes : Et si l'on ne donnoit pas à la doctrine des sommes des suites toute l'attention qui lui est dûë, on se trouveroit obligé de revenir sur ses pas, quand il s'agira des courbes qui ne sont que des représentations de ces mêmes suites. A l'égard, par exemple, des suites croissantes, il est important de connoître celles qui sont sommables de celles qui ne le sont pas ; car de-là dépendra la quadrature possible ou impossible des courbes qui exprimeront géométriquement ou les unes ou les autres. Et à l'égard des suites décroissantes, il est nécessaire de distinguer celles dont les sommes sont infinies, de celles qui ne sont que finies, pour pouvoir juger dans les courbes asymptotiques quelles sont celles où les espaces qui portent ce nom seront infinis, & celles où ces espaces seront seulement finis. M. de Fontenelle réduit ces différentes observations à un moindre nombre de règles qu'on n'auroit osé l'espérer d'un détail aussi vaste que celui où il s'est vû obligé d'entrer pour en établir les principes. Rien sur-tout ne fait mieux voir le besoin que l'Auteur a eu de ces préparations, que l'examen d'une suite infiniment infinie, qui ne paroît d'abord qu'un exercice d'esprit. Car toutes les courbes dont l'axe est infini, représentent cette dernière espece de suites.

Nous dirons la même chose de plusieurs autres définitions ou distinctions qui terminent la Section septième, & que nous n'avons pas même dessein d'omettre. Mais nous avons reconnu que dans un abrégé comme celui-ci, l'exposition de ces articles particuliers seroit plus courte, plus claire & plus utile ; en les renvoyant aux endroits où nous en devons faire l'application immédiate aux différentes propriétés des courbes qui seront la matière de la seconde partie de cet Extrait, à laquelle nous allons passer.

## I I.

*De l'Infini dans les Lignes droites ou courbes.*

On ſçait aſſez que la Géométrie , ſur-tout dans ſa partie de pure ſpéculation , conſiſte à repréſenter par des lignes des rapports continus de nombres. Mais aucun Géomètre n'a mieux ſait ſen ir cette repréſentation que M. de Fontenelle, qui emploie toute la ſeconde moitié de ſon ouvrage à l'établir & à l'expliquer. Nous avons parlé des ſuites de nombres pouſſées juſqu'à l'Infini dans la première partie, nous indiqueron dans celle-ci l'effet de ces ſuites exprimées par des lignes droites ou courbes.

La huitième Section de la première partie préſente d'abord un triangle dont les trois côtéz ſont finis , & dont les angles demeurent toujours les mêmes , quoique les trois côtéz deviennent des infiniment grands ou des infiniment petits de tous les ordres. Enſuite, la baſe demeurant finie, les deux côtéz vont monter à l'Infini du premier, du ſecond, du troiſième ordre, &c. & comprendront par conſéquent un angle infiniment petit de l'ordre corréſpondant. Ou bien, les deux côtéz demeurant finis, la baſe va deſcendre à l'infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſième ordre, &c. auquel cas les deux côtéz comprendront un angle du même ordre que la baſe. En un mot & par règle générale, l'angle du ſommet ſera toujours de l'ordre inférieur corréſpondant à la ſupériorité de l'ordre des côtéz ſur la baſe.

Dès le premier ordre inférieur de l'angle du ſommet, qui a commencé par le Fini, les deux côtéz deviennent parallèles, mais d'un paralléliſme non abſolu, & qui ſ'augmentera par tous les ordres d'infiniment petits de cet angle juſqu'à zero. Le paralléliſme de deux côtéz croiſſant toujours, les amenera par les mêmes degrez à une perpendicularité abſoluë ſur la ligne qu'on avoit d'abord priſe pour baſe.

Nous venons de donner en lignes droites l'idée d'une ſuite de grandeurs croiſſantes ou décroiſſantes d'ordre. Nous

donnerons de même en lignes droites l'expression de la suite entière des nombres naturels que nous avons appelée *A* dans la première Partie. Supposant une ligne infinie qui tiendra lieu d'axe, nous la diviserons en parties égales & finies qui représenteront les unitéz : & élevant perpendiculairement sur chacune de ces unitéz, des lignes qui croîtront de l'une à l'autre, comme 1, 2, 3, 4, &c. nous arriverons à une dernière ordonnée infinie & égale à l'axe : de sorte que concevant une hypothenuse ou diagonale tirée de l'origine de l'axe, à l'extrémité de la dernière ordonnée, cette hypothenuse passera par l'extrémité de toutes les autres. Ainsi nous aurons un triangle rectangle isoscele, dont la valeur sera par les Elémens de la Géométrie commune, la moitié de la base ou de l'Infini multipliée par la hauteur ou par l'Infini ; c'est-à-dire, la moitié de l'Infini du second ordre, qui est en effet la somme entière des nombres naturels.

Nous disons plus : un triangle rectangle fini représente aussi, non pas à la vérité l'absolu de *A*, qui est infini, mais le nombre, les rapports, & les deux différens ordres de ses termes. Il faut pour cela diviser par l'imagination la base finie en parties infiniment petites & égales, qui seront par conséquent en nombre infini. Sur les premières de ces parties vers l'origine, je conçois des lignes infiniment petites qui croissent de l'une à l'autre comme 1, 2, 3, 4, &c. Il y aura une infinité de ces ordonnées avant la première, qui soit finie & sensible ; comme dans la suite *A*, il y a une infinité de nombres finis : & il y aura une autre infinité beaucoup plus grande d'ordonnées finies jusqu'à l'extrémité de l'axe, comme dans la suite *A* il y a une infinité d'Infinis beaucoup plus grande que l'infinité des Finis.

Tous les nombres croissans ou décroissans, selon telle raison qu'on voudra, peuvent être conçûs changez en lignes, & posez ainsi sur un axe. Mais en les concevant tous posez à distance égale, & infiniment petite les unes des autres, il n'y a que les nombres compris dans des suites arithmétiques dont les extrémitéz puissent former une ligne droite. Tous les

autres formeront des courbes qui feront en général l'objet des Sections suivantes.

Pour prendre une idée générale des lignes courbes, ce qui fait le sujet & le titre de la neuvième Section; il faut détacher toutes ces extrémités d'ordonnées, des ordonnées mêmes auxquelles elles appartiennent, pour en former une ligne continue, qui n'étant pas droite, aura des élémens de courbure que nous allons examiner. Représentons-nous d'abord cette ligne formée par un point qui la décrit. Si ce point ne se détournait jamais, il ferait une ligne droite; s'il se détournait finiment après chaque pas fini, il fera un polygone fini & sensible; & tout cela n'est point une courbe. Ce point semblerait pouvoir se détourner finiment, ou faire un angle fini, après chaque pas ou à chaque côté infiniment petit. Mais comme dans ce cas les angles finis seraient sensibles sans que les côtés infiniment petits le fussent, on sentira bientôt l'impossibilité de cette supposition. Il reste donc qu'à chaque pas infiniment petit, le point se détourne infiniment peu, ou fasse un angle infiniment petit. Il arrivera de-là que tant que la courbe n'aura encore eu qu'un cours infiniment petit, on ne verra ni ses côtés, ni ses détours. Mais dès qu'elle aura la plus petite étendue finie, & par conséquent un nombre déjà infini & de côtés & de détours, on appercevra en même temps & la ligne & sa courbure. En portant plus loin cette idée, on pourrait imaginer une ligne qui après chaque pas fini ne se détournerait qu'infiniment peu, & qui par conséquent, demeurant droite ou comme droite dans le Fini, ne serait courbe que dans une étendue infinie. C'est une vûe qui aura son usage dans la suite.

Mais à nous en tenir pour le présent aux côtés infiniment petits se détournant l'un de l'autre infiniment peu; on voit qu'en prolongeant un côté suivant vers le précédent, il forme avec lui un angle infiniment petit, qu'on appelle *angle de Contingence*. Le cercle est la seule de toutes les courbes où cet angle ne varie jamais, & qui ait par conséquent une courbure uniforme. Cet angle croît ou décroît dans toutes



les autres, & nous verrons ailleurs jusqu'où peut aller sa variation.

Mais cet angle demeurant le même, la courbure peut encore varier, ou en augmentant par des côtes plus courts, ou en diminuant par des côtes plus longs dans le même ordre. Chacun des côtes de la courbe par son inclination toujours différente à l'axe, déterminera toujours la tangente qui n'est que son prolongement; & sera toujours l'hypothénuse de ce petit triangle rectangle, si connu aujourd'hui des Géomètres, dont un des petits côtes est la différence de l'abscisse, & l'autre la différence de l'ordonnée.

La supposition de l'infiniment petit fait que l'on peut appliquer l'égalité des pas de la courbe, indifféremment, ou à sa différence qui est ce petit côté, ou à la différence de l'abscisse, ou à la différence de l'ordonnée; bien entendu pourtant que l'une des trois prise à volonté pour constante, les deux autres varieront à chaque pas d'une différence infiniment petite du second ordre.

La dépendance réciproque de toutes les lignes finies ou infiniment petites, qui entrent dans une même courbe, fait que l'on peut exprimer la loi qui la rend telle par le rapport de l'une de ces lignes à une autre. On s'en tient communément, ou autant qu'on le peut, au rapport de l'abscisse à l'ordonnée, d'où l'on tire l'équation de toutes les courbes géométriques. Cette équation fait voir que le rapport de l'abscisse à l'ordonnée varie continuellement en toute courbe, mais d'une variation toujours réglée par la même loi. C'est la nature de cette loi qui fait que la courbe a un cours fini comme le cercle, ou infini comme la parabole.

Dans la dixième Section, l'Auteur explique les variations & les changemens des courbes. Il considère d'abord celles qui s'élèvent au dessus de leur axe, de sorte que leurs ordonnées croissent toujours de moins en moins; d'où il suit que leurs différences sont décroissantes. La courbe arrive donc à deux ordonnées égales ou à deux ordonnées égales; & leurs différences à zero, ou du moins à un ordre d'infiniment petit

intérieur à celui dont elles étoient : c'est ce que l'Auteur appelle arriver au parallélisme. Si la courbe arrive à ce terme par un cours fini, la suite des différences est simplement infinie. Mais si elle n'y arrive que par un cours infini, cette suite est infiniment infinie. En effet puisque le demi-diamètre du cercle, par exemple, qui n'est que fini, porte une suite infinie d'ordonnées & de différences; l'axe de la parabole, qui contient une infinité de fois le demi-diamètre d'un cercle, doit porter une suite infiniment infinie d'ordonnées & de différences. Or comme l'ordonnée qui répond au parallélisme est elle-même la somme de toutes les différences précédentes; si cette somme est simplement infinie, l'ordonnée ne sera que finie, comme celle qui est posée sur le milieu du diamètre du cercle, & qui répond au parallélisme de cette courbe. Mais si la somme des différences est infiniment infinie, l'ordonnée sera infinie, comme celle qui est posée à l'extrémité de l'axe infini de la parabole où se trouve son parallélisme.

Il est de toute nécessité qu'une courbe, dont les ordonnées ne croissent que par des différences décroissantes, arrive par un cours infini à une ordonnée moins grande que l'axe, dont les infiniment petits ont été pris égaux. Cette dernière ordonnée dans la parabole est donc moindre que l'axe, quoiqu'elle soit infinie. Mais il y a des courbes, où cette dernière ordonnée, à l'extrémité même d'un cours infini, n'est que finie; & ce sont les courbes asymptotiques. La suite des différences infiniment petites des ordonnées de la parabole se termine par un infiniment petit du second ordre, ce qui se connoît par la nature de son équation différenciée, en supposant son axe infini. Mais si dans la supposition d'un axe infini, lorsque l'équation de la courbe la permet, je trouvois que la différence des ordonnées arrivât à un infiniment petit du troisième ordre, ou de deux ordres au-dessous de la différence de l'abscisse, je conclurois sûrement que la courbe a une asymptote; parce qu'étant devenue parallèle dès le premier infiniment petit du second ordre, elle a encore une  
suite

suite infiniment-infinie d'ordonnées, dont les différences infiniment petites du second ordre se terminent par un infiniment petit du troisième. Or nous savons par la septième Section, qu'une suite de cette espèce n'a jamais qu'une somme finie. La dernière ordonnée, qui est cette somme, n'est donc que finie; & de plus elle est placée à l'extrémité d'une courbe d'un cours infini.

Une suite infiniment infinie de différences, qui est composée d'infiniment petits du premier ordre, & d'infiniment petits du second, & qui cependant ne donne qu'une somme finie, ne doit avoir en nombre infiniment infini que les infiniment petits du second ordre; car ceux du premier en nombre infiniment infini donneroient une somme infinie. Ceux-ci ne sont donc qu'en nombre simplement infini. La courbe asymptotique arrive donc à son asymptote après un cours fini, à la vérité indéterminable; & elle se confond avec cette asymptote pendant un cours infini; puisqu'elle n'en est distante au plus dans toute cette étendue que d'un infiniment petit du second ordre. C'est une proposition véritablement neuve, & presque un paradoxe justifié pourtant par la construction actuelle de toutes les courbes asymptotiques, ou, quoiqu'on sache que la courbe ne touchera réellement l'asymptote qu'à l'Infini, on la rencontre sensiblement de très-bonne heure.

La dernière différence des ordonnées d'une courbe qui tend au parallélisme, peut descendre encore plus bas que le troisième ordre. Mais à proportion que cette dernière différence descendra plus bas, la courbe toujours plus asymptotique, commencera toujours plutôt à se confondre avec son asymptote, & ne sera courbe sensiblement que dans un plus petit espace fini indéterminable.

Quand la courbe est arrivée au parallélisme par un cours infini, il la faut regarder comme terminée, & il n'y a plus rien à y considérer. Mais quand elle n'y est arrivée que par un cours fini, elle peut en avançant toujours par rapport à l'axe ou redescendre, ou continuer de monter. Si elle redescend, elle demeure concave; si elle monte, elle devient convexe.

Mais comme le parallélisme est un terme, il faut qu'elle y subisse un changement. Dans la première partie de son cours les ordonnées étoient croissantes, & les différences décroissantes. Si elle redescend, les ordonnées vont devenir décroissantes, & les différences croissantes; & cette contrariété de progrès entre les ordonnées & les différences est la marque infailible de la concavité. Si la courbe continuë de monter, les ordonnées continueront de croître, & les différences croîtront aussi; conformité de progrès qui accompagne toujous la convexité. Aussi les ordonnées croissantes arrivées à un terme par un cours fini, pouvoient encore croître ou décroître; mais les différences décroissantes arrivées à zero ne pouvoient que croître dans la suite d'une courbe. Le passage de la concavité à la convexité s'appelle *inflexion*.

Comme les angles de la courbe tournent vers l'axe dans la concavité sont tournent en sens contraire dans la convexité; il faut qu'au terme de passage, il y ait deux côtes de la courbe dont l'angle ne soit tourné de part ni d'autre; c'est-à-dire, qu'il y ait deux côtes qui ne fassent précisément aucun angle, ou posez bout à bout l'un de l'autre. On conçoit là trois ordonnées égales dans le cas du parallélisme parfait. Mais si le terme n'étoit qu'un certain degré de plus grande obliquité, les trois ordonnées seroient seulement les moins inégales de tout le cours.

La partie montante ou la partie descendante, en partant du parallélisme, tendent toutes deux à la perpendicularité parfaite qui seroit un terme naturel, ou à un certain degré d'obliquité sur l'axe qui seroit un terme arbitraire donné par l'équation de la courbe. Le terme même du passage pouvoit être, au lieu du parallélisme, une obliquité plus grande où seroit arrivée la courbe qui après l'inflexion continuera de monter; mais il ne pouvoit être qu'un parallélisme parfait à l'égard de la courbe qui doit redescendre.

La même courbe arrivée au parallélisme, ou à la plus grande obliquité, peut revenir sur ses pas, & redescendre intérieurement ou extérieurement à la première partie, ou



bien encore monter à contre sens de la première partie; c'est-à-dire, devenir convexe à l'axe auquel la première partie étoit concave : cette espece de changement s'appelle *rebroussement*. Il se fait par un petit côté de la courbe exactement posé sur celui qui le précède; ainsi les deux côtes n'en font qu'un. Cela n'empêche pas que l'on ne conçoive là comme dans l'inflexion trois ordonnées égales, ou les moins inégales de tout le cours : mais comme il y a ici un retour, la troisième se confond avec la première.

L'Auteur, après avoir examiné les courbes qui arrivent au parallélisme, examine celles qui arrivent à la perpendicularité. Ces courbes sont d'abord convexes sur l'axe, & pour commencer par celles qui ont un cours infini, elles arrivent à une dernière ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe infini, comme la parabole prise en dehors; ou bien elles arrivent à cette dernière ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe fini, comme la cissoïde : les premières n'ont point d'asymptote, & les secondes en ont. En supposant toujours l'axe divisé en infiniment petits égaux; si la dernière différence croissante de l'ordonnée se trouve par le calcul ou un infiniment petit, ou même un fini, il n'y a point encore d'asymptote. Mais il y en aura une, si cette différence se trouve infinie. Elle sera donc supérieure de deux ordres à l'infiniment petit de l'axe dans le cas de la perpendicularité, au lieu qu'elle lui étoit inférieure de deux ordres dans le cas du parallélisme.

Il y a un troisième asymptotisme moyen entre les deux autres. Il consiste en ce que la courbe arrive à un côté oblique par un cours infini : tel est celui de l'hyperbole rapportée à son axe. Son asymptote dans ce sens est la tangente infinie. Elle se confond avec elle après un cours fini indéterminable; aussi l'hyperbole paroît-elle bien-tôt une ligne droite infinie; & à son extrémité le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe est fini. Le caractère général & infaillible de l'asymptotisme est donc qu'à l'extrémité d'un cours infini, le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe soit fini pour l'obliquité;

supérieur au moins de deux ordres pour la perpendicularité ; & inférieur au moins de deux ordres pour le parallélisme. C'est encore une observation dûë toute entière à M. de Fontenelle.

Si la courbe arrive à la perpendicularité par un cours fini, & qu'elle continue encore, il est nécessaire qu'elle ait là un rebroussement ou une inflexion, qui ne diffèrent point assez de ce que nous avons exposé dans le cas du parallélisme pour nous y arrêter.

L'Auteur, à la fin de cette même Section, donne une première idée de la courbure des courbes, qui est un des principaux objets de son ouvrage. Nous avons déjà remarqué qu'en toute autre courbe que le cercle, l'angle de contingence, qui détermine la courbure, varie sans cesse. Cet angle est infiniment petit par lui-même, puisqu'il distingue les pas d'une courbe. Tant qu'il demeure dans cet ordre il forme, quoique croissant ou décroissant, une courbure qu'on appelle ordinaire ou finie. Mais comme décroissant, il a un terme qui est zero, ou du moins un infiniment petit d'un ordre inférieur à ce qu'il étoit ; & en ce cas il donne une courbure nulle. Ainsi, comme croissant, & tendant à donner une courbure infinie, il sembleroit qu'il dût avoir le fini pour terme, ou devenir lui-même fini. C'est même l'idée que les Géomètres en ont eue jusqu'à présent, & qui ne les a point trompez dans le calcul. Mais M. de Fontenelle rectifie cette idée par rapport à la spéculation, & parvient dans la suite à rendre le calcul plus simple. Il ne s'agit ici que d'exposer en quoi il fait consister la courbure infinie, ou le dernier terme de la courbure croissante.

La courbure infinie n'arrivant jamais que dans un passage ou un changement de la courbe, il démontre d'abord qu'il est impossible qu'il y ait là un angle fini, qui par la loi de la croissance qui l'auroit amené à ce terme, pourroit être très grand, & même droit. Or il n'y a point de courbe, quelque point de passage qu'on lui suppose, dans le cours de laquelle on puisse appercevoir ni assigner aucun angle non plus qu'aucun côté déterminable. Cela est contraire à ce que

l'œil, & bien plus encore à ce que l'esprit voit dans les courbes, pour peu qu'on ait approfondi leur nature. Voici donc en quoi consiste la courbure infinie. On se souvient que vers le commencement de cette seconde Partie, nous avons remarqué que l'angle de contingence demeurant le même, la courbure augmente par un côté qui devient plus court. Ainsi l'angle de contingence demeurant infiniment petit, la courbure deviendra infinie, si à un côté de la courbe infiniment petit du premier ordre, tels qu'ils le sont tous, succede immédiatement & tout d'un coup un côté infiniment petit du second. La courbure croissante n'arrive donc pas à la courbure infinie par un angle fini qui est impossible dans une courbe. Mais sur le point que cet angle, pour satisfaire à la loi de la croissance, alloit être fini ; le côté de la courbe devenant infiniment petit du second ordre, fait par rapport à la courbure infinie, la fonction qu'auroit faite un angle de contingence fini, s'il avoit pû exister.

De-là il suit que si la courbure infinie est jointe à une inflexion, il y aura deux côtez infiniment petits du second ordre posez bout à bout l'un de l'autre ; & si elle est jointe à un rebroussement, ces deux côtez infiniment petits du second ordre seront exactement posez l'un sur l'autre.

Enfin comme cette courbure infinie n'arrive qu'en un seul point de passage ou de changement, les côtez de la courbe reprennent aussi-tôt leur grandeur, & même leur égalité précédente ; & les angles de contingence arrivez à un terme de croissance, décroîtront ensuite jusqu'à zero, ou jusqu'à un infiniment petit d'un ordre inférieur, & donneront là une courbure nulle.

Dans les deux dernières Sections de la première Partie, l'Auteur justifie par le calcul les vérités de spéculation que nous avons tirées des Sections précédentes. Il en trouve quelques-unes, en se servant du calcul différentiel, tel qu'on l'a employé jusqu'à présent ; c'est-à-dire, en désignant tous les Infinis croissans ou fixes, complets ou incomplets, par un caractère uniforme ; ou en ne distinguant les infiniment petits,

qu'on a plus étudiez, que par des exposans en nombres entiers. Il y a bien des cas où cette indication vague fustit, parce qu'on n'y cherche que le rapport du Fini à l'Infini ou à zero, toujous suffisamment déterminé par les distances les plus générales de l'un à l'autre. On a même établi des rapports finis, ou de nombre à nombre, entre des Infinis qu'on a presque toujous pris du même ordre, ou entre des infiniment petits de différens ordres toujous complets. Mais M. de Fontenelle introduisant la distinction des ordres potentiels & des ordres radicaux, met une plus grande exactitude dans le calcul, & répand par conséquent une nouvelle lumière sur la Géométrie.

C'est par cette distinction que tout ce qu'il a avancé sur le parallélisme & sur la perpendicularité des courbes asymptotiques, ou non asymptotiques, est vérifié dans la Section onzième. Cette distinction n'est pas nécessaire à l'égard des courbes, où l'une des deux inconnûes devenant infinie, l'autre demeure finie, ou devient zero; parce que l'Infini quelconque de la première, ainsi que nous venons de le dire, la distingue suffisamment de l'autre. Mais lorsque deux inconnûes de différente dimension deviennent infinies ensemble, elles le sont infailliblement en différent degré: & ce n'est qu'en démêlant cette différence, par le calcul même, quoiqu'on ne l'ait pas encore porté à cette précision, que l'on peut reconnoître la valeur propre ou le rapport exact de ces inconnûes, dans cette situation extrême. Dans le cas du parallélisme des courbes, on sçait, par exemple, que la différence de la dernière ordonnée de la parabole est infiniment inférieure à la dernière différence de l'axe, celle-ci étant toujous un infiniment petit constant. Mais on n'avoit pas encore pris garde que cette infériorité infinie peut ne consister que dans l'infériorité d'un seul ordre radical dans le même ordre potentiel: & de plus, en ne se servant que d'Infinis vagues, cette supériorité suffit pour réduire l'infiniment petit de l'ordonnée à zero, en comparaison de l'infiniment petit de l'axe. Vérité de rapport général dont les Géomètres se sont contentez.



D'un autre côté il arrive quelquefois, comme dans la première parabole cubique, que le calcul différentiel ordinaire abaissera l'infiniment petit de l'ordonnée de trois ordres au-dessous de l'infiniment petit de l'axe, auquel cas la courbe devroit avoir une asymptote, puisqu'il ne faut qu'une infériorité de deux ordres pour cet effet : cependant la première parabole cubique n'en a point. Mais si l'on avoit bien caractérisé les Infinis, on auroit vû que ces ordres ne sont que des ordres radicaux ; & il faut pour l'asymptotisme, que l'infériorité de la différence de l'ordonnée, par rapport à celle de l'axe ou de l'abscisse, soit de deux ordres potentiels.

L'Auteur discute avec la même attention le cas où les courbes arrivent à la perpendicularité par un cours infini ; & il enseigne par des exemples la manière dont il faut se servir du calcul différentiel pour trouver, par les distinctions qu'il a établies, les rapports justes que l'on cherche. Mais comme il observe lui-même que la perpendicularité d'une courbe sur un axe n'est que son parallélisme sur un autre ; cette raison suffit pour nous dispenser de l'explication de ce second cas dans un Extrait.

Cette même Section finit par l'examen des soutangentes. Nous nous bornerons à dire sur ce sujet, que l'Auteur démontre que dans la perpendicularité, arrivant au bout d'un cours infini d'une courbe, la soutangente est souvent infinie. Cette proposition paroîtra sans doute un paradoxe aux Géomètres, qui ont toujours dit que toute soutangente étoit nulle dans la perpendicularité. Mais, outre qu'ils ne fondent cet axiome que sur ce qui arrive à l'origine ou à l'extrémité des courbes considérées dans un cours fini ; d'ailleurs à l'extrémité même d'un cours infini, ils ont raison encore, non à l'égard de la valeur réelle de la soutangente qui est infinie, mais à l'égard de son rapport avec l'ordonnée, qui sera toujours infinie au moins d'un ordre radical supérieur à celui de la soutangente. Ainsi la confusion des Infinis n'a pas donné une erreur de rapport entre ces deux lignes : mais elle a empêché de connoître la valeur propre de chacune d'elles.

Enfin, dans la douzième & dernière Section de la première Partie, l'Auteur applique à des courbes particulières, ce qu'il a déjà dit en général de la courbure. Les Géomètres avoient tiré jusqu'à présent l'évaluation des courbures, des rayons des développées; parce que l'angle que deux de ces rayons infiniment proches forment entre eux, est toujours égal à l'angle de contingence. Mais sans employer les rayons d'une développée, étrangère par elle-même à la courbe dont on cherche les propriétés; M. de Fontenelle donne une formule toute nouvelle de la courbure, tirée immédiatement de la nature de la courbe principale. Il trouve que le sinus de l'angle de contingence, dont il s'agit uniquement dans cette recherche, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont un des côtes est la seconde différence de l'ordonnée de cette courbe, & l'autre la seconde différence de son abscisse. Et de plus cette formule est beaucoup plus simple que celle du rayon de la développée, dont il falloit tirer encore par une seconde opération le sinus de l'angle de contingence.

Cette formule, dont la valeur varie sans cesse à l'égard des autres courbes, a une valeur toujours constante dans le cercle. Mais il faut la sçavoir trouver constante; comme dans les autres courbes, il faut sçavoir suivre sa variation; ce qui ne se peut sans un examen attentif de ce qui leur arrive à chaque point en conséquence de leur nature.

L'Auteur résout ici une difficulté qui a été faite depuis long-temps au sujet du Cercle, & par laquelle même quelques-uns ont crû ébranler la certitude de la Géométrie. On démontre qu'entre le cercle & sa tangente on ne sçauroit faire passer aucune ligne droite; & l'on démontre aussi qu'entre le même cercle & sa tangente on peut faire passer une infinité d'autres cercles. Il y a là une contradiction qui paroît d'autant plus formelle, qu'il s'agit non seulement d'une ligne, mais d'une infinité de lignes qu'on semble faire passer dans un espace où l'on soutient qu'il n'en peut passer une seule. Cette difficulté s'évanouïra par l'image seule qu'on voudra se faire d'un nombre quelconque de cercles de différentes grandeurs,

grandeurs, mais tous polygones infinis, appuyez tous par un de leurs côtes sur la même tangente, qui n'est que le prolongement de tous ces côtes de différentes grandeurs eux-mêmes, en une seule ligne droite. Car on verra qu'aucun de ces cercles ne passe dans l'autre; mais ils se détournent de cette tangente plus loin du premier point touchant les uns que les autres, à proportion qu'ils sont plus grands: & suivant l'idée que nous avons donnée de la courbure, faisant tous le même détour après de plus grands pas, ils sont moins courbes les uns que les autres, à proportion de leur grandeur. Au contraire je ne sçaurois faire passer une ligne droite entre la tangente & aucun de ces cercles; & la ligne qui partant du premier point touchant, coupera un seul d'entr'eux, les coupera tous.

L'application que l'Auteur fait de la formule de la courbure à plusieurs sortes de courbes, & sur-tout aux paraboles, est extrêmement curieuse, par la gradation qu'il observe entre ces paraboles, non seulement d'un degré à l'autre, mais de la première à la dernière de chaque degré. En général la courbure des courbes peut être croissante ou décroissante vers l'origine, & le contraire vers l'extrémité. Cette contrariété indique qu'il y a un point où elles ont changé à cet égard la nature de leur progrès, & où par conséquent elles ont eu un *maximum* ou un *minimum* de courbure que la formule fait trouver exactement. Mais le principal est de juger par la courbure de l'extrémité, si la courbe n'a point d'asymptote, ou en a une. La comparaison de la branche perpendiculaire de la logarithmique qui n'en a point, avec la branche perpendiculaire de l'hyperbole qui en a une, fera conclure d'abord que le sinus de l'angle de la courbure tombant à l'infiniment petit du quatrième degré, ne marque point encore l'asymptotisme; au lieu que tombant à l'infiniment petit du cinquième, il le marque infailliblement. Mais un examen plus profond donne quelque chose de plus précis.

Le sinus de l'angle de contingence qui exprime la courbure, étant par lui-même un infiniment petit du second ordre,

ce qui fait une courbure ordinaire & finie; il suffit qu'il s'éleve d'un seul ordre radical au-dessus de ce second ordre pour donner une courbure infinie. Mais dès qu'il commence à descendre du second vers le troisième, il donne une courbure nulle; & par conséquent les extrémités des courbes comprises dans cet intervalle, seront lignes droites dans une étendue infiniment petite. Depuis le troisième ordre jusqu'au quatrième ces extrémités seront lignes droites dans des étendues finies, ce qui déjà ne peut arriver qu'à des courbes d'un cours infini. Depuis le quatrième jusqu'au cinquième elles seront lignes droites dans des étendues infinies sans asymptote. Enfin au cinquième ces extrémités seront lignes droites dans des étendues infinies avec asymptote : & la courbure descendant plus bas, ces asymptotes se confondront toujours plutôt avec ces courbes, que nous avons appellées ailleurs par cette raison *toûjours plus asymptotiques*.

Nous n'alleguerons plus au sujet de la courbure que l'exemple de la cycloïde; il semble fait exprès pour autoriser l'idée de l'Auteur sur la courbure infinie naissant d'un côté infiniment petit du second ordre, qui succède immédiatement à des côtes de la courbe infiniment petits du premier, & tous égaux. La courbure de l'extrémité de la cycloïde, ou du point où elle rencontre sa base, se trouve infinie par la formule. Les ordonnées du demi-cercle générateur prolongées ont toujours été celles de la cycloïde. Mais le dernier côté du demi-cercle arrivant à la base de la cycloïde, se joint parallèlement à cette base; au lieu que le dernier côté de la cycloïde tombe perpendiculairement sur elle. Les deux dernières ordonnées du demi-cercle conçûes tirées des deux extrémités de son dernier côté, ne seront donc distantes l'une de l'autre en ce point que d'un infiniment petit du second ordre, quoique jusque-là les ordonnées aient été distantes d'un infiniment petit du premier. Ces deux dernières ordonnées du demi-cercle, prolongées jusqu'à la cycloïde enfermeront donc entre elles un dernier côté de la cycloïde infiniment petit du second ordre, & perpendiculaire sur la base; quoique tous les précé-



dens ayent été du premier, & égaux entre eux. Ainsi voilà un changement d'ordre en un point unique, prouvé par la seule comparaison de la cycloïde avec son cercle générateur, indépendamment d'abord de toute recherche de courbure, & qui s'accorde ensuite avec la courbure infinie donnée par la formule, indépendamment de la comparaison des deux courbes.

La seconde partie de l'ouvrage de M. de Fontenelle, à laquelle nous arrivons ici, est intitulée *Différentes Applications, ou Remarques*. Les vérités que l'Auteur y dévoile, ne sont en effet qu'une suite des principes qu'il a posés. Mais ces vérités déjà neuves de la nouveauté de leurs principes peu connus jusqu'à présent, le paroîtront encore beaucoup par l'art qui les en a tirées. Cette Partie est divisée en huit Sections. Dans la première, l'Auteur prouve l'exactitude du calcul de l'Infini, principalement à l'égard de la suppression que l'on y fait, non seulement des Finis, mais des Infinis d'ordres inférieurs. Le fond de sa preuve est que le vrai caractère de l'Infini est de faire disparaître les grandeurs finies. Nous ne pouvons presque saisir sa valeur propre ou son rapport que par-là. Ainsi lorsque je laisserai subsister une grandeur finie devant l'expression générale d'une autre grandeur ; j'aurai beau appeler celle-ci infinie, elle ne le sera point ; puisque je ne la fais pas assez grande par rapport à l'autre. Bien loin donc que le calcul fût plus exact par la conservation de l'autre, je n'aurois seulement pas la principale propriété de celle que j'examine. Ce raisonnement doit s'étendre aux Infinis supérieurs par rapport aux inférieurs.

Dans la deuxième Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces hyperboliques, & il la trouve par la Théorie des sommes des suites, & par celle des Infinis radicaux. L'élément de tout espace de courbe étant, selon la nouvelle Géométrie, le produit de l'ordonnée par l'infiniment petit de l'axe ; il ne s'agit que de trouver la valeur de cet élément, tant à l'origine de l'hyperbole de tout degré qu'à son extrémité, soit parallèle, soit perpendiculaire. On aura alors la représentation du

commencement & de la fin d'une suite infinie de nombres qui commence par un infiniment petit du premier ordre, & qui finit ou par un infiniment petit d'un ordre quelconque, ou par un Fini, ou même par un infiniment grand. Or on sçait par la septième Section, si la somme de ces sortes de suites est finie ou infinie, dans tous les cas qui peuvent se présenter; on sçaura donc si l'espace hyperbolique est fini ou infini. Il faut seulement observer que depuis l'origine de toute hyperbole jusqu'à son extrémité parallèle, la suite est infiniment infinie; & qu'ainsi il faut élever son premier & son dernier terme d'un ordre, pour pouvoir juger de la somme; au lieu que depuis l'origine jusqu'à l'extrémité perpendiculaire, la suite est simplement infinie; & qu'ainsi la somme se manifeste par elle-même. Cette méthode fait voir que les deux espaces de l'hyperbole ordinaire sont infinis; au lieu que toutes les autres en ont un fini & l'autre infini. On apprend encore par-là que les deux asymptotes de toutes les hyperboles, excepté celles de l'hyperbole ordinaire, sont inégales de quelques ordres radicaux ou potentiels, & que l'espace infini est toujours du côté de la plus grande asymptote.

Il s'agit dans la troisième Section des rencontres de différentes courbes, ou de différentes branches d'une même courbe. L'Auteur y explique le fameux cas où le numérateur & le dénominateur de la fraction qui exprime une soutangente deviennent tous deux égaux à zero. La raison de cet effet est que les deux infiniment petits de la formule des soutangentes sont devenus infiniment plus petits qu'ils ne le seroient hors du cas de la rencontre de deux branches, ainsi le calcul doit les présenter en zero. S'il y a trois branches, une seconde différentiation donnera encore zero, & ainsi de suite. Mais cela n'arriveroit point, si du premier coup on portoit la formule au degré d'infiniment petit qui répond au nombre des branches. Cependant comme les infiniment petits de la formule, demeurant dans le premier ordre, ont la même position, & par conséquent le même rapport entr'eux qu'ils auroient dans un ordre convenable; il ne résulte pas de-là

une soutangente fausse, mais il ne résulte rien. En effet, nous avons déjà insinué que les rapports généraux, conservez entre les Infinis, ne jettent point dans l'erreur; mais il n'y a que leur valeur propre qui puisse donner les grandeurs exactes que l'on cherche.

La quatrième Section traite des figures isopérimètres. Elle tient au sujet principal du Livre, parce que les propriétés de ces sortes de figures ont leur naissance dans l'infiniment petit, & leur accomplissement dans le Fini. Mais nous ne donnerons ici que les premières idées de cette recherche, & les dernières conclusions où elle conduit. Les figures isopérimètres sont celles qui ont un contour de même longueur : & l'on demande selon quelle disposition des parties de ce contour elles auront la plus grande aire, ou enfermeront le plus grand espace. Un fil d'un pied de long, duquel je joins les deux bouts, & que j'étends en deux côtes d'un demi-pied chacun, forme une espèce de figure, mais la moindre de toutes : c'est un infiniment petit d'espace, & un des deux extrêmes de la supposition. Faisons en un triangle le premier des polygones; l'équilatéral sera le plus grand de tous; ce qui m'apprend déjà que la figure isopérimètre tire un grand avantage de l'égalité des côtes, jointe non seulement à l'égalité, mais à la multiplicité & des angles & des côtes. Si je passe au quarré & de-là aux polygones supérieurs, toujours plus grands les uns que les autres dans le même contour; je découvre qu'en conservant toujours l'égalité & des angles & des côtes, l'espace augmente par l'augmentation de chaque angle & par la diminution de chaque côté; jusqu'à ce qu'enfin j'arrive au cercle, la plus grande des figures isopérimètres, l'autre extrême de la supposition, qui contient un nombre infini de côtes & d'angles, ceux-là les plus petits, & ceux-ci les plus grands qu'ils puissent être, en conservant l'égalité parfaite dans le contour ou le périmètre donné.

Mais les Géomètres, en comparant ensemble des courbes isopérimètres, forment ordinairement un espace mixtiligne composé de l'arc de la courbe, de son abscisse & de son

ordonnée correspondante. Alors prenant les arcs égaux, ils trouvent les plus grandes aires dans les courbes dont le progrès des courbures approche le plus d'une progression arithmétique, ou qui gardent un certain rapport constant & le plus approchant de l'égalité dans les sinus de leurs courbures.

Nous ne dirons qu'un mot de la cinquième Section, qui est elle-même fort courte. L'Auteur y examine la formation élémentaire des lignes, des plans & des solides. Il prouve que les lignes droites ou courbes ne sont pas formées par des points, qui étant sans étendue, même lineaire, ne sont capables d'aucune multiplication. Ainsi une infinité de *non-étendus* ou de zero ne donne rien. Mais une infinité de lignes infiniment petites, donnent une ligne finie. A l'égard des courbes, tous les Géomètres conviennent que leurs élémens ont une position qui détermine leur inclinaison sur l'axe, & dont le prolongement fait la tangente. Or un point n'a aucune position, & l'on ne peut pas le prolonger plutôt d'un côté que d'un autre. De même les plans doivent être conçus comme formez par d'autres plans infiniment petits. Un cercle, par exemple, est composé de petits triangles élémentaires dont la pointe est au centre, & dont les bases sont les arcs conçus eux-mêmes comme lignes droites. Par-là on sauve toutes les chicannes tirées d'un cercle formé par des rayons plus distans les uns des autres vers la circonférence que vers le centre. Enfin les solides sont formez par des solides élémentaires convenables à leurs figures; un cylindre, par exemple, est composé de prismes triangulaires qui concourent tous à l'axe. Aussi la nouvelle Géométrie donne-t-elle toujours les élémens ou les différentielles de la même dimension que les grandeurs ou les intégrales.

Dans la sixième Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces asymptotiques, & des solides formez par leur révolution autour d'un axe. Nous avons déjà dit que les courbes asymptotiques ne sont courbes que pendant un cours fini indéterminable, & que par conséquent elles sont parallèles à leur asymptote pendant un cours infini. Mais ce parallélisme



est susceptible d'augmentation. Pour le faire concevoir ; au lieu de supposer l'axe infini qui sert d'asymptote divisé en un nombre infiniment infini de parties infiniment petites, nous le supposons divisé en un nombre simplement infini de parties finies. De-là il suivra que les ordonnées prises aux extrémités de ces intervalles vers l'origine de la courbe, n'auront plus que des différences finies. Le parallélisme commence dès que ces ordonnées encore finies commencent à n'avoir aux extrémités de ces intervalles que des différences infiniment petites : & le parallélisme augmente, lorsque ces ordonnées, devenant elles-mêmes infiniment petites, prennent des différences d'un ordre inférieur à elles, successivement jusqu'au dernier ordre que puisse donner l'équation ou la nature de la courbe, & au commencement duquel on doit s'arrêter. Il faut donc se représenter la courbe depuis le point où elle devient parallèle à l'asymptote jusqu'à l'extrémité de son cours, comme composée de côtés qui après des pas finis se détournent infiniment peu, & par conséquent comme une ligne qui demeure droite dans une étendue finie, & qui ne devient courbe que dans une étendue infinie.

Les courbes, toujours plus asymptotiques, sont celles qui ont le plus de ces côtes toujours plus parallèles à l'asymptote, & toujours plus proches d'elles. Mais ce sont aussi celles qui ont les espaces asymptotiques les plus petits. L'ordre d'ordonnées qui précède immédiatement celui où l'on doit s'arrêter, est le seul où ces ordonnées soient en nombre infini. Et l'espace asymptotique ne peut être infini que lorsque ces ordonnées en nombre infini sont elles-mêmes finies. Or comme cela arrive en peu de courbes, on en doit conclure qu'entre les espaces asymptotiques tous infinis en longueur, il y en a infiniment plus de finis que d'infinis dans leur valeur.

Au sujet des solides formez par des espaces asymptotiques, nous nous contenterons de dire qu'on peut les considérer suivant deux sortes de révolutions. La première est celle qui fait tourner cet espace autour de la première ordonnée finie ; & la seconde est celle qui le fait tourner autour de l'asymptote

infinie. Dans la première, le solide a une hauteur finie sur une base infinie; & dans la seconde, il a une hauteur infinie sur une base finie. La base de la première révolution étant un plan circulaire dont l'asymptote infinie du premier ordre est le demi-diamètre, & les aires circulaires étant toujours comme les quarrés de leurs diamètres, cette base est toujours un Infini du second ordre. Le cylindre ne peut jamais être moindre que le Fini, à cause de sa partie du milieu, qui a toujours une hauteur & une base finie. Mais le tout ensemble peut demeurer fini; & il demeurera tel, lorsque les dernières ordonnées en nombre infini sur l'asymptote ne seront que des infiniment petits du second ordre; car c'est une moyenne entre elles qui fera la hauteur du solide. Or un infiniment petit du second ordre, multipliant un infiniment grand du même ordre, ne fait qu'un Fini. Ainsi à proportion que ces ordonnées en nombre infini s'élèveront d'ordre depuis le second jusqu'au fini, elles feront des solides infinis plus grands; & à proportion qu'elles baisseront d'ordre depuis le même terme, elles feront des solides finis plus petits. Mais dans cette première révolution il y a une longue suite de cas où des espaces finis donnent des solides infinis.

A l'égard de la seconde, sa hauteur, comme nous l'avons dit, est l'asymptote infinie; & la base, qui est le quarré de quelque ordonnée moyenne entre celles qui sont en nombre infini, ne peut jamais être que finie, & même une fraction. Or afin que le solide demeure infini, il faut que cette fraction, étant quarrée, ne devienne pas un infiniment petit; car un infiniment petit multipliant un Infini, ne fait qu'une grandeur finie. La courbe qui conservera infini son solide de la seconde révolution, comme la première & la seconde hyperbole du cinquième degré, sera donc moins asymptotique que l'hyperbole ordinaire qui n'a son solide de la seconde révolution que fini. Enfin l'exemple de l'hyperbole ordinaire fait voir que tout au contraire de la première révolution, des espaces infinis peuvent ne donner que des solides finis dans la seconde. Cette Section, bien étudiée & bien comprise, donne  
le

le dénoüement de ces variétez que les grands Géomètres ont admirées eux-mêmes dans ces especes de cubatures ; & l'on pourra deormais prévoir par le seul examen de l'aire asymptotique d'une courbe, de quel ordre sera sa solidité.

La septième Section a pour titre : *De la communication ou de la non-communication des rapports entre l'Infini & le Fini.* Elle est sans contredit une des plus belles & des plus utiles de tout l'ouvrage ; l'Auteur y développe le principe qui fait qu'on a la valeur de certains espaces curvilignes, ou la quadrature de certaines courbes, sans qu'on puisse avoir la valeur ou la quadrature des autres. Il conçoit un axe infini, divisé en parties finies, sur chacune desquelles il élève les termes successifs de différentes suites infinies de nombres qui formeront un espace croissant. Si cet espace a un rapport fini quelconque avec le rectangle formé par l'axe & par la dernière & la plus grande des ordonnées, rectangle infini qu'il appelle *suite pleine* ; ce rapport se conservera dans le Fini. L'Auteur change donc les parties finies de l'axe en infiniment petits, & il abaisse les ordonnées à l'ordre inférieur à celui dont elles étoient, en conservant leur rapport entr'elles. Elles vont remplir maintenant un espace curviligne fini, qui gardera nécessairement avec le rectangle fini correspondant le rapport que l'espace curviligne infini avoit au rectangle infini : or en connoissant la somme de cette suite infinie d'ordonnées infiniment proches, & qui ne laissent aucun vuide entre elles, on connoitra le rapport de l'espace qu'elles remplissent avec l'espace total du rectangle correspondant ; & l'on aura la quadrature de la courbe, par une communication de rapport entre l'Infini & le Fini. La suite *A* élevée à tous les exposans entiers ou fractionnaires qu'on voudra lui donner, répond à des paraboles, espece de courbe quarrable dans tous ses degrez ; parce qu'on a la somme de *A*, élevée à tous ses exposans entiers ou fractionnaires. On quarre par la même raison les courbes qui représentent tous les nombres polygones ou figurez, parce qu'on a leurs sommes. Ces courbes sont encore des paraboles ; mais tous les polygones sont compris dans la seule

parabole ordinaire, en changeant seulement son origine ou son paramètre; & tous les figurez font exprimez successivement par les dernières paraboles de chaque degré.

Mais il arrive souvent que le rectangle infini, dont nous venons de parler, n'aura aucun rapport fini avec l'espace pris par une courbe que l'on auroit tracée dans l'aire de ce rectangle. Ce cas arrive à l'égard de toutes les courbes asymptotiques, dont l'espace n'est jamais qu'un Infini radical en comparaison du rectangle infini correspondant, qui est un Infini complet. Or, il est impossible d'amener dans le Fini, le rapport d'un Infini radical à un Infini complet. Ainsi il y a là une *non-communication* de rapport entre l'Infini & le Fini. Mais au défaut de ce rapport, on peut trouver, sinon la valeur précise, du moins l'ordre des sommes des ordonnées qui remplissent l'espace asymptotique. La suite *A*, élevée à tel exposant entier ou fractionnaire qu'on voudra, mais renduë elle-même fractionnaire sous le numérateur perpetuel 1, sera représentée par des hyperboles. L'hyperbole ordinaire représente la suite  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ . Aussi son espace asymptotique est-il infini, parce que la somme de cette suite est infinie. Mais elle n'est qu'un Infini radical en comparaison de la suite pleine, ou de l'Infini complet des unitéz, représentée par le rectangle *infini correspondant*. Tous les polygones réduits en fraction forment l'hyperbole du troisième degré différemment modifiée; & tous les figurez réduits aussi en fraction, forment les dernières hyperboles du degré qui répond au leur.

A l'égard du cercle dont on n'a point encore la quadrature, on la trouveroit par le seul rapport de son diamètre à sa circonférence. Ce rapport est fini sans doute, mais selon toute apparence, étant incommensurable, il vient de l'Infini, & y tient d'une manière qui nous est inconnuë. L'examen de l'Infini a fait découvrir à M. de Fontenelle, quatre especes d'incommensurables. La première seule nous est connuë. On ne sçauroit la représenter en nombres, mais on la représente en lignes: & les trois autres ne se peuvent représenter ni de l'une ni de l'autre manière. Si l'on démontroit que le rapport



de la circonférence au diamètre n'est ni commensurable, ni incommensurable de la première espèce, on démontreroit par exclusion qu'il est de l'une des trois autres. Mais comme elles sont également hors de prise à l'esprit humain, il sera toujours impossible, non seulement de déterminer ce rapport dans quelque une d'elles, mais de décider même dans laquelle des trois il peut-être.

Enfin, la huitième & dernière Section traite des forces centrales. La Théorie des mouvemens réduits au calcul n'a jamais été présentée d'une manière plus claire & plus sensible; & cette explication donne un nouveau lustre à la résolution du problème qui fit trouver à M. le Marquis de l'Hôpital la courbe d'égale pression. Mais indépendamment du terme qu'il est temps de mettre à cet Extrait; les parties de cette dernière Section sont tellement liées les unes aux autres, qu'il seroit très-difficile de trouver un milieu entre la seule exposition du sujet, telle que nous venons de la faire, & la Section toute entière qu'il faudroit transcrire.

**N**Ous renvoyons entièrement aux Memoires  
L'Écrit de M. Nicole sur la Sommation d'une infinité V. les M.  
de Suites nouvelles, dont on n'auroit point les sommes par P. 257.  
les méthodes connues.

Les Recherches de M. Saurin sur la rectification du Ba- V. les M.  
romètre. p. 282.





# ASTRONOMIE.

## *SUR LE PREMIER SATELLITE DE JUPITER,*

*Et sur les Tables que feu M. Cassini en a données.*

V. les M.  
p. 350.

C'EST une chose très connue que la grande utilité des Éclipses des Satellites de Jupiter. Ils avoient été découverts en 1610 par Galilée, mais leurs mouvements ne furent observés avec un peu d'exactitude que depuis 1650, & cependant feu M. Cassini fut en état d'en donner dès 1668 des Tables, qu'il publia encore plus parfaites en 1693, ce qui paroîtra un Chef-d'œuvre d'Astronomie à quiconque sçaura & la nature & le nombre des difficultés qu'il avoit eûes à vaincre dans une entreprise si hardie. Ces Tables sont construites sur des principes qui pourroient être assés cachés pour la plûpart de ceux qui en feroient usage, M. Maraldi a cru qu'il seroit utile de les expliquer; de plus si pour une plus grande sûreté on compare encore tous les jours les Observations aux Tables des mouvements celestes les plus anciennement connus, tels que ceux du Soleil & de la Lune, à plus forte raison sera-t'il bon de comparer les Observations des Satellites connus depuis si peu de temps à leurs Tables, quoique composées par un excellent Astronome. Nous allons donner d'abord une idée des principes de leur construction. Il ne s'agira que du 1<sup>er</sup> Satellite, le plus utile, & pour ainsi dire, le plus employé des quatre, parce qu'étant le plus proche de Jupiter, il fait autour de lui la révolution la plus courte, & tombe plus souvent dans son ombre. Sa révolution autour de Jupiter n'est que de 1 jour, 18<sup>h</sup> 28' 36".

On cherche à déterminer le plus précisément qu'il soit possible, le temps où arrivent les Éclipses du Satellite vûës de la Terre. Si nous étions dans Jupiter, cette détermination ne dépendroit que du mouvement du Satellite autour de Jupiter, mais de dessus la Terre où nous sommes, elle dépend encore du mouvement du Satellite par rapport à la Terre, ou plutôt du mouvement par lequel Jupiter qui tourne *essentielllement* autour du Soleil, & par *accident* autour de la Terre, emporte son Satellite avec lui autour de la Terre.

A en juger par la Lune, vrai Satellite de la Terre, le Satellite de Jupiter se meut autour de lui dans une Ellipse dont le centre de Jupiter est un foyer, & par conséquent son mouvement sera inégal. Mais cette Ellipse, si elle existe, ne peut être pour nous qu'un Cercle concentrique à Jupiter à cause de nôtre grand éloignement, & le mouvement du Satellite autour de Jupiter sera uniforme, toujours égal en temps égaux. Feu M. Cassini a pris cela pour certain, quoique les Observations pussent à la fin démentir un peu cette supposition, & faire appercevoir quelque légère inégalité. Il ne reste donc à considérer que le mouvement par lequel Jupiter emporte avec lui son Satellite autour de la Terre, c'est-à-dire, le mouvement même de Jupiter par rapport à la Terre.

Ce mouvement, aussi-bien que celui de toutes les Planètes principales, a deux inégalités, l'une qu'on appelle première, & qui est réelle, l'autre qu'on appelle seconde, & qui n'est qu'optique. La 1<sup>re</sup> vient de ce que Jupiter se meut réellement dans une Ellipse autour du Soleil, & non pas dans un Cercle concentrique au Soleil; la 2<sup>de</sup> vient de ce que Jupiter est vû, non du Soleil, mais de la Terre, ce qui donne encore à son mouvement une inégalité apparente, outre la réelle qu'il avoit déjà. Nous avons assés parlé de ces deux inégalités des Planètes dans quelques-uns des Volumes précédents.

La 1<sup>re</sup> inégalité de Jupiter se distribue dans son Orbe Elliptique, qui doit être parcouru en un peu moins de 12 ans. On commence la distribution à l'Aphélie, qui est le point de l'Orbe le plus éloigné du Soleil, & où le mouvement moyen,

que l'on feint égal , concourt avec le vrai , qui est inégal. De-là jusqu'au Périhélie , où ces deux mouvements se retrouvent ensemble , il faut toujours pour avoir le vrai ajoûter au moyen , que l'on a toujours par les Tables , ou en retrancher une certaine quantité , qu'on appelle la 1<sup>re</sup> *E'quation*.

La 2<sup>de</sup> inégalité de Jupiter vient de ce que , tandis qu'il se meut en 12 ans sur son Orbe autour du Soleil , la Terre se meut aussi sur le sien en un an autour du même centre , & par conséquent ces deux mouvements se combinent de façon , que tantôt la Terre voit Jupiter aller plus vite , tantôt plus lentement , par la seule raison qu'elle est différemment posée à son égard. Cette 2<sup>de</sup> inégalité se compte du point où la Terre est sur la même ligne droite que Jupiter & le Soleil , & est entre eux , ce que nous appellons une *opposition* de Jupiter. Alors il est vû de la Terre comme il le seroit du Soleil , c'est-à-dire , rapporté au même point du Zodiaque. La 2<sup>de</sup> inégalité est nulle à ce point , & se distribue ensuite à tout le demi-Cercle qui est jusqu'à la Conjonction suivante. La Terre revient à ce même point au bout d'un an , mais elle n'y retrouve pas Jupiter , qui pendant ce temps-là a fait la 12<sup>me</sup> partie de son cours. Il faut donc , pour le retrouver , que la Terre se meuve encore un mois , & il y a 13 mois entre une opposition de Jupiter & la suivante.

Feu M. Cassini auroit pû distribuer dans ses Tables du premier Satellite , ces deux inégalités de Jupiter , comme le font ordinairement les Astronomes , mais il y auroit eû de l'embarras de calcul , & il trouva une méthode nouvelle , plus ingénieuse , & plus commode. A l'égard de la 1<sup>re</sup> inégalité , il s'apperçût que dans le temps d'un retour de Jupiter à son Aphélie , qui est un point mobile , & dont le mouvement est connu , le 1<sup>er</sup> Satellite faisoit précisément 2448 révolutions autour de Jupiter , or nous avons vû que c'est de ce point de l'Aphélie que se compte la 1<sup>re</sup> inégalité. Quant à la 2<sup>de</sup> , qui se compte d'une opposition de Jupiter à la suivante , il vit que pendant ce temps-là le Satellite faisoit 225 révolutions &  $\frac{2}{5}$ . Tout cela fut le fruit d'une assez longue &



affés fine recherche. Il donna au Satellite la quantité qui lui convenoit de l'une ou de l'autre inégalité de Jupiter, selon le nombre de la révolution qu'il faisoit alors par rapport à l'une ou à l'autre inégalité.

Ce sont donc ces nombres ou quantièmes des révolutions du Satellite autour de Jupiter, prises de l'une ou de l'autre manière, qui régient dans les Tables de M. Cassini, l'une ou l'autre inégalité du Satellite dans le moment dont il s'agit. Mais comme il n'étoit point dit dans ces Tables à quoi ces nombres avoient rapport, & d'où ils étoient tirés, & qu'il n'étoit pas facile de le deviner, M. Maraldi en a donné tout l'éclaircissement nécessaire.

Si les Tables s'en tenoient là, on n'y trouveroit que le moment des Conjonctions centrales du Satellite avec Jupiter, soit dans la partie supérieure de son Orbe, soit dans l'inférieure. Les Conjonctions dans la partie inférieure sont inutiles, parce qu'elles sont invisibles, le Satellite est alors perdu dans la lumière de Jupiter. Les Conjonctions de la partie supérieure se font, lorsque le Satellite est dans l'axe de l'ombre de Jupiter, mais ce n'est pas là un moment où le Satellite soit visible, il ne l'est que quand il tombe dans l'ombre, ou en sort, c'est là le moment dont nous avons besoin, & dont on demande la détermination.

On l'aura bien certainement, si l'on sçait de quelle durée est une Eclipsé entière, car les Tables, dont nous venons de parler, ayant donné le moment de la Conjonction centrale ou du milieu de l'Eclipsé, il ne faudra pour avoir l'entrée du Satellite dans l'ombre, ou son Immersion, que retrancher du temps de la Conjonction la moitié de la durée connue de l'Eclipsé entière, ou au contraire pour avoir le moment de l'Emerfion. Mais cette connoissance de la durée des Eclipses, on ne l'a pas par tout ce qui vient d'être dit, & il la faut tirer d'ailleurs.

Ce seroit une facilité pour y parvenir, que de voir dans une même Eclipsé l'Immersion & l'Emerfion, car le temps compris entre l'une & l'autre seroit la durée de cette Eclipsé,

mais on ne voit jamais que l'Immersion ou l'Emerfion, & voici d'où cela vient. Quand Jupiter est précisément en opposition, l'axe du Cone de son ombre est une continuation de la ligne droite sur laquelle sont les centres du Soleil, de la Terre & de Jupiter, rangés selon cet ordre. Si l'on conçoit les quatre Satellites de Jupiter disposés autour de lui à différentes distances, & tombants en même temps dans son ombre, on concevra aisément qu'il pourra y en avoir quelqu'un si proche de Jupiter, qu'on ne le verra point alors, parce qu'il sera caché à nos yeux par le corps de Jupiter, & quelque autre au contraire assés éloigné pour être vû; & par la position où la Terre est alors à l'égard de Jupiter & de son ombre, le Satellite qu'on aura vû entrer dans l'ombre, on l'en verra sortir aussi; & celui qu'on n'aura pas vû y entrer, on ne l'en verra pas sortir non plus; car cette position de la Terre est parfaitement la même par rapport à l'un & l'autre phénomène. Or quoique le 1<sup>er</sup> Satellite de Jupiter soit à peu près aussi éloigné de lui que la Lune l'est de la Terre \*, il est cependant si proche de Jupiter par rapport au grand éloignement où nous en sommes, qu'il est dans le cas de ne pouvoir être vû au moment de son Immersion, ni de son Emerfion dans les oppositions de Jupiter. Mais la raison qui l'empêche d'être vû, cesse avant & après ces oppositions, la position de la Terre à l'égard de Jupiter & de son ombre est changée. Avant l'opposition, la Terre qui va d'Occident vers Jupiter, voit le côté Occidental de son ombre, & comme le Satellite dans la moitié supérieure de son Orbe va d'Occident en Orient, il tombe dans l'ombre par le côté vû de la Terre, ce qui est son Immersion, mais son Emerfion nous est cachée par le globe de Jupiter, dont il est trop proche. Il est clair qu'après l'opposition, il n'y aura au contraire que l'Emerfion qui soit visible.

\* V. Hist.  
de 1716.  
p. 62. &  
63.

Si l'on ne voit pas les deux extrémités d'une Éclipse du 1<sup>er</sup> Satellite dans l'ombre de Jupiter, on voit du moins celles d'une autre Éclipse toute opposée, qu'il souffre en passant devant cet Astre, dont la lumière le fait évanouir à nos yeux.

On

On le voit se plonger dans cette lumière, & en sortir, & la durée de cette Éclipse seroit égale à celle de l'Éclipse dans l'ombre, si ce n'étoit que dans la première il traverse tout le disque de Jupiter, & que dans l'autre il fait un moindre chemin à cause que l'ombre est un Cone, & qu'il passe loin de sa base, dont le diametre est celui de Jupiter. On peut cependant s'aider quelquefois de cette méthode avec toutes les précautions requises, car dans des matières si délicates on n'a point trop de tous les secours possibles.

Encore un moyen pour avoir la durée d'une Éclipse du 1<sup>er</sup> Satellite, ce seroit d'avoir par observation le moment d'une Immersion avant l'opposition de Jupiter, & le moment d'une Emerision après cette même opposition. Pendant le temps compris entre ces deux moments, le Satellite a fait un certain nombre de révolutions autour de Jupiter, & quelque chose de plus; car le 1<sup>er</sup> moment a précédé une Conjonction avec Jupiter, & le 2<sup>d</sup> en a suivi une autre. Ce quelque chose de plus est précisément la durée de l'Éclipse qu'on cherche, il ne faut donc, pour la trouver, que retrancher du temps total écoulé entre les deux moments, celui qui appartient au nombre connu des révolutions. Ce moyen sera d'autant plus exact, que l'Immersion & l'Emerision observées auront été moins éloignées de l'opposition de Jupiter, & par conséquent moins éloignées entr'elles, car autrement les inégalités du mouvement de Jupiter entreroient pour une quantité trop considérable dans les temps d'une Immersion & d'une Emerision fort éloignées. Par cette même raison on voit que ce moyen ne peut guère être pratiqué qu'une fois pour chaque opposition de Jupiter, & qu'il est d'un usage rare, puisqu'entre une opposition de Jupiter & la suivante, il y a 13 mois, sans compter les obstacles étrangers qui s'opposent si souvent aux Observations.

Il en faut venir enfin à trouver la durée des Éclipses du Satellite par la même voye que l'on a trouvée celle des Éclipses de Lune, quoique nous soyons à l'égard du Satellite dans une situation infiniment désavantageuse en comparaison de

celle où nous sommes à l'égard de la Lune ; mais l'art de M. Cassini a vaincu toutes les difficultés.

La détermination de la durée de nos Éclipses de Lune dépend de ces trois principes.

\* V. l'Hist.  
de 1703.  
p. 77. &  
suiv. 2<sup>de</sup>  
Édit.

1.<sup>o</sup> Il faut sçavoir quelle est la grandeur de l'ombre de la Terre arrivée à l'Orbe de la Lune. Pour cela, il faut sçavoir de quelle grandeur seront les diamètres tant du Soleil que de la Terre vûs l'un & l'autre de la Lune \*, & de plus quelle est la distance de la Lune à la Terre ; car il est clair que plus cette distance sera petite, plus sera grande la projection de l'ombre de la Terre dans l'Orbe de la Lune, & au contraire, & quant à la grandeur des diamètres du Soleil & de la Terre vûs de la Lune, on a vû dans l'endroit cité comment ils déterminent la grandeur de l'ombre.

2.<sup>o</sup> Il faut sçavoir quelle est la latitude de la Lune, c'est-à-dire, le plus grand éloignement du plan de son Orbe au plan de l'Écliptique ; car comme l'axe de l'ombre de la Terre est toujours dans le plan de l'Écliptique, la Lune pourroit être si éloignée de cet axe, ainsi qu'elle l'est souvent, qu'elle ne tomberoit point dans l'ombre de la Terre, & plus elle approche de cet axe, plus elle s'y plonge, & au contraire.

3.<sup>o</sup> Il faut sçavoir quel est dans l'Écliptique le lieu des Nœuds de la Lune, ou de l'intersection de son Orbe avec l'Écliptique. Il est visible que plus elle est proche de ces Nœuds, plus elle se plonge dans l'ombre.

Tout cela a dû être transporté aux Éclipses du Satellite causées par l'ombre de Jupiter.

1.<sup>o</sup> Il a fallu avoir le diamètre du Soleil tel qu'il est vû de Jupiter, & non pas de la Terre où nous sommes, ce qu'on a tiré des distances connûes de la Terre & de Jupiter au Soleil. Ensuite il a fallu avoir de même & par les mêmes principes le diamètre de Jupiter vû du Soleil. Quant à la distance du Satellite à Jupiter, ou, ce qui est à peu près le même, quant au rapport du diamètre de Jupiter à celui de l'Orbe du Satellite, c'est une chose connue immédiatement.

2.<sup>o</sup> Il a fallu avoir la latitude de l'Orbe du Satellite à



l'égard de l'Ecliptique de Jupiter, c'est-à-dire, du plan tiré par le centre de Jupiter, & par celui du Soleil, & c'est une recherche des plus épineuses. Quand le Satellite, étant dans la partie inférieure de son Orbe, passe devant le disque de Jupiter, s'il n'a aucune latitude à l'égard de Jupiter, c'est-à-dire, s'il est dans le plan de l'Ecliptique de Jupiter, il est certain que du Soleil on le verra passer dans le plus long temps qu'il soit possible, parce qu'il décrit tout le diamètre de Jupiter; mais s'il a de la latitude, il paroît décrire un arc d'Ellipse, toujours d'autant plus petit que la latitude est plus grande, & il paroît décrire cet arc en un temps toujours plus court. Ce n'est pas qu'on voye décrire au Satellite ni le diamètre de Jupiter, ni l'arc Elliptique, il est alors perdu dans la lumière de Jupiter, mais on le voit lorsqu'il y entre & lorsqu'il en sort, & l'on compte le temps qu'il employe à son passage en différentes Conjonctions inférieures; le temps le plus long est celui du diamètre de Jupiter, où il a été sans latitude, le temps le plus court est celui du plus petit arc Elliptique, où il a eu sa plus grande latitude, qui est la mesure de l'inclinaison de son Orbe à l'égard de celui de Jupiter, ou de l'Ecliptique de Jupiter. On voit que pour cela il faut un très grand nombre d'Observations très précises de la durée des Conjonctions inférieures. Mais quand on a tout ce qu'on peut désirer sur ce point, on n'a que la latitude ou inclinaison de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, telle qu'elle est vûë de la Terre, & elle en est vûë différente ou sous un autre angle qu'elle ne le seroit du Soleil, or ce n'est que la latitude vûë du Soleil, ou la réelle, qui est à considérer pour les Eclipses du Satellite; il faut donc réduire l'apparente, qui a été tirée de longs calculs, à la réelle par des calculs encore aussi longs.

3.<sup>o</sup> Il a fallu avoir le lieu où sont les Nœuds du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Quand on a par la plus courte Éclipse du Satellite sa plus grande latitude à l'égard de Jupiter, on sçait quel est le lieu du Zodiaque où étoit Jupiter quand cette plus courte Éclipse est arrivée, & c'est dans ce

même lieu du Zodiaque où est la plus grande latitude du Satellite, c'est-à-dire, où est la plus grande élévation de son Orbe sur l'Ecliptique de Jupiter. A 90 degrés de ce point du Zodiaque de part & d'autre, sont les Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Ecliptique de Jupiter. D'autres méthodes donnent aussi ces Nœuds, & on en employe d'ordinaire plusieurs dans les matières délicates, pour vérifier les unes par les autres, & s'assurer de leur concours.

Il est à remarquer que jusqu'à présent on ne s'est apperçû d'aucun changement dans le lieu des Nœuds des quatre Satellites de Jupiter, tel que feu M. Cassini l'avoit déterminé. Ces Nœuds sont donc immobiles, ou n'ont qu'un mouvement très-lent. En cela les Satellites sont différents non-seulement de toutes les Planetes principales, mais encore plus de nôtre Lune.

La plus grande durée d'une Éclipse du 1<sup>er</sup> Satellite peut être environ de  $2^h \frac{1}{4}$ , & celle d'une Éclipse de nôtre Lune est environ de  $4^h$ . On en pourroit être surpris, si l'on ne songeoit qu'à la grande vitesse du Satellite, qui étant presque aussi éloigné de Jupiter, que la Lune l'est de la Terre, fait sa revolution quinze fois plus vite qu'elle, mais d'un autre côté, le diamètre de Jupiter est dix fois plus grand que celui de la Terre.

Après l'explication des Tables de feu M. Cassini, & des principes de leur construction, M. Maraldi vien aux corrections que l'Auteur lui-même s'apperçut qu'il y falloit faire, quelque temps après les avoir publiées, & à celles dont un temps encore plus long a fait découvrir la nécessité par rapport à l'extrême précision. Elles sont toutes si peu considérables en elles-mêmes, qu'il en résulte le plus grand cloge qu'on puisse donner à l'habileté de M. Cassin. Cependant il y a lieu de croire, & M. Maraldi le soupçonne, que les Siècles ameneront encore des corrections nouvelles aux Satellites de Jupiter, à leurs cercles, par exemple, qui paroissent concentriques à Jupiter, & qui pourroient bien ne l'être pas, à leurs Nœuds, que l'on a trouvés jusqu'ici immobiles, aux inclinaisons de

leurs Orbes sur celui de Jupiter, qui peut-être varient, &c. Ces petits Astres éloignés sont si importants pour nous, qu'on ne peut trop les étudier.

## SUR LA QUESTION

*Si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre  
autour de la Lune.*

IL paroîtra d'abord étonnant que cette question en soit V. les M.  
Lune. Le Système de Copernic, si généralement reçu au- p. 63.  
jourd'hui, & si bien prouvé, a accoutumé tout le monde à croire sans hésiter que la Lune tourne autour de la Terre. Tout convient à cette idée, la Terre cinquante fois plus grosse que la Lune, est plus propre à occuper le centre d'un Tourbillon, & à y être le principe d'un grand mouvement qui emportera la Lune; les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne sont tous plus petits que leurs Planetes principales dont les Tourbillons les entraînent; toutes les Planètes principales elles-mêmes, qui par rapport au Soleil sont des Satellites assujettis à suivre son mouvement, sont beaucoup plus petites que le Soleil, & selon cette analogie générale, qui ne se dément jamais, la Lune ne peut être que Satellite de la Terre, & ce seroit une chose unique que la Terre le fût de la Lune. Cependant il faut convenir que cette analogie, quoique si persuasive, n'est pas une démonstration absolue, & un Auteur, qui dans un Ouvrage ingénieux a eû besoin que la Terre tournât autour de la Lune, s'est crû en droit de le supposer, & en a même donné des preuves assez séduisantes, qu'il eût peut-être été autrefois absolument impossible de détruire.

La nouveauté & la hardiesse de cette pensée ont fait naître à M. de Mairan le dessein de l'approfondir. Il a trouvé d'abord qu'elle n'étoit pas nouvelle, tant il est difficile que rien le soit, un noble Génois du dernier Siècle, sçavant en

Astronomie, l'avoit déjà pensé. Ce système en mérite donc encore plus d'être examiné à fond, & c'est ce que nous allons faire d'après M. de Mairan, en développant par rapport à ce sujet toute la Théorie des Planètes subalternes, ou secondaires.

Si une Planète se meut uniformément autour du Soleil immobile, & dans un Cercle qui lui soit concentrique, il est certain que comme elle attribüera son mouvement au Soleil, elle le verra se mouvoir toujours uniformément dans un Cercle d'Etoiles fixes, qui sera le Zodiaque, & toujours selon la même direction, qui sera d'Occident en Orient, puisque tel est le mouvement général de nôtre Tourbillon. Mais si cette Planète emporte avec elle une Planète subalterne placée dans la circonférence d'un Cercle concentrique à la Planète principale, il s'agit de sçavoir quel mouvement la subalterne attribüera au Soleil, ou, ce qui est le même, comment elle le verra se mouvoir.

Si la subalterne, quoiqu'emportée autour du Soleil par la principale, est immobile sur son Cercle particulier, c'est-à-dire, qu'elle ne se meuve point autour de la principale, il est clair que pendant le tour annuel de la principale autour du Soleil, elle ne décrira comme elle qu'un Cercle concentrique au Soleil, & par conséquent elle verra toujours le Soleil se mouvoir également, & selon la même direction, ou d'Occident en Orient. Mais si elle se meut autour de la principale, il est sûr déjà qu'elle ne décrira plus un Cercle concentrique au Soleil, & ne lui verra plus un mouvement égal, mais tantôt plus vite, tantôt plus lent, selon que son mouvement particulier autour de la Planète principale lui altérera le mouvement du Soleil, tel qu'il seroit vû de cette Planète.

Puisque dans le cas où la subalterne seroit immobile à l'égard de la principale, la subalterne verroit le mouvement du Soleil toujours égal, comme la principale le voit, & que dans le cas opposé la subalterne voit le mouvement du Soleil inégal, il suit que plus la subalterne s'éloigne du cas de l'immobilité, c'est-à-dire, plus elle a de mouvement par rapport



à la principale , ou , ce qui est le même , plus le temps qu'elle employe à tourner autour de la principale est petit par rapport au temps que la principale employe à tourner autour du Soleil , plus la subalterne voit le mouvement du Soleil inégal. Et comme le rapport de ces vitesses des deux Planetes peut être supposé tel qu'on voudra , & par conséquent aussi l'inégalité de mouvement que la subalterne verra au Soleil , il se peut que dans certaines rencontres , ou combinaisons des mouvements , la subalterne voye le mouvement du Soleil si lent que ce ne sera pas un mouvement , & que le Soleil lui paroîtra *stationnaire*. Les mêmes principes poussés un peu plus loin , feront paroître le Soleil *retrograde* , ou allant d'Orient en Occident ; car si un mouvement réellement égal , peut devenir un mouvement apparent nul , il peut devenir aussi un mouvement apparent d'une direction contraire.

Et pour le concevoir très-distinctement , il ne faut que se représenter le mouvement de la Planete subalterne sur son Cercle particulier. Quoique réellement & à l'égard de la Planete principale , elle se meuve toujours d'Occident en Orient , elle ne se meut , selon cette direction à l'égard du Soleil , que dans la moitié supérieure de son Cercle , c'est-à-dire , dans la plus éloignée du Soleil , & dans la moitié inférieure elle se meut à l'égard du Soleil d'Orient en Occident. De-là il suit que dans la moitié supérieure son mouvement particulier concourt avec le mouvement général du Tourbillon qui l'emporte , à lui faire voir le Soleil allant d'Occident en Orient , & au contraire dans la moitié inférieure , l'un des deux mouvements combat l'autre par rapport à cet effet. Ainsi dans la moitié supérieure la Planete subalterne doit voir le mouvement du Soleil d'Occident en Orient accéléré , ou plus vite que ne le voit la Planete principale , & dans la moitié inférieure elle le doit voir retardé , ou même nul , ou même rétrograde. Le plus haut degré de l'un ou de l'autre des deux effets contraires se trouve au milieu de la moitié soit supérieure , soit inférieure. Dans le premier cas , où la Planete principale est entre la subalterne & le Soleil , & sur

la même ligne, la subalterne est en opposition avec la principale ou le Soleil, dans le second cas elle est en conjonction, parce qu'elle est alors entre la principale & le Soleil. La subalterne doit donc dans ses oppositions voir le mouvement du Soleil le plus accéléré, & dans ses conjonctions le plus retardé qu'elle le puisse voir, & même rétrograde, si cela lui est possible. On peut se rappeler ici ce qui a été dit en 1709 \* sur les mouvements apparents des Planetes, & on verra l'accord des Théories.

\* p. 82.  
& suiv.

Quand la Planete subalterne voit le mouvement du Soleil accéléré, il n'y a point à cela de bornes, pour ainsi dire, on peut toujours supposer tel rapport de son mouvement particulier, au mouvement de la Planete principale autour du Soleil, que cette accélération apparente croîtra tant qu'on voudra. Mais il n'en est pas de même du mouvement retardé du Soleil, en tant qu'il peut devenir rétrograde, il ne le peut devenir, que quand il est à un certain degré; au-dessous il n'est que retardé & encore direct, au-dessus il peut être plus rétrograde à l'infini. Il est aisé de déterminer le point de ce passage. Quand la plus grande accélération apparente du mouvement du Soleil est égale au mouvement du Soleil, tel qu'il est vû de la Planete principale, ce qui arrive dans une opposition de la subalterne, le mouvement du Soleil est doublé pour la subalterne. Quand elle sera en conjonction, il faudra ôter du mouvement du Soleil vû de la principale, la même quantité qu'on y avoit ajoûtée, on réduira donc le mouvement apparent du Soleil à Zero, & la Planete subalterne en conjonction verra le Soleil stationnaire. Donc tant que la plus grande accélération, que la Planete subalterne attribüera au mouvement du Soleil vû de la principale, sera moindre que ce mouvement, elle ne pourra voir le Soleil que retardé, passé cela elle le verra rétrograde.

On voit par-là que tout consiste à sçavoir quelle est la grandeur de l'accélération ou du retardement que la Planete subalterne attribüera au mouvement du Soleil vû de la principale. L'accélération suffit, car le retardement lui est toujours égal.

égal. Elle sera d'autant plus grande que le mouvement de la Planete subalterne autour de la principale sera plus grand par rapport au mouvement de la principale autour du Soleil, ou, ce qui est le même, que la vitesse de la subalterne sera plus grande par rapport à celle de la principale, ou au contraire, puisque c'est cette inégalité des deux vitesses qui fait toute l'apparence de l'accélération, & qu'il n'y en auroit plus si la Planete subalterne n'avoit nul mouvement autour de la principale. Il faut donc avoir le rapport des vitesses. M. de Mairan en donne une formule générale, qu'il forme du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete principale, & du temps de sa révolution, toujours connu, & du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete subalterne autour de la principale, & du temps de sa révolution particulière, toujours connus pareillement. Il est clair que ce sont là les éléments des deux vitesses. Dès que l'on a déterminé quelque Planete subalterne en particulier, on trouve aussi-tôt par la formule générale quelle accélération ou quelle inégalité elle verra au mouvement du Soleil.

Pour appliquer cette Théorie à la Question, si la Lune est Satellite de la Terre, ou la Terre de la Lune, il est certain d'abord que si la Terre est le Satellite, ou la Planete subalterne, elle voit de l'inégalité dans le mouvement du Soleil, au lieu qu'elle n'en voit point si elle est la Planete principale, car il faut se souvenir de la supposition que les Planetes principales se meuvent uniformément dans des Cercles concentriques au Soleil. Si l'on met dans la formule de M. de Mairan 22000 demi-diametres terrestres pour le demi-diametre du grand Orbe annuel, ou pour la distance de la Lune devenue Planete principale au Soleil, 56 demi-diametres terrestres pour la distance de la Terre à la Lune, ou pour le demi-diametre de l'Orbe de la révolution particulière de la Terre autour de la Lune, 1 mois pour le temps de cette révolution, 12 mois pour le temps de la révolution annuelle de la Lune autour du Soleil, on trouvera que la vitesse de la Terre, Planete subalterne, sera à celle de la Lune, Planete princi-

pale, comme 1 est à 30. De-là il suit que ces deux vîteses étant fort éloignées de l'égalité, & celle de la Planete subalterne de beaucoup la moindre, celle-ci ne pourra jamais voir le Soleil rétrograde, mais seulement accéléré ou retardé de  $\frac{1}{30}$  du mouvement qu'il auroit, vû de la Planete principale, c'est-à-dire, de son mouvement moyen toujours égal & connu. Comme ce mouvement est à peu-près de 1 degré par jour, sa 30<sup>me</sup> partie est de 2' de degré, dont le mouvement moyen du Soleil seroit accéléré ou retardé, accéléré quand la Terre seroit en opposition avec la Planete principale ou le Soleil, auquel cas nous aurions nouvelle Lune, retardé dans la conjonction, auquel cas nous aurions pleine Lune, ainsi qu'il est aisé de se le représenter. Le mouvement apparent du Soleil dans les nouvelles Lunes seroit donc toujours de 4' de degré plus grand que dans les pleines Lunes, puisque dans les nouvelles il seroit de 2' plus grand que le moyen ou réel, & dans les pleines plus petit de 2'. Or quoique 4' de degré puissent paroître une assez petite quantité, elles ne pourroient pourtant pas échapper à l'extrême exactitude de l'Astronomie moderne, qui a bien apperçû d'aussi petites grandeurs, & elles lui échapperoient d'autant moins qu'elles reviendroient régulièrement de 15 jours en 15 jours, & par des retours si fréquents forceroient enfin les Astronomes les moins attentifs à les appercevoir. Mais on ne les a jamais ni apperçûes, ni même soupçonnées, donc ce n'est pas la Terre qui tourne autour de la Lune, & il faut que la Lune tourne autour de la Terre, & voye ces inégalités dans le mouvement du Soleil.

Cette démonstration suppose que le mouvement du Soleil, vû de la Planete principale, soit égal, & certainement il ne l'est pas, puisque la Planete principale ne décrit pas autour du Soleil un Cercle concentrique, mais une Ellipse, & que d'ailleurs l'Aphélie de cette Ellipse est un point mobile. On croira donc peut-être que les inégalités du mouvement du Soleil, que la Terre verroit, parce qu'elle seroit Planete subalterne, pourroient se confondre de façon avec ces autres



inégalités nécessaires & incontestables, qu'on ne les en distingueroit plus. Il est vrai que par la combinaison des inégalités différentes du mouvement du Soleil, il doit arriver des cas où celles d'une espece détruiroient en partie celles d'une autre, & par-là rendroient insensibles celles dont on douteroit, mais les cas opposés doivent arriver aussi, ceux où les différentes inégalités s'ajouteroient, & feroient une somme sensiblement plus forte que s'il n'y entroit que des inégalités d'une espece. D'ailleurs comme le temps, où cette somme plus forte se trouveroit, ne pourroit être que celui de la nouvelle Lune, ce seroit un grand indice aux Astronomes que la Terre seroit Satellite. Mais depuis le temps qu'on observe les mouvements du Soleil & de la Lune, qui sont de tous les mouvements célestes les mieux connus, & les plus anciennement connus, on n'a rien observé de ce qui seroit nécessaire pour le nouveau Système.

Voici encore une démonstration plus sensible, parce qu'elle roule sur une plus grande inégalité. Je suppose la Lune Satellite de la Terre, selon l'opinion générale. Au moment de l'Équinoxe du Printemps, quand la Terre voit le Soleil au 1<sup>er</sup> d'*Aries*, qu'il y ait alors Nouvelle ou Pleine Lune, il est certain que la Terre ayant fait son tour, & étant revenuë à voir le Soleil au 1<sup>er</sup> d'*Aries*, il y aura une année *E'quinoxiale* revoluë, mais qu'il n'y aura point alors Nouvelle ni Pleine Lune, car le mouvement du Soleil ou de la Terre, & celui de la Lune, ont une espece d'incommensurabilité qui ne permet pas que leurs revolutions entières, ni les moitiés, les tiers, les quarts, &c. de ces révolutions, se retrouvent juste ensemble, si ce n'est après un grand nombre d'années. La Lune ne sera donc pas sur la ligne menée par les centres de la Terre & du Soleil jusqu'au 1<sup>er</sup> d'*Aries*, mais ou en deçà de cette ligne, ou au de-là, c'est-à-dire, qu'elle n'aura pas encore vû le Soleil au 1<sup>er</sup> d'*Aries*, ou qu'elle l'aura déjà vû, qu'elle n'aura pas encore eu cet Équinoxe du Printemps, ou l'aura déjà eu. Ainsi son année *E'quinoxiale*, comptée comme celle de la Terre, sera plus longue ou plus courte que celle de la Terre.

On a laissé indéterminé le point où la Lune pouvoit être sur son Orbite, quand la Terre a eu son second Équinoxe du Printemps; cette détermination demanderoit celle d'une certaine année, & elle n'est nullement nécessaire, il ne s'agit que de sçavoir la plus grande inégalité possible des années Équinoxiales de la Lune. On la trouvera, si on suppose, comme on le peut, qu'au retour de la Terre à son second Équinoxe du Printemps, la Lune se trouve dans l'une de ses deux Quadratures. M. de Mairan calcule que de-là au point où la Lune verra le Soleil au 1<sup>er</sup> d'*Aries*, il y aura plus de  $3\frac{1}{2}$  heures de différence, & par conséquent plus de 7 heures entre les deux années Équinoxiales de la Lune, qui différeront le plus, & par les mêmes principes de calcul on aura les différences moindres; ce que M. de Mairan trouve en effet pour les années 1728 & 1729.

Si la Terre est à la place de la Lune selon le nouveau Système, il peut donc y avoir plus de 7 heures de différence entre les années Équinoxiales de la Terre, qui différeront le plus. M. de Mairan avouë que chés les Anciens, qui ne pouvoient observer le moment des Équinoxes qu'à 6 heures près, cette grande inégalité de nos années Équinoxiales pouvoit être presque entièrement emportée par l'erreur des observations, & disparaître; mais il soutient que dans l'état où est aujourd'hui l'Astronomie, l'erreur ne peut aller à une heure, & par conséquent il nous reste une marque bien sûre que la Terre n'est pas Satellite de la Lune, car nos années Équinoxiales les plus différentes ne peuvent jamais l'être de 6 heures, il s'en faudra beaucoup.

En général il est aisé de voir que l'Astronomie, & principalement l'Astronomie Physique, ayant supposé jusqu'ici que la Terre se meut dans son Orbe autour du Soleil, & la Lune dans un autre Orbe particulier autour de la Terre, on ne sçauroit transporter la Terre & la Lune, sans qu'il arrive des changements considérables, qui dérangeroient des calculs d'Astronomie, auxquels on a tout su et de se fier. Par exemple, la Terre ne voit les diamètres apparents du Soleil dans

son Apogée ou dans son Périgée diminuer ou augmenter que d'une certaine quantité qui dépend uniquement de ce que l'Orbe de la Terre est excentrique au Soleil. Mais si la Terre tournoit autour de la Lune, elle verroit encore varier les diametres du Soleil par un principe indépendant de l'excentricité de l'Orbe de la Planete principale, car selon qu'elle seroit posée sur son Orbe particulier, elle seroit ou plus éloignée ou plus proche du Soleil. Il est vrai que l'augmentation de variation n'iroit qu'à 10 ou 11 Secondes, mais il faut toujours se souvenir que l'Astronomie moderne est devenuë extrêmement subtile, & capable d'appercevoir, du moins à la longue, de très-petites grandeurs, sur-tout dans les cas où tout s'accumuleroit ensemble d'un certain côté. Par cette raison M. de Mairan s'est engagé dans des détails d'Astronomie assés fins, qui autrement ne lui auroient pas été nécessaires. Nous en passerons plusieurs, pour venir à une preuve que tout le monde peut saisir.

La Lune nous présente toujours la même face, & si la Terre tourne autour de la Lune en un mois, il faut nécessairement que la Lune, placée au centre de l'Orbe terrestre, tourne aussi sur son axe en un mois, sans quoi elle ne nous présenteroit pas toujours cette même face. Donc la circonférence du globe de la Lune, & la circonférence beaucoup plus grande de l'Orbe Terrestre, dont la Lune occupe le centre, tournent dans un temps égal. Or cela est sans exemple dans tous les mouvements célestes connus, de plus grands Cercles d'un même Tourbillon sont toujours décrits en plus de temps selon la fameuse proportion trouvée par Képler, & toujours vérifiée après lui par les nouvelles découvertes. A la vérité, cette Règle exactement observée par tous les Corps célestes, qui tournent autour d'un centre commun, par les Orbes de toutes les Planetes principales autour du Soleil, par les Satellites de Jupiter autour de Jupiter, par ceux de Saturne, n'est pas observée de même à l'égard de la circonférence d'un Corps qui occupe le centre commun du mouvement, & tourne sur son axe. Par la Règle de Képler, la circonférence du Soleil

devroit tourner en 3 heures, & elle ne tourne qu'en  $25\frac{1}{2}$  jours, Jupiter devroit tourner en moins de 3 heures, & il ne tourne qu'en un peu moins de 10; pour la révolution de Saturne sur son axe, on ne la connoît point encore. Mais du moins le Soleil tourne en moins de temps que Mercure, qui ne tourne qu'en 3 mois à peu-près, Jupiter en moins de temps que son 1<sup>er</sup> Satellite, qui tourne en 42 heures, & par conséquent la Lune, quoique dispensée de suivre exactement dans la révolution sur son axe la Règle de Képler, parce qu'elle tiendrait le centre de l'Orbe Terrestre, devroit pourtant toujours tourner en un temps considérablement plus court que celui de la révolution de la Terre autour d'elle, ce qui nous feroit voir son Hémisphere caché.

On a supposé dans tous ces raisonnemens que les Orbes étoient Circulaires, & que les mouvemens étoient les *moyens*, mais pour ne laisser aucun lieu de douter, M. de Mairan a fait voir qu'il mettoit par-là les choses sur le plus bas pied; & qu'en prenant des Orbes Elliptiques, comme ils le sont réellement, & les mouvemens *vrais*, les conclusions étoient encore plus favorables au Système qu'il soutient.

Il reconnoît qu'on pourroit éluder ses démonstrations d'une manière plus raisonnable. Il s'est fondé sur le rapport de la vitesse de la Planete principale autour du Soleil, à la vitesse de la subalterne autour de la principale. Des deux espaces ou chemins, & des deux temps, qui sont les quatre éléments de ce rapport, il n'y a qu'un seul élément qui puisse être douteux, c'est le chemin que fait la Planete principale autour du Soleil, ou, ce qui revient au même, la distance au Soleil. M. de Mairan a posé cette distance selon feu M. Cassini. Il est certain que si on la pose plus grande, la Planete principale aura plus de vitesse, puisqu'elle décrira un plus grand Cercle dans le même temps, qui est nécessairement un an, & par conséquent la vitesse de la Planete subalterne étant toujours exprimée par 1, celle de la principale le sera par un nombre plus grand que 30, ce qui pourra aller à tel point que la vitesse de la Planete subalterne deviendra



insensible par rapport à celle de la principale, & que ce qui s'ensuivoit de ce que ce rapport étoit sensible & déterminable, n'aura plus aucun lieu. Or on a l'autorité de M. de la Hire, qui fait la distance de la Terre au Soleil beaucoup plus grande que M. Cassini. Elle est 3 selon l'un, & 5 selon l'autre, presque double.

M. de Mairan fait voir que même dans l'hypothèse de M. de la Hire, le rapport des deux vitesses seroit encore sensible, & déterminable par les observations. Mais il en revient à l'hypothèse de M. Cassini comme à la plus sûre. On en sçait les raisons, elle est fondée sur la parallaxe de Mars bien observée \*, & vérifiée encore dans la suite \*, au lieu que M. de la Hire ne s'est point expliqué sur les raisons qu'il a eûes de s'éloigner de M. Cassini sur ce sujet. Les Astronomes n'ont point suivi M. de la Hire, & s'ils se sont quelquefois un peu écartés de M. Cassini, ç'a été en faisant la distance de la Terre au Soleil plus petite, ce qui fortifieroit les démonstrations de M. de Mairan.

\* V. l'Hist.  
de 1706.  
p. 95. &  
suiv.

\* Et celle  
de 1722.  
p. 90. &  
suiv.

Nous avons dit d'abord, que la petitesse de la Lune par rapport à la Terre avoit pû la faire prendre pour Satellite de la Terre, & d'autant plus naturellement que tous les Satellites incontestablement tels sont plus petits que leurs Planètes principales. Cette preuve n'est que de pure convenance, mais M. de Mairan la change en démonstrative par les réflexions qu'il y ajoute.

Si un Corps pesant, un Globe, a une impulsion qui lui fasse décrire un Cercle autour d'un Centre où sa pesanteur le fait tendre continuellement, c'est le centre de ce Globe qui décrit la circonférence du Cercle, en cas que le Globe soit d'une matière homogène, & que par conséquent son centre de figure soit le même que son centre de gravité. Si cela n'est pas, & qu'il y ait une partie de ce Globe, par exemple, une moitié plus pesante que l'autre, le centre de gravité s'éloignera du centre de figure, ira dans la moitié plus pesante, & s'y enfoncera, pour ainsi dire, d'autant plus que cette moitié plus pesante sera plus pesante que l'autre.

Le diametre du Globe deviendra un Levier partagé par le centre de gravité en deux parties inégales, qui seront en raison renversée des pesanteurs des deux moitiés. En même temps ce ne sera plus le centre de figure du Globe qui décrira la circonférence du Cercle supposé, mais le centre de gravité, & comme c'est une Loi inviolable de Méchanique que le centre de gravité d'un Corps s'approche toujours le plus qu'il est possible du point où il tend par sa pesanteur, le Globe, dont le centre de gravité décrira une circonférence circulaire, se tournera de façon que sa moitié la plus pesante sera en dedans de cette circonférence, & l'autre en dehors, car autrement le centre de gravité du Globe ne seroit pas le plus proche qu'il pût être du point central où tend sa pesanteur.

Maintenant si au lieu du Globe non homogene, on imagine un Levier chargé de deux poids inégaux, & dont le point d'appui, centre de gravité des deux poids pris ensemble, doive se mouvoir comme faisoit le Globe, ce sera parfaitement la même chose, ce point d'appui du Levier décrira une circonférence circulaire autour du point central où tend la pesanteur totale du Levier chargé, le plus grand poids sera en dedans de cette circonférence, & le plus petit au dehors; & si on ignoroit lequel seroit en dedans ou en dehors, en connoissant seulement leur différente grandeur, on sçauroit sûrement que le plus petit seroit en dehors, & l'autre en dedans.

Il est constant aujourd'hui que tous les Corps Célestes pesent vers le Soleil, ou y tendent, comme tous les Corps Terrestres vers la Terre. Quand la Lune & la Terre sont emportées par un même Tourbillon qui se meut sur la circonférence de l'Orbe annuel, il faut, puisqu'elles ont toutes deux une pesanteur vers le Soleil, les concevoir toutes deux attachées aux deux extrémités d'un Levier divisé en raison de leurs pesanteurs vers le Soleil, & dont le point d'appui, ou le centre de gravité *Solaire* commun de ces deux Corps, décrit la circonférence de l'Orbe annuel, car alors ce n'est plus

plus la Planete qu'on met au centre du Tourbillon qui décrit cet Orbe. Mais la pesanteur des deux Planetes peut être si inégale, & par conséquent la distance du commun centre de gravité à la Planete la plus pesante peut être si petite, que cette Planete sera sensiblement au centre du Tourbillon, ou paroîtra le centre du mouvement de l'autre. Mais quand l'inégalité de pesanteur ne seroit pas si grande, la Planete la moins pesante ayant un plus long bras de Levier, enfermeroit toujours l'autre dans son Orbe, & tourneroit autour d'elle, quoique ce ne fût pas comme autour d'un point.

Il ne reste plus qu'à sçavoir laquelle est la plus pesante vers le Soleil ou de la Terre ou de la Lune. A en juger par les masses, la chose est bientôt décidée, la Lune est au moins cinquante fois plus petite que la Terre, & selon M. Neuton, qui outre la masse fait entrer dans cette pesanteur la densité qu'il trouve plus grande à la Lune qu'à la Terre, la Lune est encore quarante fois moins pesante. C'est donc certainement la Lune qui tourne autour de la Terre.

Par cette considération des centres de gravité des Corps célestes mûs autour de quelque centre commun, on trouvera, en la rendant générale, que les Satellites de Jupiter doivent être plus petits que Jupiter, ceux de Saturne plus petits que Saturne, toutes les Planetes principales plus petites que le Soleil, & que quand il s'agit de la qualité de Satellite, la petitesse de la masse en est une preuve sûre. On peut remarquer ici en passant, que selon cette Théorie, le grand Tourbillon, qui comprend le Soleil & toutes les Planetes, ne tourne point autour du centre du Soleil, mais autour d'un centre de gravité commun placé fort près du Globe du Soleil, à cause de la grande masse de ce Globe par rapport à ceux des Planetes.

Tandis que M. de Mairan, à l'occasion de la Lune, avoit en main une Théorie générale des inégalités que les Planetes subalternes voyent dans le mouvement du Soleil, précisément parce qu'elles sont subalternes, il en a voulu jouir, & en faire l'application à tous les Satellites de notre Tourbillon solaire.

S'il y avoit des Astronomes dans ces Satellites, ils s'apperoiroient plus ou moins facilement par ces inégalités plus ou moins grandes qu'ils habiteroient des Planetes subalternes, & non pas une principale. Nous pouvons avec la formule de M. de Mairan nous transporter à leur place, & sçavoir sûrement ce qu'ils verroient.

A mesure que les Satellites de Jupiter sont plus éloignés de cette Planete principale, leur vitesse autour d'elle est moindre par rapport à celle de Jupiter autour du Soleil. Ainsi le 1<sup>er</sup> Satellite est celui qui a cette vitesse relative la plus grande, & elle est telle qu'il voit dans ses oppositions le moyen mouvement du Soleil plus que doublé, & dans ses conjonctions le Soleil stationnaire & retrograde. Tout cela arrive en un jour 18 heures. Extrême facilité pour les Astronomes de ce Satellite, de s'appercevoir qu'ils sont sur un Satellite.

Le 2<sup>d</sup> Satellite a encore les mêmes apparences, mais moindres.

Le 3<sup>me</sup> ne peut plus voir le Soleil retrograde, & il s'en faut peu qu'il ne le puisse voir stationnaire un instant.

Le 4<sup>me</sup> ne verra pas même le Soleil stationnaire un instant, il ne le verra que direct, mais accéléré ou retardé, comme le voit notre Lune, & comme nous le verrions, si nous étions à sa place. Seulement l'inégalité apparente du mouvement du Soleil est dix-huit fois plus grande pour ce Satellite, & ses Astronomes ne peuvent pas encore tomber dans l'erreur de se croire habitants d'une Planete principale.

La vitesse des cinq Satellites de Saturne dans leurs Orbes particuliers par rapport à celle de Saturne dans son Orbe autour du Soleil, est moindre en général que la pareille vitesse relative des Satellites de Jupiter. Ainsi il n'y a que le 1<sup>er</sup> Satellite de Saturne qui voye le Soleil bien sensiblement retrograde, & il le voit une fois moins retrograde que le 1<sup>er</sup> Satellite de Jupiter ne le voit. Le 2<sup>d</sup> de Saturne à peine le verra-t'il retrograde, & par conséquent les trois autres ne le peuvent plus voir que direct, mais retardé dans les conjonctions, & le 5<sup>me</sup> moins retardé que les deux inférieurs.



Cette autre inégalité que nous avons dit, qui se trouveroit dans les années solaires, si la Terre étoit Satellite de la Lune, & qui est effectivement pour la Lune, M. de Mairan la transporte aux Satellites de Jupiter & de Saturne, & la calcule pour eux. Mais nous n'en avons point dans ces recherches délicates, non plus que dans quelques idées incidentes de M. de Mairan, telle que celle de la mesure du diamètre de Jupiter, & des distances de ses Satellites, qui paroît attendre une plus ample explication. Nous finissons par cette espece d'échantillon que nous venons de donner d'Astronomie *comparée*, c'est-à-dire, de celle qui ne partant plus de la Terre pour contempler les mouvements célestes, part de tel point de l'Univers qu'elle veut, & compare les différents points de vûe. De tous les points d'où l'on peut partir, ceux d'où le voyage est le plus difficile sont les Planetes subalternes, parce que leurs mouvements plus compliqués rendent aussi plus compliquées les apparences de tous les autres mouvements. Mais cette difficulté n'arrête pas l'Astronomie moderne, & elle peut hardiment opérer à son gré dans quelque Monde que ce soit du grand Tourbillon solaire.

**N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires.

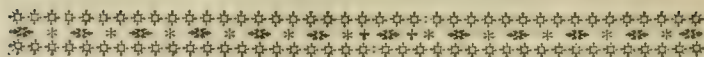
Les Recherches du mouvement propre des Étoiles fixes, par M. Delisle de la Croyere.

V. les M.  
p. 19.

Un Écrit de M. Cassini sur la Théorie des Cometes.

V. les M.  
p. 228.





# M E C H A N I Q U E.

## *SUR LA FORCE DES REVESTEMENTS qu'il faut donner aux Levées de Terres, Dignes, &c.*

V. les M.  
p. 139.  
\* p. 58.  
& suiv.

VOICI la suite de ce que nous avons dit en 1726\*, & nous supposons qu'on se le rappellera.

M. Couplet avoit considéré les surfaces verticales des Revêtements opposées aux Terres qu'ils empêchoient de s'ébouler, comme parfaitement polies, aussi-bien que les grains sphériques des Terres ou Sables qui étoient soutenus, & de-là il suivoit que ces grains ne pouvoient avoir contre ces surfaces que des efforts horisontaux, dont la recherche géométrique & le calcul ont été l'objet de la Théorie précédente.

Mais il faut rentrer dans le vrai phisique, & dans le réel, ou du moins s'en rapprocher le plus qu'on pourra. Les grains de terre ou de sable sont graveleux, les surfaces des Revêtements sont fort inégales, ces grains s'engrènent dans ces surfaces, & l'effort qu'ils exercent contre elles, leur poussée n'est plus horisontale, elle ne peut être que dans la direction d'une perpendiculaire tirée du centre d'un grain de sable sur la surface d'un grain de Revêtement, où il s'engrene, & s'appuie. ce qui apporte de grands changements à la Théorie de 1726.

D'abord il faut prendre ici comme là un Tétraèdre formé de grains de sable égaux, dont les supérieurs poussent les inférieurs pour les écarter, mais parce qu'ils s'engrènent présentement les uns dans les autres, les supérieurs ne poussent que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs. Ainsi on ne peut imaginer l'effort des supérieurs que dirigé suivant une ligne qui soit ou l'arrête du Tétraèdre, ou celle qui partant de son sommet en partagera une face en deux

moitiés égales. Lorsque le Tétraèdre se tient en état, & ne s'éboule point, c'est parce que sa base est telle que la demande la poussée des grains, & que leur effort est entièrement soutenu. Alors en concevant un Triangle, qui soit une section verticale du Tétraèdre, & dont un des côtés en soit une arête, & l'autre la ligne qui coupera en deux moitiés égales la face opposée, on trouvera aisément par les principes établis en 1726, le rapport de la pesanteur d'un grain supérieur à l'effort dont il pousse les inférieurs soit selon l'arête, soit selon la face du Tétraèdre, ces deux efforts étant inégaux.

Ce Triangle, car il suffit de le considérer seul dans le Tétraèdre, qui aura ces dimensions précises, ou qui sera ramené à les avoir, ainsi qu'il a été expliqué dans l'autre Théorie, n'aura nul besoin de Revêtement pour se soutenir, mais le Triangle renversé égal & semblable qu'il faudroit lui joindre pour faire la section parallélogrammique d'un Terre-plein, ne se soutiendrait pas sans Revêtement, & l'on auroit à combattre dans ce 2<sup>d</sup> Triangle les mêmes efforts, qui étoient satisfaits dans le 1<sup>er</sup>.

Lorsque le Revêtement étoit parfaitement poli, les grains n'agissoient contre lui que par une ligne horizontale perpendiculaire à sa surface, mais ici ils n'agissent que par l'arête du Tétraèdre, ou par la ligne qui en coupe une face en deux, & l'une & l'autre de ces lignes ne peuvent être qu'obliques à la surface verticale du Revêtement, & par conséquent les grains de sable ou le Terre-plein n'agissent contre lui que par une ligne qui tend, non plus à le faire tourner sur l'extrémité extérieure de sa base en le renversant, mais à le fendre de haut en bas & de biais, de sorte qu'il lui restera une partie inférieure immobile, & que la supérieure seulement sera renversée. Cette partie inférieure du Revêtement devient elle-même la base d'une partie correspondante du Terre-plein, & la masse du Terre-plein qui agit contre le Revêtement en est diminuée d'autant, ce qui fait que dans l'hypothèse purement géométrique des grains & Revêtements parfaitement polis, l'effort des Terres contre le Revêtement est plus grand que

134 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
dans l'hipothese phisque & réelle des Revêtemens graveleux.

Tout cela posé, M. Couplet trouve le centre de gravité de cette partie des terres, qui est seule agissante, le point d'appui sur lequel elle agit, la distance de sa direction toujours connue à ce point d'appui, ou, ce qui est le même, son bras de levier, & par conséquent son énergie totale.

Il faut remarquer que dans cette hipothese phisque le bras de levier, par lequel agissent les terres, se trouve plus court, ce qui diminue encore la force qui eût été nécessaire au Revêtement dans l'autre hipothese.

L'énergie du Terre-plein ou plutôt d'une lame Triangulaire du Terre-plein étant trouvée, celle d'une lame correspondante du Revêtement lui doit être égale, & cela dépend de la figure de cette lame, où l'on prendra son centre de gravité, & le bras de levier de ce centre par rapport au point d'appui, sur lequel le Revêtement seroit renversé. La hauteur de cette figure est ordinairement la même que celle du Terre-plein, il ne s'agit que de sa base, qui doit être plus ou moins grande selon la force ou l'énergie dont le Revêtement a besoin. Mais en laissant cette base inconnue dans l'Equation formée des deux énergies du Terre-plein & du Revêtement, elle se détermine bien vite, telle qu'elle doit être par rapport à toutes les autres circonstances ou conditions connues ou supposées. Il ne faut pas oublier que comme le Revêtement est ordinairement de pierre, plus pesante que des terres, ou du sable, on doit avoir égard à cette différence de pesanteur.

Lorsque nous avons d'abord établi la figure que prennent des grains de terre ou de sable qui se soutiennent d'eux-mêmes & sans Revêtement, nous n'avons considéré qu'un grain posé sur trois inférieurs, ce qui forme un Tétraèdre, ou Pyramide régulière, & de-là nous avons tiré d'après M. Couplet les efforts du grain supérieur sur les inférieurs, soit suivant une arrête du Tétraèdre, soit suivant une face. Mais on peut concevoir aussi un autre arrangement, qui sera celui d'un grain sur quatre inférieurs, & de-là résultera une Pyramide à base quarrée, & d'autres efforts du grain supérieur



sur les inférieurs. Dans le Tétraèdre le grain supérieur, qui agit sur trois inférieurs, agit sur un d'un côté & sur deux de l'autre; s'il agit sur un, cet un est nécessairement posé sur l'arrête du Tétraèdre, & le grain supérieur agit donc par cette arrête; s'il agit sur deux, ces deux font une face du Tétraèdre, & des deux actions ou efforts du grain supérieur, il en résulte un troisième total dont la direction passe entre les deux grains inférieurs, & par conséquent le supérieur agit par une ligne qui coupe en deux la face du Tétraèdre; & comme dans la supposition du Tétraèdre le salut qu'on aura à soutenir en peut être ou la face ou l'arrête, il a fallu distinguer ces deux cas, & les différents efforts qui s'y trouvent. Mais dans la supposition présente de la Pyramide carrée, il suit du raisonnement que nous venons de faire, qu'un grain supérieur porté sur deux d'un côté & sur deux de l'autre, ne peut agir ni de l'un ni de l'autre côté, que par la ligne qui coupe en deux une face de la Pyramide, & jamais par une arrête, & par conséquent qu'on aura toujours le même salut à soutenir. M. Couplet a trouvé que dans le Tétraèdre la pesanteur totale est à l'effort qui se fait selon une face comme un peu plus de 7 à 5, & celui qui se fait par une arrête, comme un peu moins de 5 à 2, & que dans la Pyramide carrée elle est à l'effort unique selon la face comme un peu moins de 5 est à 3.

De-là il suit, que si l'on supposoit la pesanteur totale la même dans tous les cas, les efforts ou poussées selon l'arrête du Tétraèdre, ou selon la face de la Pyramide carrée, ou selon la face du Tétraèdre seroient à cette pesanteur à peu près comme 14, ou 21, ou 25 à 35, de sorte que la poussée, selon la face du Tétraèdre, seroit la plus grande de toutes, & celle selon la face de la Pyramide carrée en seroit la plus approchant. Mais en supposant, comme il le faut ici, la hauteur du Tétraèdre la même que celle de la Pyramide carrée, cela change, la Pyramide carrée est évidemment plus pesante que le Tétraèdre, & par conséquent la poussée est plus grande en elle-même, lorsqu'elle est la même partie d'un plus grand

tout, il se trouve enfin que les hauteurs étant égales, la poussée par la face de la Piramide quarrée est la plus grande de toutes.

La Piramide quarrée ne tend, aussi-bien que le Tétraèdre, qu'à fendre le Revêtement de haut en bas & de biais, & cela en s'appuyant sur un certain point par rapport auquel elle a son bras de levier, c'est-là ce qui fait son énergie totale, & en lui égalant celle du Revêtement dont on laissera la base inconnue, on aura une Equation dont on tirera la valeur de cette inconnue, qui est tout ce qu'on cherche.

La forme de Tétraèdre, ou celle de Piramide quarrée étant les deux seuls arrangements qu'on puisse imaginer pour les grains de sable ou de terre qui feront un talut, il auroit pû suffire de déterminer le cas de leur Equilibre avec le Revêtement, mais M. Couplet pour ne rien laisser à désirer dans la Théorie, & de plus pour donner dans la pratique des Revêtements bien sûrement inébranlables, suppose qu'à la poussée des terres il se joindra des accidents qui en augmenteront la force, il évaluë ces efforts accidentels au poids d'une masse de terre haute de dix pieds, dont le terre-plein qu'on veut soutenir seroit chargé, & qui par conséquent augmenteroit d'autant son énergie totale.

Comme les terres ne peuvent prendre que trois différents taluts, dont on ait les poussées à soutenir, ou selon la face d'un Tétraèdre, ou selon son arrête, ou selon la face d'une Piramide quarrée, M. Couplet ayant calculé ses formules générales pour ces trois cas, en a construit des Tables, où les hauteurs des Revêtements croissant depuis cinq pieds jusqu'à cent; on voit quelle doit être pour chaque hauteur la base du Revêtement nécessaire. Si l'on sçait par expérience lequel des trois taluts les terres prendroient plus naturellement, on se réglera sur celle des trois Tables qui est faite pour ce talut; si on n'a pas cette connoissance, on verra bien du moins quel sera le parti le plus sûr.

*SUR L'IMPULSION OBLIQUE  
DES FLUIDES.*

**D**ES hommes ont long-temps broyé des Grains, qu'ils V. les M.  
auroient pû faire broyer en leur place à l'Eau, ou à P. 49.  
l'Air, & ces Agents si puissants n'ont été employés qu'assés  
tard, autant qu'ils pouvoient l'être, pour nous secourir dans  
nos travaux. L'expérience & l'usage ont produit à la longue di-  
verses Machines où ces Forces ont été mises en œuvre, & enfin  
la Géométrie, qui n'avoit eu guere de part à ces inventions,  
& peut-être aucune, est arrivée, & elle s'applique maintenant  
à mettre la dernière main à tout, & du moins à éclairer tout.

Lorsqu'un fluide, tel que l'Eau ou l'Air, frappe perpen-  
diculairement une surface exposée à son cours, il est évident  
qu'il la frappe avec toute la force qui est en lui. S'il ne la  
frappe qu'obliquement, c'est-à-dire, si le fil de son courant  
est une ligne oblique à cette surface, il est évident encore  
que cette direction oblique du fluide étant décomposée en  
deux partiales, dont l'une est perpendiculaire à la surface, &  
l'autre parallèle, la surface n'est frappée que par ce qu'il y a  
de perpendiculaire à elle dans la direction totale oblique, &  
nullement par ce qu'il y a de parallèle, qu'elle n'est poussée  
que dans le sens de cette direction partielle perpendiculaire,  
& qu'elle est d'autant plus ou moins poussée que cette direc-  
tion perpendiculaire est plus ou moins grande par rapport à  
la parallèle correspondante. La force d'un choc oblique est  
donc d'autant plus grande que le choc est moins oblique, ou,  
ce qui est le même, que l'angle aigu d'incidence, & par con-  
séquent son Sinus est plus grand, & les forces de deux chocs  
obliques, qui de ce chef seroient comme les Sinus des angles  
d'incidence, sont comme les quarrés de ces Sinus, parce qu'il  
se trouve d'ailleurs que moins le choc d'un fluide est oblique,  
plus il y a de parties de ce fluide, & en même raison, qui  
frappent la surface choquée.

Si une surface plate, & qui peut se mouvoir librement, est exposée obliquement au cours d'une Rivière, il est donc clair qu'elle ne pourra se mouvoir que par une ligne qui lui sera perpendiculaire, & qui sera l'une des deux qui composoient l'impulsion oblique de l'eau. En même temps cette ligne sera nécessairement encore oblique au fil de l'eau, quoique d'une autre obliquité, & la surface qui la suivra ira par ce 2<sup>d</sup> mouvement oblique au fil de l'eau vers l'un des deux bords, & s'y arrêtera. Si c'est là ce qu'on a prétendu, il n'y a rien de plus à faire, nulle autre industrie à employer. Mais si on vouloit que la même surface se mût perpendiculairement au fil de l'eau, & traversât la Rivière selon cette direction, comme font quelquefois des Bacs, alors il faudroit considérer que cette ligne que la surface suivroit, parce qu'elle lui est perpendiculaire, étant en même temps oblique au fil de l'eau, est composée de deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle au fil de l'eau, qu'il est également possible de faire en sorte que la surface ne suive que l'une ou l'autre, en empêchant par quelque industrie qu'elle ne suive celle qu'on ne voudra pas, & que dans le cas proposé il n'y a qu'à l'empêcher de suivre celle qui est parallèle au fil de l'eau. Alors la surface qui n'a eu d'autre principe de mouvement qu'une impulsion oblique du fil de l'eau, & qui n'auroit pas suivi cette ligne, mais une autre encore oblique au fil de l'eau, viendra enfin à se mouvoir par une ligne perpendiculaire à ce fil.

On voit qu'il se fait ici deux décompositions de mouvement. Celui du fil de l'eau oblique à la surface est décomposé en deux, l'un perpendiculaire à cette surface, l'autre parallèle, & il n'y a que le perpendiculaire qui la pousse. Ce perpendiculaire à la surface, étant oblique au fil de l'eau, peut encore être décomposé en deux, l'un perpendiculaire à ce fil, l'autre parallèle, & la surface choquée peut suivre celui des deux qu'on voudra, pourvu qu'on l'empêche de suivre l'autre. La 1<sup>re</sup> décomposition se fait naturellement, & nécessairement, & il n'y a que l'une des deux directions composantes, la perpendiculaire, qui agisse. Dans la 2<sup>de</sup> décompo-



sition, la surface choquée, si elle ne suit pas la direction totale, qui est cette 1<sup>re</sup> perpendiculaire, est, pour ainsi dire, indifférente, entre les deux directions composantes, & elle peut également suivre l'une ou l'autre, mais il faut que l'art la détermine à l'une des deux. Il est visible que la 2<sup>de</sup> décomposition affoiblit la force primitive, qui étoit déjà faible, parce qu'elle résultoit de la 1<sup>re</sup> décomposition d'une impulsion oblique du fluide, mais ce qui reste de force ne laisse pas d'être précieux, & on en tire de grands usages pour faire tourner les aîles des Moulins à vent, pour faire agir le Gouvernail, ainsi que nous l'avons déjà expliqué dans les Histoires de 1701\* & 1714\*.

Comme cette matière est fort utile dans la Méchanique, & que les Géomètres n'en ont examiné que des cas particuliers, & souvent par des méthodes très-complicquées, M. Pitot a entrepris d'en donner une Théorie générale, & des Formules qui renfermassent tout. L'impulsion du fluide étant toujours supposée oblique sur la surface choquée, d'où naît une perpendiculaire *primitive*, qui est toute la force que l'on a, & l'intention étant de faire mouvoir la surface selon une direction qui ne soit pas cette perpendiculaire, il s'agit de la décomposer en deux lignes, dont l'une fera la direction requise, & l'autre perpendiculaire à cette dernière direction, & qui n'agira point. M. Pitot appelle *latérales*, les deux directions dans lesquelles se décompose la perpendiculaire primitive, il recherche le rapport de grandeur, & par conséquent de force qu'elles ont l'une & l'autre à cette perpendiculaire, & il calcule algébriquement la grandeur de toutes les deux, afin qu'on les ait toujours, lorsque toutes deux seront à considérer, ou qu'on ait la seule qui sera utile.

La force totale, dont on n'aura qu'une partie à employer, dépend entièrement de la perpendiculaire primitive, c'est-à-dire, du rapport de grandeur qu'elle a à ce qu'il y a de parallèle à la surface choquée dans l'impulsion oblique du fluide, ou enfin de la grandeur de l'angle aigu d'incidence. Mais il ne s'ensuit pas que l'angle d'incidence étant le même, quand on

\* p. 138.  
2<sup>de</sup> Edit.  
\* p. 107.

vient à faire la seconde décomposition, cette perpendiculaire primitive soit également avantageuse pour faire suivre à la surface choquée la direction qu'on veut qu'elle suive, car avec deux angles d'incidence égaux, cette perpendiculaire elle-même aura une direction qui tiendra plus ou moins de la direction requise, & lui sera plus ou moins favorable. Et pour le prouver, il suffit de faire voir que la perpendiculaire dans ses deux positions différentes ne sera pas parallèle à elle-même, car elle approchera donc plus ou moins dans une position que dans l'autre d'être parallèle à la direction requise. Soit la surface conçue comme attachée par une de ses extrémités au centre d'un demi-cercle, dont elle sera toujours le rayon. Le fluide la peut toujours frapper sous deux angles d'incidence égaux, l'un dans le premier quart de Cercle, l'autre dans le second. Dans ces deux positions de la surface, la ligne qui lui sera perpendiculaire sera tangente du Cercle, mais il est évident que ces deux tangentes ne seront pas parallèles, elles ne pourroient l'être qu'aux deux extrémités d'un même diamètre.

M. Pitot ayant voulu donner les formules générales des forces latérales de la seconde décomposition pour tous les angles d'incidence possibles, a donc dû donner, comme il a fait, ces formules doubles pour chaque angle, puisque pour chaque angle la perpendiculaire étant la même, aura deux directions différentes plus ou moins favorables à la direction requise, selon que cet angle sera dans un quart de Cercle, ou dans l'autre. La surface étant choquée sous les deux angles égaux, il se trouve que quand elle est plus tournée vers le point d'où part le fluide, la direction de la perpendiculaire primitive est plus favorable dans ce cas que dans l'autre à la direction requise. Les directions plus favorables de cette perpendiculaire tiennent donc un quart de Cercle, & les moins favorables tiennent l'autre.

Dans lequel que ce soit de ces deux Quarts, la force que l'on aura selon la direction requise dépend de deux principes, 1.<sup>o</sup> de la force ou de la grandeur de la perpendiculaire primitive, d'autant plus grande que l'angle d'incidence du fluide sur

La surface aura été plus grand, 2.<sup>o</sup> de la direction de la perpendiculaire primitive. Ces deux principes se combinant ensemble, il peut arriver, & il arrive en effet que la direction la plus favorable de la perpendiculaire primitive, demanderoit un trop petit angle d'incidence, & que par-là la force de cette perpendiculaire seroit trop petite, ou qu'au contraire un assez grand angle d'incidence donneroit à la perpendiculaire primitive une direction trop peu favorable. Il y a donc nécessairement un certain point où les deux principes s'ajustent de façon qu'il en résulte l'effet le plus avantageux, & c'est *un plus grand* que l'on détermine par les règles connues des Géomètres, & ce plus grand donne l'angle, sous lequel la surface posée dans l'un ou l'autre quart de Cercle doit être frappée pour suivre après cela, avec la plus grande force possible, la direction qu'on veut qu'elle suive. On trouve par-là l'angle le plus avantageux de l'inclinaison des aîles d'un Moulin sur son axe, celui du Gouvernail par rapport à la Quille pour faire tourner le Vaisseau, &c.

Il n'est pas surprenant que la surface choquée puisse recevoir du fil de l'eau une impulsion qui la fasse aller contre le fil de l'eau même; car la perpendiculaire primitive, toujours oblique à ce fil, étant décomposée de façon qu'une de ses directions composantes soit parallèle au fil de l'eau, la surface qui ne pourra suivre que cette direction la suivra, ou en descendant avec le fil de l'eau, ou en remontant selon que l'angle aigu de la perpendiculaire primitive avec le fil de l'eau sera tourné d'un côté ou de l'autre, ce qui dépend uniquement de la manière dont cette perpendiculaire est posée ou dirigée. Le cas où la surface choquée doit aller contre le fil de l'eau, arrive dans le quart de Cercle où la surface est plus loin de l'origine du courant. Il en va de même dans la Navigation du cas de *gagner au vent*, que nous avons expliqué en 1714\*. Enfin toutes les Questions qui appartiennent à cette matière se résoudreont aisément par les formules générales de M. Pitot, & il paroît que la Géométrie en a fait désormais son devoir.

\* p. 117.



*MACHINES OU INVENTIONS  
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE  
EN M. DCCXXVII.*

## I.

UN Instrument de M. Clairaut, par le moyen duquel on peut prendre les Angles, faire les Calculs Arithmétiques, tels que la multiplication, la division, l'extraction des Racines, & résoudre les Triangles rectangles. C'est un Cercle de Carton gradué de 21 pouces de diametre, dans lequel M. Clairaut a décrit un grand nombre de circonférences concentriques pour exprimer par les longueurs de ces circonférences, les Logarithmes des Nombres, & ceux des Sinus. L'Instrument a paru ingénieux, & assés exact; la pratique fera connoître quelle sera la facilité de s'en servir.

## II.

Un Claveffin de M. Thevenard de Bordeaux à un seul rang de cordes, où les Sautereaux sont garnis d'une petite pièce de cuivre ou de leton, qui tient lieu de la Languette ordinaire, & de toutes ses appartenances. Cette invention a paru ingénieuse, & utile en ce qu'elle dispense pour toujours de l'entretien des Plumes & des Soyes, qui sont communément sujettes au Ver, & s'usent promptement.

## III.

Un Pont de Bateaux de M. du Bois Ingenieur. Il peut se séparer en deux, ou s'ouvrir dans le temps des grandes Eaux ou des Glaces, qui pourroient l'endommager. On le referme, & on l'ouvre par le moyen de deux Cabestans, disposés chacun sur le rivage opposé. Lorsqu'il est fermé, ou dans son état ordinaire, on l'arrête par des Boulons de fer, qui étant attachés à des Pilotis, entrent perpendiculairement dans des Anneaux fixés à l'extrémité des deux Bateaux du milieu du Pont. Ces Anneaux s'élèvent & s'abaissent avec les Bateaux



suivant la hauteur de la Rivière, & le Pont est également retenu. La partie par laquelle le Pont est arrêté à la Culée, est une espèce de Charnière formée par des Anneaux de fer roulants sur un long Pivot, & qui permet au Pont de suivre aussi de ce côté là la hauteur des Eaux. Quand il s'ouvre, chaque moitié va se placer le long du rivage, où elle est à l'abri par les Culées qui sont de chaque côté. Ce Pont a paru ingénieusement imaginé, & solidement construit, & si dans l'exécution l'on a l'attention nécessaire pour la force des Pivots & Anneaux, sur lesquels le Pont fait un effort considérable quand il s'ouvre, & que l'on ait soin de déterminer la vitesse du Courant, en sorte qu'elle diminue en approchant du rivage, il y a lieu de croire qu'on se servira utilement de cette invention.

## I V.

Un Globe céleste mouvant de M. Outhier, Prêtre du Diocèse de Besançon, qui représente le mouvement diurne & le mouvement annuel du Soleil, leur différence, ou celle du Temps vrai & du moyen, tous les mouvements de la Lune, ses Phases, les Eclipses, le passage des Etoiles fixes par le Meridien, leur mouvement particulier, &c. tout cela par la construction intérieure du Globe, qui contient deux mouvements séparés, dont l'un se fait sur l'axe de l'Equateur, & l'autre sur celui de l'Ecliptique. Il contient aussi une Horloge sonnante. Quoiqu'il y ait déjà plusieurs Ouvrages dans ce goût là, on a trouvé que celui-ci étoit très-ingénieusement imaginé, que quelques dispositions nouvelles, celle, par exemple, qui regarde les Phases de la Lune & ses latitudes, le rendoient simple, & donnoient une idée avantageuse de l'intelligence & de l'habileté de l'Inventeur.

## V.

Une Horloge à Sable de M. le Comte Prosper, Capitaine dans le Régiment de Milan, Infanterie Italienne, au service du Roi Catholique. Ce sont deux Vases parfaitement égaux, pleins du même Sable, au bas de chacun desquels est adapté un tuyau de verre où le Sable doit couler, les deux

tuyaux étant aussi parfaitement égaux, & le tout posé verticalement. Les deux Vases & les deux Tuyaux sont fort proches, & une plaque de cuivre percée à ses deux extrémités de deux ouvertures égales à celles des tuyaux de verre, est disposée de façon que tournant sur un Pivot qui est entre les deux tuyaux, elle ferme l'un tandis qu'elle laisse l'autre entièrement ouvert. On sçait par expérience en quel temps un tuyau se remplit du Sable tombé du Vase, & en graduant ce tuyau par des divisions égales, on a des parties égales de ce temps, ou, ce qui peut être encore plus exact, à un moment quelconque de la chute du Sable dans un des tuyaux, on ferme ce tuyau par le moyen de la Plaque, on le détache, ce qui est très-facile, & on pèse le Sable tombé; & comme on connoît le poids de tout le Sable qu'un Vase contient, il a la même proportion à celui du Sable tombé, que le temps total pendant lequel le Tuyau se seroit rempli, au temps pendant lequel il n'a reçu qu'une partie du Sable. Par la disposition de la Machine, à l'instant qu'on a fermé ce tuyau, l'autre s'est ouvert, & le Sable du Vase correspondant y a coulé, ainsi il n'y a point de temps perdu à peser le Sable d'un tuyau, & la Machine mesure toujours le temps. Elle a paru assez ingénieuse, quoique sujette aux inconvénients ordinaires des Sabliers, tels que la différente tenacité du Sable, & l'élargissement des trous par la chute continuelle.



## E' L O G E

DE M. DE MALÉZIEU.

NICOLAS DE MALÉZIEU nâquit à Paris en 1650 de Nicolas de Malézieu Ecuyer Seigneur de Bray, & de Marie des Forges, originaire de Champagne. Il étoit encore au Berceau, lorsqu'il perdit son Pere, & il demeura entre les mains d'une Mere, qui avoit beaucoup d'esprit, elle ne fut pas long-temps à s'appercevoir que cet Enfant méritoit une bonne éducation. Il la prévenoit même, & dès l'âge de quatre ans il avoit appris à lire & à écrire, presque sans avoir eu besoin de Maître. Il n'avoit que douze ans, quand il finit sa Philosophie au Collège des Jésuites à Paris. De-là il voulut aller plus loin, parce qu'il entendoit parler d'une Philosophie nouvelle, qui faisoit beaucoup de bruit. Il s'y appliqua sous M. Rohaut, & en même temps aux Mathématiques, dont elle emprunte perpétuellement le secours, qu'elle se glorifie d'emprunter.

Ces Mathématiques, qui souffrent si peu qu'on se partage entre elles & d'autres Sciences, lui permettoient cependant les Belles Lettres, l'Histoire, le Grec, l'Hébreu, & même la Poësie, plus incompatible encore avec elles que tout le reste. Toutes les sortes de Sciences se présentent à un jeune Homme né avec de l'esprit, mille hazards les font passer en revûe sous ses yeux, & c'est quelque inclination particulière, ou plutôt quelque talent naturel, source de l'inclination, qui le détermine à un choix; on préfère ce que l'on sent qui promet plus de succès. M. de Malézieu ne fit point de choix, & il embrassa tout; tout l'attiroit également, tout lui promettoit un succès égal.

Feu M. l'Evêque de Meaux le connut, à peine âgé de  
Hist. 1727. T

vingt ans, & il n'eut pas besoin de sa pénétration pour sentir son mérite. Ce n'étoit point un mérite enveloppé, qui perçât difficilement au travers d'un extérieur triste & sombre ; sa facilité à entendre & à retenir lui avoit épargné ces efforts, & cette pénible contention, dont l'habitude produit la mélancolie, les Sciences étoient entrées dans son Esprit comme dans leur séjour naturel, & n'y avoient rien gâté, au contraire elles s'étoient parées elles-mêmes de la gayeté & de la vivacité qu'elles y avoient trouvées. M. de Meaux prit dès-lors du goût pour la conversation, & pour son caractère.

Des affaires domestiques l'appellerent en Champagne: Comme il étoit destiné à plaire aux gens de mérite, il entra dans une liaison étroite avec M. de Vialart, Evêque de Châlons, aussi connu par la beauté de son esprit, que par la pureté de ses mœurs, & il se fortifia par ce commerce dans des sentiments de Religion & de piété, qu'il a conservés toute sa vie. Il se maria à vingt-trois ans avec Demoiselle François Faudelle de Favresse, & quoiqu'amoureux, il fit un bon mariage. Il passa dix ans en Champagne dans une douce solitude, uniquement occupé de deux passions heureuses, car on juge bien que les Livres en étoient une. C'est un bonheur pour les Sçavants, que leur réputation doit amener à Paris, d'avoir eu le loisir de se faire un bon fonds dans le repos d'une Province, le tumulte de Paris ne permet pas assés qu'on fasse de nouvelles acquisitions, si ce n'est celle de la manière de sçavoir.

Le feu Roi ayant chargé M. le Duc de Montausier & M. l'Evêque de Meaux, de lui chercher des gens de Lettres, propres à être mis auprès de M. le Duc du Maine, qui avoit déjà le sçavant M. Chevreau pour Précepteur, ils jetterent les yeux sur M. de Malézieu & M. de Court. Tous deux furent nommés par le Roi, & une seconde fois en quelque sorte par le Public, lorsqu'il les connut assés. Il se trouvoit entre leurs caracteres toute la ressemblance, & de plus toute la différence, qui peuvent servir à former une grande liaison; car on se convient aussi par ne se pas ressembler. L'un vif



& ardent , l'autre plus tranquille , & toujours égal , ils se réunissoient dans le même goût pour les Sciences , & dans les mêmes principes d'honneur , & leur amitié n'en faisoit qu'un seul homme , en qui tout se trouvoit dans un juste degré. Ils rencontrèrent dans le jeune Prince des dispositions & d'esprit & de cœur si heureuses & si singulières , qu'on ne peut assurer qu'ils lui aient été fort utiles , principalement à l'égard des qualités de l'ame , qu'ils n'eurent guere que l'avantage de voir de plus près , & avec plus d'admiration. Le Roi les admettoit souvent dans son particulier à la suite de M. le Duc du Maine , lorsqu'il n'étoit question que d'amusements , & ces occasions si flatueuses étoient extrêmement favorables pour faire briller la vivacité , le génie , & les ressources de génie de M. de Malézieu.

La Cour rassembloit alors un assés grand nombre de gens illustres par l'esprit , M<sup>rs</sup> Racine , Despréaux , de la Bruyere , de Malézieu , de Court , M. de Meaux étoit à la tête. Ils formoient une espece de Société particulière , d'autant plus unie qu'elle étoit plus séparée de celle des Illustres de Paris , qui ne prétendoient pas devoir reconnoître un Tribunal supérieur , ni se soumettre aveuglément à des jugemens , quoique revêtus de ce nom si imposant de jugemens de la Cour. Du moins avoient-ils une autorité souveraine à Versailles , & Paris même ne se croyoit pas toujours assés fort pour en appeller.

M. le Prince , M. le Duc , M. le Prince de Conti , qui brilloient beaucoup aussi par l'esprit , mais qui ne doivent être comptés qu'à part , honoroient M. de Malézieu de leur estime & de leur affection. Il devenoit l'ami de quiconque arrivoit à la Cour avec un mérite éclatant. Il le fut , & très-particulièrement de M. l'Abbé de Fénélon , depuis Archevêque de Cambrai , & il n'en conserva pas moins l'amitié de M. de Meaux , lorsque ces deux grands Prélats furent broüillés par une Question subtile & délicate , qui ne pouvoit guère être une question que pour d'habiles Théologiens. On dit même que ces deux respectables Adversaires le prirent souvent pour Arbitre de plusieurs articles de leurs différens. Soit qu'il s'agit.

des procédés, ou du fonds, quelle idée n'avoient-ils pas ou de ses lumières, ou de sa droiture ?

Quand M. le Duc du Maine se maria, M. de Malézieu entra dans une nouvelle carrière. Un jeune Princeſſe, avide de ſçavoir, & propre à ſçavoir tout, trouva d'abord dans ſa maiſon celui qu'il lui falloit pour apprendre tout, & elle ne manqua pas de ſe l'attacher particulièrement par ce moyen infaillible que les Princes ont toujours en leur diſpoſition, par l'eſtime qu'elle lui fit ſentir. Souvent pour lui faire connoître les bons Auteurs de l'Antiquité, que tant de gens aiment mieux admirer que lire, il lui a traduit ſur le champ, en préſence de toute ſa Cour, Virgile, Térence, Sophocle, Euripide, & depuis ce temps-là les traduſtions n'ont plus été néceſſaires que pour une partie de ces Auteurs. Il ſeroit fort du goût de cette Académie que nous parlaſſions auſſi des Sciences plus élevées, où elle voulut être conduite par le même guide, mais nous craindriens de révéler les ſecrets d'une ſi grande Princeſſe. Il eſt vrai qu'on devinera bien les noms de ces Sciences, mais on ne devinera pas juſqu'où elle y a pénétré.

M. de Malézieu eut encore auprès d'elle une fonction très-différente, & qui ne lui réuſſiſſoit pas moins. La Princeſſe aimoit à donner chés elle des Fêtes, des Divertiſſements, des Spectacles, mais elle vouloit qu'il y entrât de l'idée, de l'invention, & que la joye eût de l'eſprit. M. de Malézieu occupoit ſes talents moins ſérieux à imaginer, ou à ordonner une fête, & lui-même y étoit ſouvent Acteur. Les Vers ſont néceſſaires dans les plaiſirs ingénieux, il en fourniſſoit qui avoient toujours du feu, du bon goût, & même de la juſteſſe, quoiqu'il n'y donnât que fort peu de temps, & ne les traitât, ſ'il le faut dire, que ſelon leur mérite. Les Impromptu lui étoient aſſés familiers, & il a beaucoup contribué à établir cette langue à Seaux, où le génie & la gayeté produiſent aſſés ſouvent ces petits enthouſiaſmes ſoudains. En même temps il étoit Chef des Conſeils de M. le Duc du Maine; à la place de M<sup>rs</sup> Dagueſſeau & de Fieubet Conſeillers d'Etat,

qui étoient morts , il étoit Chancelier de Dombes , premier Magistrat de cette Souveraineté. L'esprit même d'affaires ne s'étoit pas refusé à lui.

En 1696 feu M. le Duc de Bourgogne étant venu en âge d'apprendre les Mathématiques, Mad<sup>e</sup> de Maintenon porta le Roi à confier cette partie de son éducation à M. de Malézieu, tandis qu'il donneroit à M. Sauveur les deux autres Enfants de France. M. de Malézieu assés délicat pour craindre qu'un si grand honneur ne s'accordât pas parfaitement avec l'attachement inviolable qu'il devoit à M. & à Mad<sup>e</sup> du Maine ; & rassuré par eux-mêmes sur ce scrupule, demanda du moins en grace, que pour mieux marquer qu'il ne sortoit point de son ancien engagement, il lui fût permis de ne point recevoir d'appointements du Roi.

Parmi tous les Eléments de Géométrie, qui avoient paru jusque-là, il choisit ceux de M. Arnaud, comme les plus clairs, & les mieux digérés, pour en faire le fond des leçons qu'il donneroit à M. le Duc de Bourgogne. Seulement il fit à cet Ouvrage quelques additions, & quelques retranchements. Il remarqua bientôt que le jeune Prince, qui surmontoit avec une extrême vivacité les difficultés d'une étude si épineuse, *tomboit aussi quelquefois dans l'inconvénient de vouloir passer à côté, quand il ne les emportoit pas d'abord.* Pour le fixer davantage, il lui proposa *d'écrire de sa main au commencement d'une leçon ce qui lui avoit été enseigné la veille.* Toutes ces leçons écrites par le Prince pendant le cours de quatre ans, & précieusement rassemblées, ont fait un Corps, que M. Boissière, Bibliothécaire de M. le Duc du Maine, fit imprimer en 1715 sous le titre d'*Eléments de Géométrie de M<sup>gr</sup> le Duc de Bourgogne.* L'Editeur les dédie au Prince même, qui en est l'Auteur, & n'oublie pas tout ce qui est dû au sçavant maître de Géométrie. Il y a à la fin du Livre quelques Problèmes, qui n'appartiennent point à des Eléments, résolus par la méthode Analitique, & qui, selon toutes les apparences, sont de M. de Malézieu. Il est dit sur ce sujet, qu'Archimede, & les grands Géometres anciens, *ont dû avoir*

notre *Analise*, ou quelque méthode équivalente, parce qu'il est moralement impossible qu'ils eussent suivi, sans s'égarer, des routes aussi composées que celles qu'ils proposent. Mais par-là on leur ôte la force merveilleuse, qui a été nécessaire pour suivre, sans s'égarer, des routes si tortueuses, si longues & si embarrassées, & cette force compense le mérite moderne d'avoir découvert des chemins sans comparaison plus courts & plus faciles. On veut que pour causer plus d'admiration, ils aient caché leur Secret, quoiqu'en le révélant ils eussent causé une admiration, du moins égale, & qu'ils eussent en même temps infiniment avancé des Sciences utiles, on veut qu'ils aient été tous également fidèles à garder ce secret, également jaloux d'une gloire qu'ils pouvoient changer contre une autre, également indifférents pour le bien public.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, M. de Malézieu fut un des Honoraires, & en 1701 il entra à l'Académie Française. On ne sera pas étonné qu'il fût Citoyen de deux Etats si différents.

Il faisoit dans sa maison de Châtenai près de Seaux, des Observations astronomiques selon la même méthode qu'elles se font à l'Observatoire, où il les avoit apprises de M<sup>rs</sup> Cassini & M. Maraldi, ses amis particuliers, & il les communiquoit à l'Académie. Une personne du plus haut rang avoit part à ces Observations, aussi-bien qu'à celles qu'il faisoit avec le Microscope, dont nous avons rapporté la plus singulière en 1718\*. S'il n'eût pas été assés sçavant, il eût été obligé de le devenir toujours de plus en plus pour faire sa cour, & pour suivre les progrès de qui prenoit ses instructions.

Son temperament robuste & de feu, joint à une vie réglée, lui a valu une longue santé, qui ne s'est démentie que vers les 76 ans, encore n'a-ce été que par un dépérissement lent, & presque sans douleur. Il mourut d'Apoplexie le 4 Mars 1727 dans la 77<sup>me</sup> année de son âge, & la 54<sup>me</sup> d'un mariage toujours heureux, où l'estime & la tendresse mutuelles n'avoient point été altérées. La double louange qui en

\* p. 9.



réfulte fera toujours très-rare, même dans d'autres Siècles que celui-ci.

Il a laiffé cinq Enfants vivants, trois Garçons, dont l'aîné eft Evêque de Lavour, le 2<sup>d</sup>, Brigadier des Armées du Roi & Lieutenant général d'Artillerie, & le 3<sup>me</sup>, Capitaine de Carabiniers, & deux filles, dont l'une eft mariée à M. de Meffimy, premier Préfident du Parlement de Dombes, & l'autre à M. le Comte de Guiry, Lieutenant général du Pays d'Aunis, & Mefre de Camp de Cavalerie.

## E' L O G E

D E M. N E U T O N.

**I**SAAc NEUTON nâquit le jour de Noël V. S. de l'année 1642 à Wolltrope dans la Province de Lincoln. Il sortoit de la Branche aînée de Jean Neuton, Chevalier Baronnet Seigneur de Wolltrope. Cette Seigneurie étoit dans la famille depuis près de 200 ans. M<sup>rs</sup> Neuton s'y étoient transportés de Westby dans la même Province de Lincoln, mais ils étoient originaires de Neuton dans celle de Lancastre. La mere de M. Neuton, nommée Anne Ascough étoit aussi d'une ancienne famille. Elle se remaria après la mort de son premier mari, pere de M. Neuton.

Elle mit son fils âgé de 12 ans à la grande E'cole de Grantham, & l'en retira au bout de quelques années, afin qu'il s'accoutumât de bonne heure à prendre connoissance de ses affaires, & à les gouverner lui-même. Mais elle le trouva si peu occupé de ce soin, si distrait par les Livres, qu'elle le renvoya à Grantham pour y suivre son goût en liberté. Il le satisfit encore mieux en passant de-là au Collège de la Trinité dans l'Université de Cambridge, où il fût reçu en 1660 à l'âge de 18 ans.

Pour apprendre les Mathématiques, il n'étudia point

Euclide, qui lui parut trop clair, trop simple, indigne de lui prendre du temps ; il le sçavoit presque avant que de l'avoir lû, & un coup d'œil sur l'énoncé des Théorèmes les lui démontroit. Il sauta tout d'un coup à des Livres tels que la Géométrie de Descartes, & les Optiques de Képler. On lui pourroit appliquer ce que Lucain a dit du Nil, dont les Anciens ne connoissoient point la source, *Qu'il n'a pas été permis aux hommes de voir le Nil foible & naissant*. Il y a des preuves que M. Neuton avoit fait à 24 ans ses grandes découvertes en Géométrie, & posé les fondemens de ses deux célèbres Ouvrages, les *Principes*, & l'*Optique*. Si des Intelligences supérieures à l'Homme ont aussi un progrès de connoissances, elles volent tandis que nous rampons, elles suppriment des milieux que nous ne parcourons qu'en nous traînant lentement, & avec effort, d'une Vérité à une autre qui y touche.

Nicolas Mercator né dans le Holstein, mais qui a passé sa vie en Angleterre, publia en 1668 sa *Logarithmotechnie*, où il donnoit par une Suite ou Série infinie la Quadrature de l'Hiperbole. Alors il parut pour la première fois dans le monde sçavant une Suite de cette espece, tirée de la nature particulière d'une Courbe avec un art tout nouveau, & très-délié. L'illustre M. Barrou, qui étoit à Cambridge où étoit M. Neuton âgé de 26 ans, se souvint aussi-tôt d'avoir vû la même Théorie dans des Écrits du jeune Homme, non pas bornée à l'Hiperbole, mais étendue par des formules générales à toutes sortes de Courbes, même Mécaniques, à leurs Quadratures, à leurs Reclifications, à leurs Centres de gravité, aux Solides formés par leurs revolutions, aux Surfaces de ces Solides, de sorte que quand les déterminations étoient possibles, les Suites s'arrêtoient à un certain point, ou si elles ne s'arrêtoient pas, on en avoit les sommes par Règle; que si les déterminations précises étoient impossibles, on en pouvoit toujourns approcher à l'Infini, supplément le plus heureux, & le plus subtil que l'Esprit humain pût trouver à l'imperfection de ses connoissances. C'étoit une  
grande

grande richesse pour un Géometre de posséder une Théorie si féconde & si générale, c'étoit une gloire encore plus grande d'avoir inventé une Théorie si surprenante & si ingénieuse, & M. Neuton averti par le Livre de Mercator que cet habile homme étoit sur la voye, & que d'autres s'y pourroient mettre en le suivant, devoit naturellement se presser d'étaler ses trésors, pour s'en assurer la véritable propriété, qui consiste dans la découverte. Mais il se contenta de la richesse, & ne se picqua point de la gloire. Il dit lui-même dans une Lettre du *Commercium Epistolicum*, qu'il avoit crû que son Secret étoit entièrement trouvé par Mercator, ou le seroit par d'autres, avant qu'il fût d'un âge assés mur pour composer. Il se laissoit enlever sans regret ce qui avoit dû lui promettre beaucoup de gloire, & le flater des plus douces espérances de cette espece, & il attendoit à l'âge convenable pour composer ou pour se donner au Public, n'ayant pas attendu celui de faire les plus grandes choses. Son Manuscrit sur les Suites infinies fut simplement communiqué à M. Collins, & à Milord Brounker, habiles en ces matières, & encore ne le fut-il que par M. Barrou, qui ne lui permettoit pas d'être tout-à-fait aussi modeste qu'il l'eût voulu.

Ce Manuscrit, tiré en 1669 du Cabinet de l'Auteur, porte pour titre *Méthode que j'avois trouvée autrefois*, &c. Et quand cet *autrefois* ne seroit que trois ans, il auroit donc trouvé à 24 ans toute la belle Théorie des Suites. Mais il y a plus. Ce même Manuscrit contient, & l'invention & le Calcul des *Fluxions*, ou Infiniment petits, qui ont causé une si grande contestation entre M. Leibnits & lui, ou plutôt entre l'Allemagne & l'Angleterre. Nous en avons fait l'Histoire en 1716 \* dans l'Eloge de M. Leibnits, & quoique ce fût l'Eloge de M. Leibnits, nous y avons si exactement gardé la neutralité d'Historien, que nous n'avons présentement rien de nouveau à dire pour M. Neuton. Nous avons marqué expressément que M. Neuton étoit certainement Inventeur, que sa gloire étoit en sûreté, & qu'il n'étoit question que de savoir si M. Leibnits avoit pris de lui cette idée. Toute l'Angleterre

\* p. 109.  
& suiv.

Hist. 1727. . V

en est convaincuë, quoique la Société Royale ne l'ait pas prononcé dans son Jugement, & l'ait tout au plus insinué. M. Neuton est constamment le premier Inventeur, & de plusieurs années le premier. M. Leibnits de son côté est le premier qui ait publié ce Calcul, & s'il l'avoit pris de M. Neuton, il ressembleroit du moins au Prométhée de la Fable, qui déroba le feu aux Dieux, pour en faire part aux hommes.

En 1687 M. Neuton se réolut enfin à se dévoiler, & à révéler ce qu'il étoit, les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* parurent. Ce Livre, où la plus profonde Géométrie sert de base à une Physique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il est écrit très-sçavamment, que les paroles y sont fort épargnées, qu'assés souvent les conséquences y naissent rapidement des principes, & qu'on est obligé à suppléer de soi-même tout l'entre-deux, il falloit que le Public eût le loisir de l'entendre. Les grands Géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec soin, les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands, mais enfin quand le Livre fut suffisamment connu, tous ces suffrages, qu'il avoit gagnés si lentement, éclatèrent de toutes parts, & ne formèrent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'esprit original qui brille dans l'Ouvrage, de cet esprit créateur, qui dans toute l'étenduë du Siècle le plus heureux ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étenduë des Pays sçavants.

Deux Théories principales dominent dans les *Principes Mathématiques*, celle des Forces Centrales, & celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, toutes deux presque entièrement neuves, & traitées selon la sublime Géométrie de l'Auteur. On ne peut plus toucher ni à l'une ni à l'autre de ces matières, sans avoir M. Neuton devant les yeux, sans le répéter, ou sans le suivre, & si on veut le déguiser, quelle adresse pourra empêcher qu'il ne soit reconnu?

Le rapport trouvé par Képler, entre les révolutions des Corps célestes, & leurs distances à un centre commun de ces



révolutions, regne constamment dans tout le Ciel. Si l'on imagine, ainsi qu'il est nécessaire, qu'une certaine force empêche ces grands Corps de suivre pendant plus d'un instant leur mouvement naturel en ligne droite d'Occident en Orient, & les retire continuellement vers un centre, il suit de la Règle de Képler, que cette force, qui sera centrale, ou plus particulièrement *centripete*, aura sur un même corps une action variable selon ses différentes distances à ce centre, & cela dans la raison renversée des quarrés de ces distances, c'est-à-dire, par exemple, que si ce corps étoit deux fois plus éloigné du centre de sa révolution, l'action de la force centrale sur lui en seroit quatre fois plus foible. Il paroît que M. Neuton est parti de là pour toute la Phisique du Monde pris en grand. Nous pouvons supposer aussi ou feindre qu'il a d'abord considéré la Lune, parce qu'elle a la Terre pour centre de son mouvement.

Si la Lune perdoit toute l'impulsion, toute la tendance qu'elle a pour aller d'Occident en Orient en ligne droite, & qu'il ne lui restât que la force centrale qui la porte vers le centre de la Terre, elle obéiroit donc uniquement à cette force, en suivroit uniquement la direction, & viendrait en ligne droite vers le centre de la Terre. Son mouvement de révolution étant connu, M. Neuton démontre par ce mouvement que dans la 1<sup>re</sup> Minute de sa descente elle décriroit 15 pieds de Paris. Sa distance à la Terre est de 60 demi-diametres de la Terre, donc si la Lune étoit à la surface de la Terre, sa force seroit augmentée selon le quarré de 60, c'est-à-dire, qu'elle seroit 3600 fois plus puissante, & que la Lune dans une Minute décriroit 3600 fois 15 pieds.

Maintenant si l'on suppose que la force qui agissoit sur la Lune soit la même que celle que nous appellons Pesanteur dans les Corps terrestres, il s'ensuivra du Système de Galilée, que la Lune, qui à la surface de la Terre parcourroit 3600 fois 15 pieds en 1 Minute, devroit parcourir aussi 15 pieds dans la 1<sup>re</sup> 60<sup>me</sup> partie, ou dans la 1<sup>re</sup> Seconde de cette Minute. Or on sçait par toutes les expériences, & on n'a

pû les faire qu'à de très-petites distances de la surface de la Terre, que les Corps pesants tombent de 15 pieds dans la 1<sup>re</sup> Seconde de leur chute. Ils sont donc, quand nous éprouvons la durée de leurs chûtes, dans le même cas précisément, que si ayant fait autour de la Terre, avec la même force centrale que la Lune, la même révolution, & à la même distance, ils se trouvoient ensuite tout près de la surface de la Terre, & s'ils sont dans le même cas où seroit la Lune, la Lune est dans le cas où ils sont, & n'est retirée à chaque instant vers la Terre que par la même Pesanteur. Une conformité si exacte d'effets, ou plutôt cette parfaite identité, ne peut venir que de celle des causes.

Il est vrai que dans le Système de Galilée, qu'on a suivi ici, la Pesanteur est constante, & que la force centrale de la Lune ne l'est pas dans la démonstration même qu'on vient de donner. Mais la Pesanteur peut bien ne paroître constante, ou, pour mieux dire, elle ne le paroît dans toutes nos expériences, qu'à cause que la plus grande hauteur d'où nous puissions voir tomber des Corps, n'est rien par rapport à la distance de 1500 Lieux, où ils sont tous du centre de la Terre. Il est démontré qu'un Boulet de Canon tiré horizontalement décrit dans l'hypothèse de la Pesanteur constante une Parabole terminée à un certain point par la rencontre de la Terre, mais que s'il étoit tiré d'une hauteur qui pût rendre sensible l'inégalité d'action de la Pesanteur, il décriroit au lieu de la Parabole une Ellipse, dont le centre de la Terre seroit un des Foyers, c'est-à-dire, qu'il seroit exactement ce que fait la Lune.

Si la Lune est pesante à la manière des Corps terrestres, si elle est portée vers la Terre par la même force qui les y porte, si selon l'expression de M. Newton elle pèse sur la Terre, la même cause agit dans tout ce merveilleux assemblage de Corps célestes, car toute la Nature est une, c'est par-tout la même disposition, par-tout des Ellipses décrites par des Corps dont le mouvement se rapporte à un Corps placé dans un des Foyers. Les Satellites de Jupiter pèsent sur Jupiter, comme

la Lune sur la Terre, les Satellites de Saturne sur Saturne, toutes les Planetes ensemble sur le Soleil.

On ne sçait point en quoi consiste la Pesanteur, & M. Neuton lui-même l'a ignoré. Si la Pesanteur agit par impulsion, on conçoit qu'un bloc de Marbre qui tombe, peut être poussé vers la Terre, sans que la Terre soit aucunement poussée vers lui, & en un mot tous les centres, auxquels se rapportent les mouvements causés par la Pesanteur, pourront être immobiles. Mais si elle agit par attraction, la Terre ne peut attirer le bloc de Marbre, sans que ce bloc n'attire aussi la Terre ; pourquoi cette vertu attractive seroit-elle plutôt dans certains Corps que dans d'autres ? M. Neuton pose toujours l'action de la Pesanteur réciproque dans tous les Corps, & proportionnelle seulement à leurs masses, & par-là il semble déterminer la Pesanteur à être réellement une attraction. Il n'emploie à chaque moment que ce mot pour exprimer la force active des Corps, force, à la vérité, inconnue, & qu'il ne prétend pas définir, mais si elle pouvoit agir aussi par impulsion, pourquoi ce terme plus clair n'auroit-il pas été préféré ? car on conviendra qu'il n'étoit guere possible de les employer tous deux indifféremment, ils sont trop opposés. L'usage perpétuel du mot d'attraction, soutenu d'une grande autorité, & peut-être aussi de l'inclination qu'on croit sentir à M. Neuton pour la chose même, familiarise du moins les Lecteurs avec une idée proscrite par les Cartésiens, & dont tous les autres Philosophes avoient ratifié la condamnation, il faut être présentement sur ses gardes, pour ne lui pas imaginer quelque réalité, on est exposé au péril de croire qu'on l'entend.

Quoiqu'il en soit, tous les Corps, selon M. Neuton, pesent les uns sur les autres, ou s'attirent en raison de leurs masses, & quand ils tournent autour d'un centre commun, dont par conséquent ils sont attirés, & qu'ils attirent, leurs forces attractives varient dans la raison renversée des quarrés de leurs distances à ce centre ; & si tous ensemble avec leur centre commun tournent autour d'un autre centre commun

à eux & à d'autres, ce sont encore de nouveaux rapports, qui font une étrange complication. Ainsi chacun des cinq Satellites de Saturne pèse sur les quatre autres, & les quatre autres sur lui; tous les cinq pesent sur Saturne, & Saturne sur eux; le tout ensemble pèse sur le Soleil, & le Soleil sur ce tout. Quelle Géométrie a été nécessaire pour débrouiller ce Cahos de rapports! Il paroît téméraire de l'avoir entrepris, & on ne peut voir sans étonnement que d'une Théorie si abstraite, formée de plusieurs Théories particulières, toutes très-difficiles à manier, il naisse nécessairement des conclusions toujours conformes aux faits établis par l'Astronomie.

Quelquefois même ces conclusions semblent deviner des faits, auxquels les Astronomes ne se seroient pas attendus. On prétend depuis un temps, & sur-tout en Angleterre, que quand Jupiter & Saturne sont entr'eux dans leur plus grande proximité, qui est de 165 millions de Lieux, leurs mouvements ne sont plus de la même régularité que dans le reste de leur cours, & le Système de M. Newton en donne tout d'un coup la cause, qu'aucun autre Système ne donneroit. Jupiter & Saturne s'attirent plus fortement l'un l'autre, parce qu'ils sont plus proches, & par-là la régularité du reste de leur cours est sensiblement troublée. On peut aller jusqu'à déterminer la quantité & les bornes de ce dérèglement.

La Lune est la moins régulière des Planètes, elle échappe assés souvent aux Tables les plus exactes, & fait des écarts dont on ne connoît point les principes. M. Halley, que son profond sçavoir en Mathématique n'empêche pas d'être bon Poète, dit dans des Vers Latins qu'il a mis au devant des *Principes* de M. Newton, que *la Lune jusque-là ne s'étoit point laissé assujettir au frein des Calculs, & n'avoit été domptée par aucun Astronome*, mais qu'elle l'est enfin dans le nouveau Système. Toutes les bizarreries de son cours y deviennent d'une nécessité qui les fait prédire, & il est difficile qu'un Système, où elles prennent cette forme, ne soit qu'un Système heureux, sur-tout si on ne les regarde que comme une petite partie d'un Tout, qui embrasse avec le même succès une infinité



d'autres explications. Celle du Flux & du Reflux s'offre si naturellement par l'action de la Lune sur les Mers, combinée avec celle du Soleil, que ce merveilleux phénomène semble en être dégradé.

La seconde des deux grandes Théories sur lesquelles roule le Livre des *Principes*, est celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, qui doit entrer dans les principaux phénomènes de la Nature, tels que les Mouvements des Corps célestes, la Lumière, le Son. M. Neuton établit à son ordinaire sur une très-profonde Géométrie, ce qui doit résulter de cette Résistance, selon toutes les causes qu'elle peut avoir, la Densité du Milieu, la Vitesse du Corps mû, la grandeur de sa Surface, & il arrive enfin à des conclusions qui détruisent les Tourbillons de Descartes, & renversent ce grand Édifice céleste, qu'on auroit crû inébranlable. Si les Planètes se meuvent autour du Soleil dans un Milieu, quel qu'il soit, dans une matière Éthérée, qui remplit tout, & qui, quelque subtile qu'elle soit, n'en résistera pas moins, ainsi qu'il est démontré, comment les mouvements des Planètes n'en sont-ils pas perpétuellement, & même promptement affoiblis ? sur-tout, comment les Comètes traversent-elles les Tourbillons librement en tous sens, quelquefois avec des directions de mouvement contraires aux leurs, sans en recevoir nulle altération sensible dans leurs mouvements, de quelque longue durée qu'ils puissent être ? Comment ces Torrents immenses, & d'une rapidité presque incroyable n'absorbent-ils pas en peu d'instants tout le mouvement particulier d'un Corps, qui n'est qu'un atome par rapport à eux, & ne le forcent-ils pas à suivre leur cours ?

Les Corps célestes se meuvent donc dans un grand Vuide, si ce n'est que leurs exhalaisons, & les rayons de Lumière, qui forment ensemble mille entrelassemens différens, mêlent un peu de matière à des Espaces immatériels presque infinis. L'Attraction & le Vuide, bannis de la Phisique par Descartes, & bannis pour jamais selon les apparences, y reviennent ramenés par M. Neuton, armés d'une force toute nouvelle

dont on ne les croyoit pas capables, & seulement peut-être un peu déguifés.

Les deux grands Hommes, qui se trouvent dans une si grande oppofition, ont eû de grands rapports. Tous deux ont été des génies du premier ordre, nés pour dominer sur les autres efprits, & pour fonder des Empires. Tous deux Géomètres excellents ont vû la néceffité de transporter la Géométrie dans la Phifique. Tous deux ont fondé leur Phifique sur une Géométrie, qu'ils ne tenoient prefque que de leurs propres lumières. Mais l'un, prenant un vol hardi, a voulu fe placer à la fource de tout, fe rendre maître des premiers principes par quelques idées claires, & fondamentales, pour n'avoir plus qu'à defcendre aux phénomènes de la Nature, comme à des conféquences néceffaires; l'autre plus timide, ou plus modeste, a commencé fa marche par s'appuyer sur les phénomènes pour remonter aux principes inconnus, réfolu de les admettre quels que les pût donner l'enchaînement des conféquences. L'un part de ce qu'il entend nettement pour trouver la caufe de ce qu'il voit. L'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la caufe, foit claire, foit obfcure. Les principes évidents de l'un ne le conduifent pas toujours aux phénomènes tels qu'ils font; les phénomènes ne conduifent pas toujours l'autre à des principes affés évidents. Les bornes, qui dans ces deux routes contraires ont pû arrêter deux hommes de cette efpece, ce ne font pas les bornes de leur Efprit; mais celles de l'Efprit humain.

En même temps que M. Neuton travailloit à fon grand Ouvrage des *Principes*, il en avoit un autre entre les mains, auffi original, auffi neuf, moins général par fon titre, mais auffi étendu par la manière dont il devoit traiter un fujet particulier. C'est l'*Optique*, ou *Traité de la Lumières & des Couleurs*, qui parut pour la première fois en 1704, il avoit fait pendant le cours de 30 années les expériences qui lui étoient néceffaires.

L'Art de faire des Expériences porté à un certain degré, n'est nullement commun. Le moindre fait qui s'offre à nos yeux, est compliqué de tant d'autres faits, qui le compofent

ou le modifient, qu'on ne peut sans une extrême adresse démêler tout ce qui y entre, ni même sans une sagacité extrême soupçonner tout ce qui peut y entrer. Il faut décomposer le fait dont il s'agit en d'autres qui ont eux-mêmes leur composition, & quelquefois, si l'on n'avoit bien choisi la route, on s'engageroit dans des Labirinthés d'où l'on ne sortiroit pas. Les faits primitifs & élémentaires semblent nous avoir été cachés par la Nature avec autant de soin que des Causes, & quand on parvient à les voir, c'est un spectacle tout nouveau, & entièrement imprévu.

L'Objet perpétuel de l'*Optique* de M. Neuton, est l'Anatomie de la Lumière. L'expression n'est point trop hardie, ce n'est que la chose même. Un très-petit Rayon de Lumière, qu'on laisse entrer dans une chambre parfaitement obscure, mais qui ne peut être si petit qu'il ne soit encore un faisceau d'une infinité de rayons, est divisé, disléqué, de façon que l'on a les rayons élémentaires qui le composoient séparés les uns des autres, & teints chacun d'une couleur particulière, qui après cette séparation ne peut plus être altérée. Le Blanc dont étoit le rayon total avant la dissection, résulloit du mélange de toutes les couleurs particulières des rayons primitifs. La séparation de ces rayons étoit si difficile, que quand M. Mariotte l'entreprit sur les premiers bruits des expériences de M. Neuton, il la manqua, lui qui avoit tant de génie pour les expériences, & qui a si bien réussi sur tant d'autres sujets.

On ne sépareroit jamais les Rayons primitifs & colorés, s'ils n'étoient de leur nature tels qu'en passant par le même Milieu, par le même Prisme de verre, ils se rompent sous différents angles, & par-là se démêlent quand ils sont reçus à des distances convenables. Cette différente refrangibilité des Rayons rouges, jaunes, verts, bleus, violets & de toutes les couleurs intermédiaires en nombre infini, propriété qu'on n'avoit jamais soupçonnée, & à laquelle on ne pouvoit guere être conduit par aucune conjecture, est la découverte fondamentale du Traité de M. Neuton. La différente refrangibilité

amene la différente réflexibilité. Il y a plus. Les Rayons qui tombent sous le même angle sur une surface s'y rompent & réfléchissent alternativement, espece de jeu qui n'a pû être apperçû qu'avec des yeux extrêmement fins, & bien aidés par l'Esprit. Enfin, & sur ce point seul, la première idée n'appartient pas à M. Neuton, les Rayons qui passent près des extrémités d'un Corps sans le toucher, ne laissent pas de s'y détourner de la ligne droite, ce qu'on appelle *inflexion*. Tout cela ensemble forme un Corps d'*Optique* si neuf, qu'on pourra désormais regarder cette Science comme presque entièrement dûë à l'Auteur.

Pour ne pas se borner à des spéculations, qu'on traite quelquefois injustement d'oisives, il a donné dans cet Ouvrage l'invention, & le dessein d'un Telescope par réflexion, qui n'a été bien executé que long-temps après. On a vû ici que ce Telescope n'ayant que 2 pieds  $\frac{1}{2}$  de longueur, faisoit autant d'effet qu'un bon Telescope ordinaire de 8 ou 9 pieds, avantage très-considérable, & dont apparemment on connoîtra mieux encore à l'avenir toute l'étendue.

Une utilité de ce Livre, aussi grande peut-être que celle qu'on tire du grand nombre de connoissances nouvelles dont il est plein, est qu'il fournit un excellent modèle de l'Art de se conduire dans la Philosophie Expérimentale. Quand on voudra interroger la Nature par les expériences, & les observations, il la faudra interroger comme M. Neuton, d'une manière aussi adroite, & aussi pressante. Des choses qui se dérobent presque à la recherche par être trop déliées, il les sçait réduire à souffrir le Calcul, & un Calcul qui ne demande pas seulement le sçavoir des bons Géometres, mais encore plus une dextérité particulière. L'application qu'il fait de la Géométrie a autant de finesse, que la Géométrie a de sublimité.

Il n'a pas achevé son *Optique*, parce que des expériences, dont il avoit encore besoin, furent interrompûes, & qu'il n'a pû les reprendre. Les Pierres d'attente qu'il a laissées à cet Edifice imparfait, ne pourront guere être employées que



par des mains aussi habiles que celles du premier Architecte. Il a du moins mis sur la voye, autant qu'il a pû, ceux qui voudront continuer son ouvrage, & même il leur trace un chemin pour passer de l'Optique à une Physique entière; sous la forme de *Doutes* ou de *Questions à éclaircir*, il propose un grand nombre de vûes, qui aideront les Philosophes à venir, ou du moins feront l'histoire, toujours curieuse, des pensées d'un grand Philosophe.

L'attraction domine dans ce Plan abrégé de Physique. La force qu'on appelle *dureté* des Corps, est l'attraction mutuelle de leurs parties, qui les serre les uns contre les autres, & si elles sont de figure à se pouvoir toucher par toutes leurs faces sans laisser d'interstices, les Corps sont parfaitement durs. Il n'y a de cette espece que de petits Corps primordiaux & inaltérables, Eléments de tous les autres. Les fermentations, ou effervescences Chimiques, dont le mouvement est si violent, qu'on les pourroit quelquefois comparer à des Tempêtes, sont des effets de cette puissante attraction, qui n'agit entre les petits corps qu'à de petites distances.

En général il conçoit que l'attraction est le principe agissant de toute la Nature, & la cause de tous les mouvements. Car si une certaine quantité de mouvement une fois imprimée par les mains de Dieu, ne faisoit ensuite que se distribuer différemment selon les Loix du Choc, il paroît qu'il périroit toujours du mouvement par les chocs contraires sans qu'il en pût renaître, & que l'Univers tomberoit assés promptement dans un repos, qui seroit la mort générale de tout. La vertu de l'attraction toujours subsistante, & qui ne s'affoiblit point en s'exerçant, est une ressource perpétuelle d'action & de vie. Encore peut-il arriver que les effets de cette vertu viennent enfin à se combiner de façon que le Système de l'Univers se dérégleroit, & *qu'il demanderoit*, selon M. Neuton, *une main qui y retouchât.*

Il déclare bien nettement qu'il ne donne cette attraction que pour une cause qu'il ne connoît point, & dont seulement il considère, compare & calcule les effets, & pour se sauver

du reproche de rappeler les *Qualités occultes* des Scholastiques, il dit qu'il n'établit que des qualités *manifestes* & très-sensibles par les phénomènes, mais qu'à la vérité les causes de ces qualités sont *occultes*, & qu'il en laisse la recherche à d'autres Philosophes. Mais ce que les Scholastiques appelloient *Qualités occultes*, n'étoient-ce pas des Causes? ils voyoient bien aussi les Effets. D'ailleurs ces Causes occultes, que M. Neuton n'a pas trouvées, croyoit-il que d'autres les trouvaissent? s'engagera-t-on avec beaucoup d'espérance à les chercher?

Il mit à la fin de l'*Optique* deux Traités de pure Géométrie, l'un de la *Quadrature des Courbes*, l'autre un *Dénombrement des Lignes* qu'il appelle du 3<sup>me</sup> ordre. Il les en a retranchés depuis, parce que le sujet en étoit trop différent de celui de l'*Optique*, & on les a imprimés à part en 1711 avec une *Analyse par les Equations infinies*, & la *Méthode Différentielle*. Ce ne seroit plus rien dire que d'ajouter ici qu'il brille dans tous ces Ouvrages une haute & fine Géométrie, qui lui appartenoit entièrement.

Absorbé dans ses spéculations, il devoit naturellement être & indifférent pour les affaires, & incapable de les traiter. Cependant lors qu'en 1687, année de la publication de ses *Principes*, les privilèges de l'Université de Cambridge, où il étoit Professeur en Mathématique dès l'an 1669, par la démission de M. Barrou en sa faveur, furent attaqués par le Roi Jacques II, il fut un des plus zélés à les soutenir, & son Université le nomma pour être un de ses Délégués par-devant la Cour de *Haute-Commission*. Il en fut aussi le Membre représentant dans le Parlement de *Convention* en 1688; & il y tint séance jusqu'à ce qu'il fût dissous.

En 1696 le Comte de Halifax, Chancelier de l'Echiquier, & grand Protecteur des Sçavants, car les Seigneurs Anglois ne se picquent pas de l'honneur d'en faire peu de cas, & souvent le font eux-mêmes, obtint du Roi Guillaume de créer M. Neuton *Garde des Monnoyes*, & dans cette charge il rendit des services importants à l'occasion de la grande

Refonte qui se fit en ce temps-là. Trois ans après il fut *Maître de la Monnoye*, emploi d'un revenu très-considérable, & qu'il a possédé jusqu'à la mort.

On pourroit croire que sa Charge de la Monnoye ne lui convenoit que parce qu'il étoit excellent Géometre & Phisicien, & en effet cette matière demande souvent des Calculs difficiles, & quantité d'expériences Chimiques, & il a donné des preuves de ce qu'il pouvoit en ce genre par sa *Table des Essais des Monnoyes étrangères*, imprimée à la fin du Livre du Docteur Arbuthnott. Mais il falloit que son génie s'étendît jusqu'aux affaires purement politiques, & où il n'entroit nul mélange des Sciences spéculatives. A la convocation du Parlement de 1701, il fut choisi de nouveau Membre de cette Assemblée pour l'Université de Cambridge. Après tout, c'est peut-être une erreur de regarder les Sciences & les affaires comme si incompatibles, principalement pour les hommes d'une certaine trempe. Les affaires politiques bien entendues se réduisent elles-mêmes à des Calculs très-fins, & à des combinaisons délicates, que les Esprits accoutumés aux hautes spéculations saisissent plus facilement & plus sûrement, dès qu'ils sont instruits des faits, & fournis des matériaux nécessaires.

M. Neuton a eû le bonheur singulier de jouir pendant sa vie de tout ce qu'il meritoit, bien différent de Descartes, qui n'a reçu que des honneurs posthumes. Les Anglois n'en honorent pas moins les grands talents pour être nés chés eux; loin de chercher à les rabaisser par des Critiques injurieuses, loin d'applaudir à l'Envie qui les attaque, ils sont tous de concert à les élever, & cette grande Liberté, qui les divise sur les points les plus importants, ne les empêche point de se réunir sur celui-là. Ils sentent tous combien la gloire de l'Esprit doit être précieuse à un Etat, & qui peut la procurer à leur Patrie, leur devient infiniment cher. Tous les Sçavants d'un Pays, qui en produit tant, mirent M. Neuton à leur tête par une espece d'acclamation unanime, ils le reconnurent pour Chef, & pour Maître, un Rebelle n'eût osé s'élever, on n'eût pas

souffert même un médiocre admirateur. Sa Philosophie a été adoptée par toute l'Angleterre, elle domine dans la Société Royale, & dans tous les excellents ouvrages qui en sont sortis, comme si elle étoit déjà consacrée par le respect d'une longue suite de Siècles. Enfin il a été reveré au point que la mort ne pouvoit plus lui produire de nouveaux honneurs, il a vû son Apothéose. Tacite qui a reproché aux Romains leur extrême indifférence pour les grands Hommes de leur nation, eût donné aux Anglois la louange toute opposée. Envain les Romains se seroient-ils excusés sur ce que le grand mérite leur étoit devenu familier, Tacite leur eût répondu que le grand mérite n'étoit jamais commun, ou que même il faudroit, s'il étoit possible, le rendre commun par la gloire qui y seroit attachée.

En 1703 M. Neuton fut élu President de la Société Royale, & l'a été sans interruption jusqu'à sa mort pendant 23 ans, exemple unique, & dont on n'a pas crû devoir craindre les conséquences.

La Reine Anne le fit Chevalier en 1705, titre d'honneur, qui marque du moins que son nom étoit allé jusqu'au Trône, où les noms les plus illustres en ce genre ne parviennent pas toujours.

Il fut plus connu que jamais à la Cour sous le Roi George. La Princesse de Galles, aujourd'hui Reine d'Angleterre, avoit assés de lumières & de connoissances pour interroger un homme tel que lui, & pour ne pouvoir être satisfaite que par lui. Elle a souvent dit publiquement qu'elle se tenoit heureuse de vivre de son temps, & de le connoître. Dans combien d'autres Siècles, & dans combien d'autres Nations auroit-il pû être placé sans y retrouver une Princesse de Galles !

Il avoit composé un ouvrage de Chronologie ancienne, qu'il ne songeoit point à publier, mais cette Princesse, à qui il en confia les vûes principales, les trouva si neuves & si ingénieuses, qu'elle voulut avoir un précis de tout l'ouvrage, qui ne sortiroit jamais de ses mains, & qu'elle posséderoit



feule. Elle le garde encore aujourd'hui avec tout ce qu'elle a de plus précieux. Il s'en échappa cependant une Copie; il étoit difficile que la curiosité, excitée par un morceau singulier de M. Neuton, n'usât de toute son adresse pour pénétrer jusqu'à ce Trésor, & il est vrai qu'il faudroit être bien sévère pour la condamner. Cette Copie fut apportée en France par celui qui étoit assés heureux pour l'avoir, & l'estime qu'il en faisoit l'empêcha de la garder avec le dernier soin. Elle fut vûë, traduite, & enfin imprimée.

Le point principal du Siftême Chronologique de M. Neuton, tel qu'il paroît dans cet Extrait qu'on a de lui, est de rechercher, en suivant avec beaucoup de subtilité quelques traces assés foibles de la plus ancienne Astronomie Grecque, quelle étoit au temps de Chiron le Centaure la position du Colure des Equinoxes par rapport aux Etoiles fixes. Comme on sçait aujourd'hui que ces Etoiles ont un mouvement en longitude d'un degré en 72 ans, si on sçait une fois qu'au temps de Chiron le Colure passoit par certaines Fixes, on sçaura, en prenant leur distance à celles par où il passe aujourd'hui, combien de temps s'est écoulé depuis Chiron jusqu'à nous. Chiron étoit du fameux voyage des Argonautes, ce qui en fixera l'Epoque, & nécessairement ensuite celle de la Guerre de Troye, deux grands événements d'où dépend toute l'ancienne Chronologie. M. Neuton les met de 500 ans plus proche de l'Ere Chrestienne, que ne font ordinairement les autres Chronologistes. Le Siftême a été attaqué par deux Sçavants François. On leur reproche en Angleterre de n'avoir pas attendu l'ouvrage entier, & de s'être pressés de critiquer. Mais cet empressement même ne fait-il pas honneur à M. Neuton? Ils se sont saisis le plus promptement qu'ils ont pû de la gloire d'avoir un pareil Adversaire. Ils en vont trouver d'autres en sa place. Le célèbre M. Halley, premier Astronome du Roi de la Grande Bretagne, a déjà écrit pour soutenir tout l'Astronomie du Siftême, son amitié pour l'illustre Mort, & ses grandes connoissances dans la matière, doivent le rendre redoutable. Mais enfin la contestation.

n'est pas terminée, le Public, peu nombreux, qui est en état de juger, ne l'a pas encore fait, & quand il arriveroit que les plus fortes raisons fussent d'un côté & de l'autre le nom de M. Neuton, peut-être ce Public seroit-il quelque temps en suspens, & peut-être seroit-il excusable.

Dès que l'Académie des Sciences par le Règlement de 1699 put choisir des Associés Etrangers, elle ne manqua pas de se donner M. Neuton. Il entretint toujours commerce avec elle, en lui envoyant tout ce qui paroïssoit de lui. C'étoient ses anciens travaux, ou qu'il faisoit réimprimer, ou qu'il donnoit pour la première fois; depuis qu'il fut employé à la Monnoye, ce qui étoit arrivé déjà quelque temps auparavant, il ne s'engagea plus dans aucune entreprise considérable de Mathématique, ni de Philosophie. Car quoique l'on pût compter pour une entreprise considérable la Solution du fameux Problème des *Trajectoires*, proposé aux Anglois comme un défi par M. Leibnits pendant sa contestation avec eux, & recherché bien soigneusement pour l'embarras & la difficulté, ce ne fut presque qu'un jeu pour M. Neuton. On assure qu'il reçût ce Problème à quatre heures du soir, revenant de la Monnoye fort fatigué, & ne se coucha point qu'il n'en fût venu à bout. Après avoir servi si utilement dans les connoissances spéculatives toute l'Europe sçavante, il servit uniquement sa Patrie dans des affaires dont l'utilité étoit plus sensible & plus directe, plaisir touchant pour tout bon Citoyen; mais tout le temps qu'il avoit libre, il le donnoit à la curiosité de son Esprit, qui ne se faisoit point une gloire de dédaigner aucune sorte de connoissance, & sçavoit se nourrir de tout. On a trouvé de lui après sa mort quantité d'Ecrits sur l'Antiquité, sur l'Histoire, sur la Théologie même, si éloignée des Sciences par où il est connu. Il ne se permettoit ni de passer des moments oisifs sans s'occuper, ni de s'occuper légèrement, & avec une foible attention.

Sa santé fut toujours ferme, & égale jusqu'à l'âge de 80 ans, circonstance très-essentielle du rare bonheur dont il a joui. Alors il commença à être incommodé d'une inconti-

nence

nence d'Urine, encore dans les cinq années suivantes, qui précéderent sa mort, eut-il de grands intervalles de santé, ou d'un état fort tolérable, qu'il se procuroit par le régime, & par des attentions dont il n'avoit pas eû besoin jusque-là. Il fut obligé de se reposer de ses fonctions à la Monnoye sur M. Conduitt, qui avoit épousé une de ses Nièces, il ne s'y résolut que parce qu'il étoit bien sûr de remettre en bonnes mains un dépôt si important & si délicat. Son jugement a été confirmé depuis sa mort par le choix du Roi, qui a donné cette place à M. Conduitt. M. Neuton ne souffrit beaucoup que dans les derniers vingt jours de sa vie. On jugea sûrement qu'il avoit la Pierre, & qu'il n'en pouvoit revenir. Dans des accès de douleur si violents que les gouttes de sucr lui en couloient sur le visage, il ne poussa jamais un cri, ni ne donna aucun signe d'impatience, & dès qu'il avoit quelques moments de relâche, il sourioit, & parloit avec sa gayeté ordinaire. Jusque-là il avoit toujours lû, ou écrit plusieurs heures par jour. Il lut les Gazettes le Samedi 18 Mars V. S. au matin, & parla long-temps avec le Docteur Mead, Médecin célèbre, il possédoit parfaitement tous ses sens & tout son esprit, mais le soir il perdit absolument la connoissance, & ne la reprit plus, comme si les facultés de son ame n'avoient été sujettes qu'à s'éteindre totalement, & non pas à s'affoiblir. Il mourut le Lundi suivant 20 Mars, âgé de quatre-vingt-cinq ans.

Son Corps fut exposé sur un Lit de parade dans la Chambre de Jérusalem, endroit d'où l'on porte au lieu de leur sépulture les personnes du plus haut rang, & quelquefois les Têtes couronnées. On le porta dans l'Abbaye de Westminster, le Poile étant soutenu par Milord grand Chancelier, par les Ducs de Montrose & Roxburgh, & par les Comtes de Pembroke, de Suffex & de Maclesfield. Ces six Pairs d'Angleterre qui firent cette fonction solennelle, font assés juger quel nombre de personnes de distinction grossirent la Pompe funébre. L'Evêque de Rochester fit le Service, accompagné de tout le Clergé de l'Eglise. Le Corps fut enterré près de

l'entrée du Chœur. Il faudroit presque remonter chés les anciens Grecs, si l'on vouloit trouver des exemples d'une aussi grande vénération pour le sçavoir. La famille de M. Neuton imite encore la Grèce de plus près par un Monument qu'elle lui fait élever, & auquel elle employe une somme considérable. Le Doyen & le Chapitre de Westminster ont permis qu'on le construise dans un endroit de l'Abbaye, qui a souvent été refusé à la plus haute Noblesse. La patrie & la famille ont fait éclater pour lui la même reconnoissance, que s'il les avoit choisies.

Il avoit la taille médiocre, avec un peu d'embonpoint dans ses dernières années, l'œil fort vif & fort perçant, la physionomie agréable & vénérable en même temps, principalement quand il ôtoit sa perruque, & laissoit voir une chevelure toute blanche, épaisse & bien fournie. Il ne se servit jamais de Lunettes, & ne perdit qu'une seule dent pendant toute sa vie. Son nom doit justifier ce petits détails.

Il étoit né fort doux, & avec un grand amour pour la tranquillité. Il auroit mieux aimé être inconnu que de voir le calme de sa vie troublé par ces orages Littéraires, que l'Esprit & la Science attirent à ceux qui s'élèvent trop. On voit par une de ses Lettres du *Commercium Epistolicum*, que son Traité d'Optique étant prêt à imprimer, des Objections prématurées qui s'élevèrent, lui firent abandonner alors ce dessein. *Je me reprochois*, dit-il, *mon imprudence de perdre une chose aussi réelle que le repos, pour courir après une Ombre*. Mais cette Ombre ne lui a pas échappé dans la suite, il ne lui en a pas coûté son repos qu'il estimoit tant, & elle a eû pour lui autant de réalité que ce repos même.

Un caractère doux promet naturellement de la modestie, & on atteste que la sienne s'est toujours conservée sans altération, quoique tout le monde fût conjuré contre elle. Il ne parloit jamais ou de lui, ou des autres, il n'agissoit jamais, d'une manière à faire soupçonner aux Observateurs les plus malins le moindre sentiment de vanité. Il est vrai qu'on lui épargnoit assés le soin de se faire valoir, mais combien d'autres n'auroient



pas laissé de prendre encore un soin dont on se charge si volontiers, & dont il est si difficile de se reposer sur personne? combien de grands hommes généralement applaudis ont gâté le concert de leurs louanges en y mêlant leurs voix!

Il étoit simple, affable, toujours de niveau avec tout le monde. Les génies du premier ordre ne méprisent point ce qui est au-dessous d'eux, tandis que les autres méprisent même ce qui est au-dessus. Il ne se croyoit dispensé ni par son mérite, ni par sa réputation, d'aucun des devoirs du commerce ordinaire de la vie; nulle singularité ni naturelle, ni affectée, il sçavoit n'être, dès qu'il le falloit, qu'un homme du commun.

Quoiqu'il fût attaché à l'Eglise Anglicane, il n'eût pas persécuté les Non-Conformistes pour les y ramener. Il jugeoit les hommes par les mœurs, & les vrais Non-Conformistes étoient pour lui les Vicieux & les Méchants. Ce n'est pas cependant qu'il s'en tint à la Religion naturelle, il étoit persuadé de la révélation, & parmi les Livres de toute espece, qu'il avoit sans cesse entre les mains, celui qu'il lisoit le plus assidûment étoit la Bible.

L'abondance où il se trouvoit & par un grand Patrimoine, & par son Emploi, augmentée encore par la sage simplicité de sa vie, ne lui offroit pas inutilement les moyens de faire du bien. Il ne croyoit pas que donner par son Testament, ce fût donner, aussi n'a-t-il point laissé de Testament, & il s'est dépouillé toutes les fois qu'il a fait des liberalités ou à ses Parents, ou à ceux qu'il sçavoit dans quelque besoin. Les bonnes actions qu'il a faites dans l'une & l'autre espece, n'ont été ni rares, ni peu considérables. Quand la bienfaisance exigeoit de lui en certaines occasions de la dépense & de l'appareil, il étoit magnifique sans aucun regret, & de très-bonne grace. Hors de-là tout ce faste, qui ne paroît quelque chose de grand qu'aux petits caractères, étoit sévèrement retranché, & les fonds réservés à des usages plus solides. Ce seroit effectivement un prodige qu'un esprit accoutumé aux réflexions, nourri de raisonnements, & en même temps amoureux de cette vaine magnificence.

Il ne s'est point marié, & peut-être n'a-t-il pas eu le loisir d'y penser jamais, abîmé d'abord dans des études profondes & continuelles pendant la force de l'âge, occupé ensuite d'une Charge importante, & même de sa grande considération, qui ne lui laissoit sentir ni vuide dans la vie, ni besoin d'une société domestique.

Il a laissé en biens meubles environ 32000 livres Sterlin; c'est-à-dire, sept cens mille livres de nôtre Monnoye. M. Leibnits, son Concurrent, mourut riche aussi, quoique beaucoup moins, & avec une somme de reserve assez considérable\*. Ces exemples rares & tous deux étrangers semblent mériter qu'on ne les oublie pas.

\* V. l'Hist.  
de 1716.  
p. 128.

## FAUTES A CORRIGER.

*Dans l'Histoire de 1726.*

Page 27. ligne 8. Pulmonaires : lisez, Palmaires.

*Dans les Mémoires de 1726.*

Page 220. l. 5. Triangle  $S, R, S$  : lisez. Triangle  $STS$ .

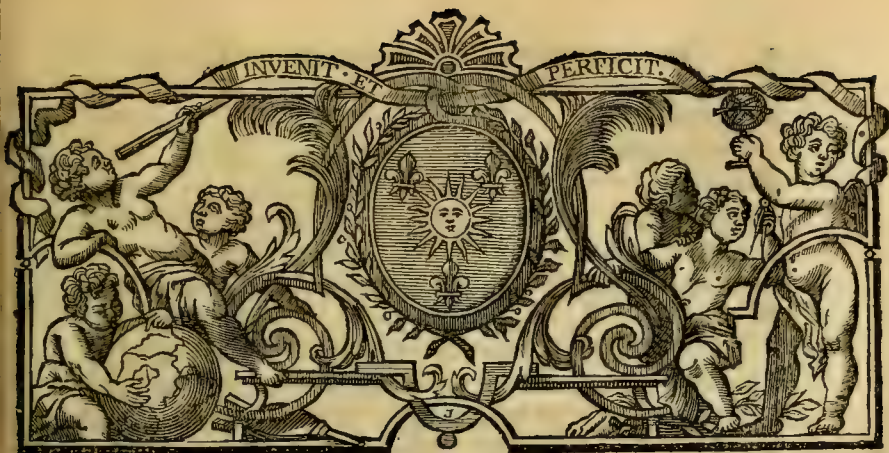
Même page, l. 8. ce qui donne cette Équation  $\sqrt[3]{xx} + a - b + x$  : lisez. ce qui donne cette Équation  $\sqrt[3]{xx} = a - b + x$ .

*Dans les Mémoires de cette année 1727.*

Page 7. l. 20. quoique les expériences : lisez. quoique ces expériences.

Page 56. l. 2. d'où l'on tirera  $x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 - aabc}{aa - 2bc}}$  : lisez,

d'où l'on tirera  $x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 - aabc}{aa - 2bc}} = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$ .



# MEMOIRES

DE

# MATHEMATIQUE

ET

# DE PHYSIQUE,

*TIRES DES REGISTRES*

*de l'Academie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCXXVII.

## MEMOIRE

*dans lequel il est démontré que les Nerfs Intercostaux  
fournissent des rameaux qui portent des esprits  
dans les yeux.*

Par M. PETIT, Medecin.

J'AY lû au mois de Decembre dernier un Memoire dans  
lequel je détermine l'endroit où l'on doit picquer l'œil  
pour bien abbattre la Cataracte : j'y remarque une chose qui  
*Mem. 1727.* . . A

2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
m'a engagé de mettre celui-ci au nombre de mes Memoires  
sur les Yeux.

Je dis, qu'à quelque distance de la Cornée que l'on perce  
l'œil pour faire l'operation de la Cataracte, l'on peut picquer  
& même couper entierement un de ces Nerfs, auquel Ruifch  
a donné le nom de *Ciliaire*. Je vais démontrer que ces Nerfs  
reçoivent des esprits animaux fournis en partie par l'Inter-  
costal.

L'on a toûjours crû que les Nerfs Intercostaux prenoient  
leur origine du cerveau, & qu'ils étoient formés par quelques  
rameaux de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> paire des Nerfs de la moëlle allon-  
gée. Willis & Vieussens qui ont donné de très belles neurolo-  
gies, ont été de ce sentiment. Willis \* dit que les Nerfs In-  
tercostaux sont formés par deux rameaux de la 5<sup>e</sup> & un  
rameau de la 6<sup>e</sup> paire, & dans la description qu'il donne de  
la 6<sup>e</sup>, il dit qu'elle fournit un ou deux rameaux qui se joi-  
gnent à ceux de la 5<sup>e</sup> pour former le principe des Intercos-  
taux. Il l'a représentée dans sa 9<sup>e</sup> Planche, mais principale-  
ment dans la première & seconde figure de la distribution de  
la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> paire, comme on va le voir dans la première  
figure de ce Memoire.

*AG* est le Nerf de la 5<sup>e</sup> paire, *A* est son origine, *BH*  
le Nerf de la 6<sup>e</sup> paire, *B* son origine, *CC* l'Intercostal, *D*  
le rameau qui lui vient, selon Willis, de la 6<sup>e</sup> paire, & qui  
n'est point représenté recurrent comme les deux rameaux *EI*  
que la 5<sup>e</sup> paire fournit à l'Intercostal.

\* *De Ner-* Vieussens \* diffère de Willis seulement en ce qu'il ne fait  
*vis, lib. 3,* pas recurrens les rameaux de la 5<sup>e</sup> paire qui sont fournis selon  
*cap. 3. P.* lui à l'Intercostal, & sont dans leur état naturel dans sa 23<sup>e</sup>  
*170 &* Planche, aussi-bien que dans sa 22<sup>e</sup> où il donne la distribution  
*176.* de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> paire, & tels qu'on les voit dans cette  
seconde figure en *EI*.

\* *Theatr.* Ridley, Bianchi \* sont de même sentiment : les Nerfs Inter-  
*Anatom. t.* costaux dans les figures d'Eustachius paroissent ne tirer leur  
*2. p. 319* origine que de la 6<sup>e</sup> paire, & cela se trouve quelquefois.  
*et 345.*

\* *Advers.* Morgagni \* qui a examiné ces Nerfs, dit qu'il a souvent



vû fortir plusieurs fibres du côté interne de la 6<sup>e</sup> paire, quelquefois une fibre seulement & assés grosse, il l'a une fois vûe formée plutôt comme une petite bande que comme une fibre : Enfin il en a vû fortir plusieurs fibres qui s'introduisoient dans le canal osseux qui donne passage à l'artere Carotide. Il dit qu'il n'a jamais bien vû les fibres qui sont fournies par la 5<sup>e</sup> paire.

Anat. 6. p.  
30.

La seule inspection de la 2<sup>e</sup> planche de Vieussens m'avoit déjà donné quelque doute en 1705 sur l'origine des Intercostaux. J'estois pour lors Medecin des Hôpitaux du Roy à Namur ; la facilité que j'avois d'avoir des sujets, me donna occasion de faire plusieurs découvertes sur le cerveau & le genre nerveux : je trouvai en travaillant sur les Intercostaux, que la disposition des rameaux de ces Nerfs étoit de la partie postérieure à la partie antérieure, en se joignant à la 5<sup>e</sup> & à la 6<sup>e</sup> paire, de la maniere dont il est representé dans cette 3<sup>e</sup> figure.

Je vais prendre aujourd'huy ces Nerfs à leur entrée dans le crâne, & donner leur distribution dans cette partie.

Le Nerf Intercostal *AA* (*fig. 3.*) entre dans le Crâne avec l'artere Carotide *BB*, perce d'abord la capsule dont cette artere est enveloppée dans le conduit osseux & tortueux qu'elle parcourt, ce Nerf jette quantité de filets *iii* qui environnent l'artere, sur laquelle ils se divisent & se réunissent souvent les uns aux autres. Ils arrivent ensemble dans la fosse ou receptacle de la Selle Sphenoïde ; j'ai coupé l'artere Carotide en cet endroit pour laisser voir le plexus *FF* que ce Nerf forme par ces divisions & réunions dans ce receptacle, il conserve pourtant presque toujours sa branche principale. On trouve souvent dans ce plexus plusieurs Ganglions très petits. Willis, & d'autres Anatomistes ont pris ce plexus pour un petit ret admirable, il est très beau dans le Chien & dans le Loup. Il fournit des rameaux plus ou moins déliés à la dure-mere, à la glande pituitaire, à l'artere Carotide avec laquelle ces rameaux se distribuent : mais les plus considérables *EE* se joignent au cordon antérieur de la 5<sup>e</sup> paire *CK*. Ils sont pour

l'ordinaire deux, comme on le voit dans cette figure. Il y en a un troisiéme *D* qui se joint à la 6<sup>e</sup> paire *GH*; il s'en trouve quelquefois trois, & quelquefois on ne s'appërçoit point qu'il en aille à la 5<sup>e</sup> paire.

On doit observer ici deux choses; la 1<sup>ere</sup>, c'est que si on examine bien l'Intercostal à son entrée dans le Crâne, on le trouve d'une certaine grosseur qui est beaucoup diminuée lorsqu'il s'unit à la 5<sup>e</sup> & à la 6<sup>e</sup> paire: la 2<sup>e</sup>, c'est qu'il est aisé de s'appercevoir dans l'Homme, & dans les Animaux à quatre pieds, que la 6<sup>e</sup> paire *GH* est plus menuë à son origine *G*, & qu'elle est plus grosse en *DH* du côté des Yeux après avoir reçu le rameau de l'Intercostal *D*, ce que l'on peut remarquer dans les planches de Willis & de Vieussiens, quoiqu'un peu obscurément. On ne peut faire cette observation sur le Nerf de la 5<sup>e</sup> paire, à cause de sa grosseur considérable & de son adhérence avec la dure-mere.

Il n'est pas possible de conduire l'Intercostal plus loin sur l'Homme & les Animaux à quatre pieds: Il se perd dans la 5<sup>e</sup> & la 6<sup>e</sup> paire, ainsi tout ce que je viens d'avancer peut tout au plus passer pour une simple probabilité: j'ai pourtant vû avec assés d'évidence dans un Loup, que les rameaux de l'Intercostal qui sont fournis à la 5<sup>e</sup> paire, se partagent dans les trois rameaux de la branche ophthalmique: toutes ces choses me persuadoient assés que les Intercostaux ne prenoient point leur origine de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> paire, mais cela ne me paroissoit pas une suffisante démonstration pour les autres Anatomistes. Je m'imaginai que si je coupois l'Intercostal à un Chien vivant, il pourroit arriver quelque changement dans les Yeux, par lequel on pourroit reconnoître que ce Nerf leur fournit des esprits animaux; je ne me suis point trompé dans ma conjecture, comme on va le voir par les experiences suivantes.

L'on sçait que dans les Chiens, & dans les autres Animaux à quatre pieds, le Nerf Intercostal est enfermé dans une même gaine avec la 8<sup>e</sup> paire de Nerf, on ne peut couper l'un sans l'autre; \* mais nous sommes bien sûrs que la 8<sup>e</sup> paire ne fournit aucun Nerf aux Yeux, cela ne peut produire aucun

\* Willis, t.  
2. tab. 10.

équivoque dans l'expérience, on pourroit la faire sur le Singe, où l'Intercoftal n'est point enfermé dans la même gaine avec la 8<sup>e</sup> paire, & quoi-qu'ils soient joints l'un à l'autre, on peut les defunir & les séparer très facilement, comme je l'ai observé dans deux Singes, sur lesquels j'ai disséqué ce Nerve.

Les expériences que je vais rapporter, ont été faites à Namur en 1712, & je les ai réitérées à Paris en 1725.

Le premier Février 1712, j'ai coupé le Cordon de l'Intercoftal & de la 8<sup>e</sup> paire des deux côtés à un Chien vivant, vis-à-vis la 3<sup>e</sup> ou 4<sup>e</sup> vertebre du Col : ce que j'ai observé dans toutes les expériences suivantes, il a d'abord perdu la voix, & une heure après on s'est apperçu que ses yeux se sont ternis, il faisoit de grandes inspirations avec bruit & sifflement, comme un asthmatique, il est mort 7 heures après.

Première  
exper.

Le 12 Février 1712, j'ai coupé les cordons de l'Intercoftal & de la 8<sup>e</sup> des deux côtés à un chien vivant; il a d'abord perdu la voix, ses yeux se sont ternis quelques heures après, il n'a pas eû de grandes difficultés de respirer : mais il étoit fort inquiet, le mouvement du cœur étoit tremblotant, il a toujours vomé ce qu'il a bû & mangé, ses yeux sont devenus chassieux & plus petits qu'ils n'étoient, il est mort le 19 Février.

Deuxième  
exper.

L'on voit déjà par ces deux expériences le changement qui est arrivé aux yeux; mais comme ce changement peut être équivoque par rapport à la douleur que ces Chiens ont souffert, je résolu de faire l'expérience d'un seul côté.

Le 23 Février, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercoftal & de la 8<sup>e</sup> paire du côté droit seulement, il a d'abord perdu la voix, demi-heure après j'ai remarqué que l'œil droit avoit perdu beaucoup de son brillant, il a eû les mêmes accidents rapportés dans la première expérience, ce qui me fit croire qu'il mourroit de la même manière, néanmoins dans la suite ces mêmes accidents sont devenus moins violents, mais ils le reprenoient un peu fort lorsqu'il avoit bû & mangé, ou lorsqu'il se mettoit en colère contre quelque Chien qui entroît dans la cuisine où il étoit, il avoit presque toujours

Troisième  
exper.

des envies de vomir, vomissant même quelquefois ses aliments avec de très grands efforts, puis il recommençoit à manger & ronger des os avec beaucoup d'avidité. Son œil droit a commencé à devenir chassieux, trois jours après l'opération il a jetté beaucoup de matiere, & est devenu très enfoncé & plus petit, sa playe s'est trouvée guérie au commencement du mois de Mars; il est mort le 15 du même mois après avoir mangé extraordinairement. J'ai disséqué les deux yeux de ce Chien, il y avoit un peu d'inflammation à l'œil droit, mais il n'y avoit rien autre chose, sinon que l'œil étoit plus petit, parce que les humeurs étoient en plus petites quantités.

Quatrième  
exper.

Le 20 de Mars 1712, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8<sup>e</sup> paire du côté gauche, il n'a point perdu la voix, elle étoit seulement plus claire & plus foible, son œil gauche s'est trouvé moins vif, la membrane particulière du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, il a larmoyé pendant quelque temps, il avoit des envies de vomir lorsqu'il avoit mangé, sa respiration étoit bonne. Il est enfin guéri, & s'est trouvé très gay, son œil gauche avoit repris tout son brillant à peu de chose près.

Cinquième  
exper.

Le 9<sup>e</sup> d'Avril 1712, j'ai fait la même expérience du même côté sur un autre Chien, & qui a réüssi de la même maniere.

Sixième  
exper.

Le 10 d'Avril, j'ai fait cette expérience du côté droit à un autre Chien, il n'a point perdu la voix comme celui de la 3<sup>e</sup> expérience, il n'a eû aucune envie de vomir ni difficulté de respirer, la membrane particulière du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, l'œil paroissoit seulement un peu terne & larmoyant, & deux mois après il avoit repris petit à petit presque tout son brillant, il n'étoit pas tout à fait si vif que celui du côté gauche.

Septième  
exper.

Le 17 Avril 1712, j'ai coupé à un autre Chien le même cordon de l'Intercostal & de la 8<sup>e</sup> paire, premièrement du côté droit, le Chien a perdu la voix, un quart d'heure après je l'ai coupé au côté gauche, il n'a voulu ni boire ni manger, il n'a point du tout vomé, ses yeux ont perdu leur brillant, & sont devenus si chassieux & si enfoncés, qu'il n'en voyoit



presque plus lorsqu'il est mort le 21 Avril.

Il n'y a point d'équivoque dans ces expériences, il n'y en a pas une où l'on ne voye les yeux mornes, abbattus, larmoyant, chassieux, la membrane particulière s'avance sur la Cornée, tout y marque l'absence des esprits animaux fournis par l'Intercoſtal.

Galien<sup>a</sup> qui a fait cette expérience, a remarqué que l'animal perd la voix.

Willis<sup>b</sup> a fait la même remarque en rapportant les accidents qui regardent le cœur & la respiration.

Louvert<sup>c</sup> & Vieussens<sup>d</sup> qui ont fait la même expérience, ne parlent point de la perte de la voix, quoi-qu'ils rapportent les autres accidents qui regardent le cœur & la respiration, mais ni les uns ni les autres n'ont pris garde aux yeux: leur pensée n'étoit pas tournée de ce côté-là, ils n'ont fait ces expériences que par rapport à la 8<sup>e</sup> paire, & je n'ai eû en vûe que l'Intercoſtal, j'ai néanmoins rapporté tous les accidents qui sont arrivés dans ces expériences, parce que j'en parlerai dans un autre Memoire.

Quoi - que les expériences paroissent suffire pour prouver que l'Intercoſtal fournit des esprits animaux aux yeux, je me proposai en 1725 à Paris d'en faire encore quelques-unes où j'ai remarqué des accidents dans les Yeux, qui m'étoient échappés dans les expériences faites à Namur. M.<sup>rs</sup> Winflow, Senac & Hunaut de cette Académie, ont été témoins de ces expériences.

Le 18 Septembre 1725, j'ai coupé le cordon de l'Intercoſtal & de la 8<sup>e</sup> paire à un Chien, du côté droit, il n'a point perdu la voix, il n'est d'abord arrivé aucun changement à l'œil droit, mais un quart d'heure après il a paru moins brillant que le gauche, la membrane cartilagineuse du grand coin de l'œil s'est un peu avancée sur la cornée.

Première  
exper.

<sup>a</sup> De Anatom. adminiſtr. lib. 8. p. 35 au revers.

<sup>c</sup> Traët. de corde, cap. 8.

<sup>b</sup> Neryor. deſcript. cap. 24, p. 86

<sup>d</sup> Neurolog. lib. 3. cap. 4. p.

179.

## 8 MEMOTRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le 19 il n'avoit aucune envie de vomir, il n'avoit point de palpitation, mais il respiroit avec peine, j'ai remarqué 4 choses à l'œil droit que l'on ne voyoit point à l'œil gauche.

La 1<sup>re</sup>, la membrane cartilagineuse que ces animaux ont au grand coin de l'œil, comme je viens de le dire, s'avançoit sur la Cornée, & couvroit environ le quart de son disque.

La 2<sup>de</sup>, il y avoit de la chassie au grand coin de l'œil sur cette membrane cartilagineuse.

La 3<sup>me</sup>, la Cornée étoit moins convexe.

La 4<sup>me</sup>, la prunelle moins dilatée que celle de l'œil gauche, tous ces accidents rendoient l'œil morne & abbattu.

Le 21 & le 22 il n'a point voulu manger.

Le 23 il a mangé, il étoit assés vif & sans beaucoup de difficulté de respirer, mais dans l'œil tout étoit dans le même état, hors qu'il n'avoit plus de chassie, ce qui est resté de même jusqu'au 30 que j'ai remarqué que la Cornée avoit repris sa convexité, l'œil étoit brillant, mais la membrane cartilagineuse est restée sur la Cornée dans le même état où elle étoit, la prunelle s'étoit élargie, le Chien étoit engraisé depuis cette operation, la playe étoit presque guérie.

Deuxième  
exper.

Le 5 Octobre voyant que la cicatrice étoit fermée à peu de chose près, je luy ai coupé du côté gauche le cordon de l'Intercostal & de la 8<sup>e</sup> paire, un quart d'heure après la membrane cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée, il a vomi, il venoit de manger lorsqu'on luy a fait l'expérience, l'œil gauche s'est terni & est devenu chassieux, la Cornée s'est un peu applatie, & la prunelle s'est retrecie, le Chien n'a plus voulu manger depuis cette operation, il est mort le 8, c'est-à-dire, trois jours après l'opération.

J'ai dissequé les deux yeux, la membrane Cartilagineuse couvroit le diametre de la Cornée à l'œil gauche de la longueur d'une ligne trois quarts, mais à l'œil droit il y avoit seulement une ligne & demie.

Toute la conjonctive de l'œil gauche étoit enflammée, & il n'y avoit aucune inflammation à l'œil droit.

La

La prunelle de l'œil gauche avoit 2 lignes de diametre, & celle de l'œil droit avoit deux lignes & demie.

Il n'y avoit rien de particulier dans tout le reste des yeux.

Le 18 Octobre j'ai fait trois experiences sur trois Chiens.

J'ai coupé au premier l'Intercostal du côté droit. 3.<sup>e</sup> exper.

J'ai coupé le gauche au second, & je l'ai coupé des deux côtés au 3.<sup>e</sup>; trois ou 4 minutes après l'operation la membrane Cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée de l'œil droit au premier Chien, elle s'est avancée sur le gauche au second Chien, & sur les deux yeux au 3.<sup>e</sup> Chien; celle du côté droit étoit plus avancée que l'autre, la prunelle s'est trouvée une heure après plus petite aux deux premiers Chiens aux yeux du même côté de l'operation; mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les deux prunelles étoient fort dilatées au 3.<sup>e</sup> Chien, elle étoit plus dilatée à l'œil droit qu'à l'œil gauche. Ce Chien n'a vécu que 12 heures avec de grandes difficultés de respirer, & des palpitations de cœur.

Les deux autres Chiens n'ont eû aucune difficulté de respirer, & n'ont point vomé.

La Cornée est devenuë un peu moins convexe du côté de l'operation, leurs yeux avoient pourtant beaucoup de brillant, mais pas tout à fait tant que ceux du côté opposé; celui auquel on avoit fait l'operation du côté droit avoit perdu la voix, l'autre Chien abboyoit bien.

Le 20, ces deux Chiens n'avoient pas la membrane si avancée sur la Cornée, & la prunelle étoit plus petite du côté de l'operation; il n'y avoit point de chassie, les couleurs de l'Iris étoient moins brillantes.

Ces deux Chiens sont gueris : la prunelle s'est toujours trouvée plus petite du côté de l'operation, au chien auquel on avoit coupé l'Intercostal du côté droit : les yeux qui avoient été un peu mornes ont repris leur brillant : je me suis aperçu que la Cornée est devenuë plus convexe petit à petit.

J'ai fait encore d'autres operations du côté droit & du côté gauche, qui m'ont donné les mêmes phénomènes, qui démon-

trent très évidemment que l'œil reçoit des esprits par le Nerf Intercoftal, il n'y a point d'accidents plus conftants que ceux qui font arrivés aux yeux, tous les autres ont varié; le vomiffement & les envies de vomir n'ont pas paru fi conftamment dans toutes les experiences.

Il paroît donc par nos experiences, que l'Intercoftal fournit des esprits animaux aux fibres mufculeufes qui ramènent & qui retiennent la membrane cartilagineufe des animaux à 4. pieds, dans le grand coin de l'œil, lorsqu'elle eft retirée par quelque caufe.

Il en fournit à la conjonctive, aux glandes de l'œil, & aux fibres de l'Uvée qui dilatent la prunelle.

La branche fupérieure du cordon ophthalmique de la cinquième paire dans l'Homme, fournit un rameau qui traverse le releveur de l'œil; il fort un filet de nerf de ce rameau qui fe joint à un rameau de la 3<sup>e</sup> paire de nerfs ou moteur des yeux, & forment enfemble dans l'Homme un petit ganglion d'où il part quantité de filets de nerfs qui s'attachent au Nerf optique avec plufieurs vaiffeaux fanguins, parmi lesquels il fe mêle des fibres de nerfs de la 6<sup>e</sup> paire, & de tous ces nerfs & de ces vaiffeaux il fe forme des paquets ou cordons plus gros les uns que les autres, les plus gros n'ont pas plus d'un 6<sup>me</sup> de lignes de diametre. Les uns percent la Sclerotique à une ligne & demie du Nerf Optique, les autres à deux lignes & demie, les autres à 3 lignes, ils ne traversent pas d'abord la Sclerotique entierement; mais après l'avoir un peu penetrée, ils rampent dans l'épaiffeur de cette membrane de la longueur de 2 ou 3 lignes, après quoy ils achevent de la traverser, & fe coulent entre cette membrane & la Choroïde jufqu'à la Cornée.

La plupart de ces cordons ne fouffrent aucune divifion qu'ils ne foient à une ligne ou une ligne & demie de l'Uvée, dans laquelle leurs rameaux vont fe rendre & fe diftribuer.

On ne trouve quelquefois que trois de ces cordons, & quelquefois quatre, & pour lors ils partagent la Choroïde en quatre parties à peu près égales, & fe trouvent au-deffous &



vis-à-vis le milieu des muscles droits, mais ils sont souvent en plus grand nombre; j'en ai trouvé jusqu'à 9, & pour lors il y en a non seulement sous les muscles, mais encore entre les espaces des muscles; ceux qui sont situés dessous & vis-à-vis les muscles, sont ordinairement plus gros que les autres. Le paquet qui est vis-à-vis l'Indignateur est quelquefois le plus gros, on ne le trouve pas toujours dans la même situation, par rapport à ce muscle: il est quelquefois vers le rebord supérieur du muscle, rarement vers le rebord inférieur, mais le plus souvent vis-à-vis le milieu du muscle.

Ce qu'il y a de particulier, c'est qu'on ne s'apperçoit pas toujours que ces cordons soient plus gros lorsqu'ils sont en petit nombre, que lorsqu'ils sont en plus grand nombre; je les ai trouvés très petits dans certains sujets, quoi-qu'il n'y en eût que quatre; je les ai trouvés fort gros dans d'autres, quoi-qu'il y en eût 6, 7 ou 8. Voilà les nerfs ciliaires de Ruisch\*. J'ai été étonné de voir que cet habile Anatomiste dit que ces nerfs n'ont pas été connus par les autres Anatomistes; ils sont si bien décrits dans Willis\* & dans Vieussens que l'on ne peut s'y méprendre.

\**Thesaur.  
Anat. t. 2.  
P. 5.*

\**Nervor.  
descript. c.  
22.*

Willis dit que le second rameau ophthalmique de la 5<sup>e</sup> paire donne deux petites branches qui percent la Sclerotique, & se rendent dans l'Uvée; mais il ne dit point que ces branches forment le petit ganglion dont j'ai parlé, quoi-qu'il fasse mention de ce ganglion en décrivant la 3<sup>e</sup> paire, où il dit\* qu'elle fournit quatre rameaux, & qu'elle forme un plexus petit & rond, dont il part des fibres de nerfs qui vont percer la Sclerotique pour se rendre à l'Uvée.

\**Ibid.*

Vieussens dit que des rameaux de la 3<sup>e</sup> & de la 5<sup>e</sup> paire forment ce plexus, d'où il part plusieurs fibres qui vont se distribuer au nerf optique & à la partie postérieure de l'œil; dont quelques-uns percent la Sclerotique, & vont se rendre à l'Uvée.

\* On voit par ce que je viens de dire, que les nerfs ciliaires

\* Ils avoient été connus sous le nom de fibres nerveuses dès le commencement du 17<sup>e</sup> siècle. Voyez Morgani, *Advers.* 6. p. 107.

de Ruifch ont été décrits par Willis & par Vieuffens : ils ont fait plus, car ils en ont déterminé les origines, ce que Ruifch n'a pas fait : il est vrai qu'ils ne leur ont pas donné le nom de *Ciliaires*.

L'on auroit peut-être mieux fait de les appeller *Nerfs Pupillaires*.

Willis ni Vieuffens n'ont pas pris garde qu'il y a des fibres de la 6<sup>e</sup> paire, qui vont se joindre aux fibres de nerfs qui sortent du ganglion, & qui tous ensemble forment les nerfs ciliaires, ainsi les nerfs ciliaires reçoivent les esprits de la 3<sup>e</sup>, de la 5<sup>e</sup>, de la 6<sup>e</sup> & de l'Intercoftal.

Dans les Animaux à 4 pieds le nerf de la 5<sup>e</sup> paire ne produit point de ganglion avec la 3<sup>e</sup>, il produit seulement un plexus d'où il sort quantité de nerfs qui forment un très grand nombre de nerfs ciliaires, les uns plus gros que les autres, qui percent la Sclerotique de même que dans l'Homme, & font la même distribution dans l'Uvée.

On m'a objecté qu'il est douteux que les nerfs de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> fournissent des esprits aux nerfs ciliaires, puisqu'on peut soupçonner qu'il n'y a que les rameaux de l'Intercoftal qui se séparent de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> pour fournir ces esprits avec les rameaux de la 3<sup>e</sup> paire; mais si l'on prend garde que les rameaux de l'Intercoftal qui se joignent à la 5<sup>e</sup> & à la 6<sup>e</sup> sont très fins, & qu'ils fournissent des esprits à plusieurs parties externes de l'œil, & peut-être au nez & au visage, outre ceux qu'ils fournissent aux nerfs ciliaires qui font un assez gros volume, on sera forcé de croire qu'il se joint nécessairement des rameaux de nerfs de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> avec les rameaux de l'Intercoftal, pour former les nerfs ciliaires.

Voilà l'Intercoftal conduit jusque dans les yeux; il fournit, comme j'ai dit, des esprits aux fibres charnuës qui retirent la membrane particulière & cartilagineuse des Animaux à 4 pieds, & qui la retiennent dans le grand coin de l'œil. Si l'on examine cette membrane dans ces animaux vivans, on trouve que sa partie externe & aiguillée est sur le bord interne de la Cornée, mais lorsque ces animaux sont morts, on s'apperçoit

que cette membrane s'est avancée sur la Cornée plus ou moins dans les uns que dans les autres. J'ay trouvé des chiens morts dans lesquels elle couvroit entierement la Cornée, mais pour l'ordinaire elle se trouve avancée sur le disque de la Cornée de la longueur d'une ligne & demie jusqu'à deux lignes; & c'est ce qui arrive aux Chiens vivans auxquels on a coupé l'Intercoſtal, comme je l'ai dit dans les experiences que j'ai rapportées.

Je l'ai trouvé de même avancée sur la Cornée dans des Chats morts: j'ai été étonné de voir qu'elle ne l'étoit presque pas dans la plupart des Moutons & dans les Bœufs tués aux Boucheries, je l'ai pourtant trouvé quelquefois avancée de 5 quarts de lignes dans quelques Moutons, c'est peu en comparaison de la grosseur de leurs yeux; mais comme ces animaux meurent presque tous d'un coup, parce qu'en les égorgeant le sang se vuide d'abord, le mouvement & l'impulsion des esprits animaux cessent également dans tous les nerfs, il n'y a donc pas plus de raison que les fibres charnuës qui servent à avancer la membrane sur la Cornée, soient dans une plus grande contraction, que celles qui servent à la retenir dans le coin de l'œil: il faudra observer si cela se trouve de même dans ces animaux lorsqu'ils meurent de maladie.

L'Intercoſtal fournit des esprits à la Conjonctive, aux Glandes, & aux vaisseaux qui se trouvent dans ces parties; c'est par cette raison que les yeux deviennent chaffieux à ceux auxquels on a coupé ce nerf, parce que pour lors on retranche les esprits qui sont fournis à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaisseaux qui perdent leur ressort, le sang n'y peut circuler avec autant de facilité, il fournit davantage de cette liqueur qui se répand sur les yeux, & même plus visqueuse qui reste au coin de l'œil & sur le bord des paupieres, parce qu'elle ne peut passer par les points lacrymaux, qui de leur côté sont relâchés; cette liqueur s'épaissit par l'évaporation de ce qu'elle a de plus subtil; & lorsqu'elle est moins visqueuse & plus delayée, elle produit seulement un larmoyement.

Le relâchement de ces parties est si évident, qu'il arrive

presque toujours une legere inflammation dans la Conjonctive, par le gonflement de ses vaisseaux; mais pendant que ces vaisseaux se gonflent de sang à l'exterieur de l'œil, & qu'ils fournissent une grande quantité de liqueur, l'épaississement que ce même sang acquiert dans les vaisseaux relâchés, & qui ont la liberté de se dilater, l'empêche de penetrer avec facilité dans l'interieur de l'œil où les vaisseaux sont très pressés & resserrés par la Sclerotique qui a un fort grand ressort, & par les autres membranes de l'œil. Ce sang y fournit moins d'humeur aqueuse, ce qui produit l'affaïssement de la Cornée & le moins de brillant que l'on remarque à l'œil. L'expérience fait voir que si l'on ouvre la Cornée à un animal, & que l'on fasse évacuer plus ou moins d'humeur aqueuse, la Cornée se flétrit & s'affaïsse à proportion de la quantité d'humeur aqueuse qui est sortie de l'œil.

Quelquefois l'humeur vitrée n'est pas remplacée & n'est pas fournie à proportion de ce qu'elle diminue, ce qui est prouvé par l'amaigrissement de l'œil entier qui est devenu plus petit dans quelques-unes de nos expériences.

Cet accident peut dépendre d'une cause toute particulière: pour la bien entendre, il faut d'abord prendre garde que la Sclerotique a un fort grand ressort, qui tend toujours à la resserrer, que les yeux sont continuellement comprimés par les muscles droits & obliques qui tendent toujours à les resserrer, & qui diminueroient continuellement leur volume, s'il n'y avoit une force qui tend à les dilater, & qui fasse équilibre avec celle qui les resserre; cette force n'est autre chose que le Sang qui est poussé par le cœur dans les yeux. Le cœur doit avoir moins de force après qu'on a coupé le cordon de la 8<sup>e</sup> paire, parce que les esprits qu'elle fournissoit au cœur sont retranchés; ainsi l'impulsion du Sang n'ayant plus tant de force pour faire équilibre avec le ressort de la Sclerotique & la contraction des muscles des Yeux, cette dernière force doit l'emporter & resserrer les Yeux, & empêcher ainsi que les humeurs qui diminuent, ne puissent être réparées, ce qui rend les Yeux plus petits, comme on le voit



dans la 2<sup>e</sup> & 3<sup>e</sup> expérience faites à Namur. Cet accident auroit sans doute paru à tous les Chiens auxquels on a coupé le cordon des deux côtés, s'ils eussent vécu aussi long-temps que celui de la 2<sup>e</sup> expérience faite à Namur.

La prunelle qui s'est trouvée moins dilatée, fait encore voir que l'Intercostal fournit des esprits aux fibres de l'Uvée, qui doivent dilater la prunelle : je rapporte pourtant une expérience qui semble prouver le contraire, puisque les prunelles se sont trouvées très dilatées dans les deux yeux d'un Chien auquel on a coupé l'Intercostal des deux côtés. Cette observation n'est point du tout contraire à ce que je viens de dire, elle démontre que l'Intercostal n'est pas le seul nerf qui fournit des esprits à l'Uvée, qui en reçoit de la 3<sup>e</sup>, de la 5<sup>e</sup> & de la 6<sup>e</sup> paire; & comme ces esprits peuvent être déterminés en plus grande quantité, de même que ceux qui servent aux mouvements volontaires, ils peuvent seuls dilater la prunelle sans le secours des esprits de l'Intercostal : & voici comment cela se fait.

Nous venons de voir que la Cornée se trouve moins convexe, parce qu'il se filtre moins d'humeur aqueuse, ce qui n'arrive pas sans que l'étendue de la Cornée ne devienne plus petite, ainsi les fibres de la Cornée se froncent & deviennent crêpées, cela doit nécessairement arrêter une partie des rayons de lumière; & c'est le premier effet qu'il produit.

D'ailleurs ce froncement ne peut se faire, qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée des inégalités qui produisent des élévations & des enfoncements, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels, c'est ce qui rend la Cornée moins brillante : pour peu que l'on connoisse l'effet des réfractions, on concevra parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncements & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté & les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne feront aucune perception, ou du moins fort imparfaite : en ce cas l'animal ne peut donc pas voir les objets

16 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
comme il les voyoit avant d'avoir coupé l'Intercostal.

Lorsque l'expérience ne se fait que d'un côté, il n'y a qu'un œil maléficié, l'animal ne s'apperçoit pas de cet accident, parce qu'il peut voir les objets avec l'autre œil, ainsi il ne détermine pas une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée, mais lorsque l'Intercostal est coupé des deux côtés, l'animal qui ne voit plus si bien les objets, fait ses efforts pour les voir, & détermine une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée qui dilatent la prunelle.

Il pourra pourtant se faire que cela n'arrivera pas à tous les Chiens auxquels on fera la même expérience, par rapport à la variété qui se trouve dans la distribution des nerfs.

J'ai remarqué que lorsqu'une personne est attaquée d'une Cataracte ou d'une goutte Seraine d'un seul côté, & qu'elle voit bien de l'autre œil, la prunelle ne se trouve pas plus dilatée à l'œil cataracté qu'à l'autre, à moins qu'elle ne soit elle-même affectée, ce qui arrive lorsqu'il s'y joint des douleurs de tête; mais lorsque les deux Yeux sont attaqués de Cataracte ou de goutte Seraine, il arrive souvent que les prunelles sont très dilatées; je dis souvent, parce que cela n'arrive pas toujours. Car si l'opacité ne se trouve que dans une petite étendue du cristallin, la prunelle ne se dilatera que jusqu'à cette étendue où elle recevra des rayons de lumière. J'ai vû des gens âgés qui avoient les prunelles très dilatées, parce que l'opacité occupoit beaucoup d'espace dans le Cristallin; j'en ai vû d'autres qui l'avoient très petite, & suivant leur âge, parce que cette opacité avoit peu d'étendue, ou bien si avec la goutte Seraine l'Uvée est paralytique, il ne se fait aucune dilatation. Ces observations font voir que lorsqu'il n'y a qu'un des deux yeux où la vûë est lésée, il n'arrive aucun changement à la prunelle; & quoi-que l'Intercostal soit coupé des deux côtés dans la seconde de mes expériences faite à Paris, la prunelle a dû se retrecir dans l'œil gauche comme elle l'a fait, parce que le Chien étoit guéri de la premiere expérience au côté droit, la Cornée avoit repris sa convexité naturelle, la prunelle s'étoit élargie, ainsi tout étant rétabli dans l'œil il étoit

étoit en état de voir les objets comme il les voyoit avant qu'on lui eust fait l'expérience, à peu de chose près, & de même qu'un autre Chien auquel on n'en auroit point fait.

Ce rétablissement de la Cornée & de l'Uvée dans leur état naturel, prouve évidemment qu'il leur est survenu de nouveaux esprits d'ailleurs que de l'Intercoftal qui ne peut plus leur en fournir.

Voici, je crois, comment cela peut se faire : j'ai dit que des rameaux de la 3<sup>e</sup> paire de nerfs, de la 5<sup>e</sup> & de l'Intercoftal produisent le ganglion ophthalmique dans l'Homme, & le plexus ophthalmique dans les Animaux à 4 pieds; il faut regarder ce plexus comme un endroit où les esprits animaux qui viennent des nerfs qui les forment, se mêlent ensemble; ce que je prouverai en general de tous les plexus & les ganglions dans un autre Memoire.

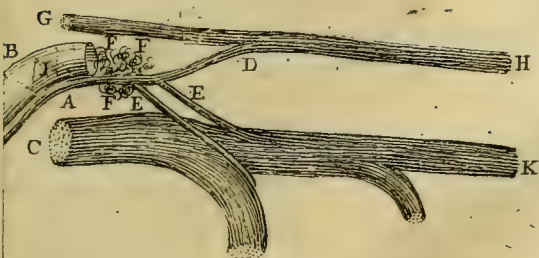
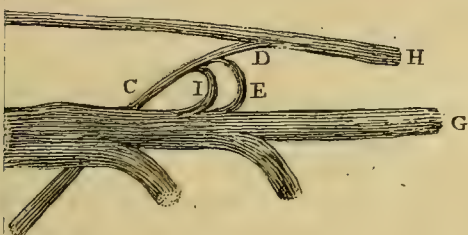
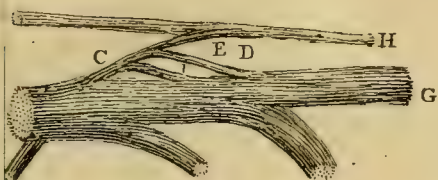
Ainsi lorsque l'Intercoftal est coupé, & qu'il ne fournit plus d'esprit, les nerfs qui forment le plexus se trouvent moins remplis, aussi-bien que les nerfs qui en partent pour se distribuer dans l'œil; les esprits qui viennent de la 3<sup>e</sup> & de la 5<sup>e</sup> qui vont se rendre dans ce plexus, doivent y couler mechaniquement en plus grande abondance, parce qu'ils trouvent moins de resistance à leur passage qu'ils n'en trouvoient auparavant : il semble que la membrane du grand coin de l'œil soit une preuve de ce que je viens de dire, elle ne se rétablit point dans le même état où elle étoit, quoi-qu'elle reçoive des nerfs de la 5<sup>e</sup> paire, ou du moins se rétablit très peu, comme il paroît par une seule de nos expériences, parce que les esprits qui vont à la membrane ne viennent point du plexus, & que les esprits qui coulent par les rameaux de la 5<sup>e</sup> paire qui vont à la membrane, ne peuvent avoir de communication ensemble que par les membranes nerveuses, & c'est apparemment par ces membranes nerveuses que le nerf de la 5<sup>e</sup> fournit un peu plus d'esprit lorsque la membrane cartilagineuse se retire un peu dans le coin; c'est aussi au moyen de ces membranes nerveuses que la Conjonctive reprend son ressort & que l'inflammation se passe. Quelqu'un dira que dans l'expli-

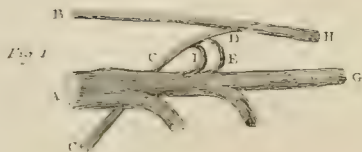
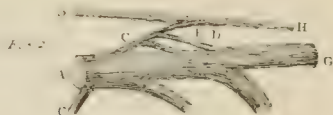
cation de ce phenomene je pourrois me servir de la détermination des esprits animaux, comme je m'en suis servi cy-dessus, p. 16, pour expliquer la dilatation des deux prunelles dans une de nos experiences, mais il faut prendre garde que ces animaux n'ont aucun sujet de déterminer les esprits en plus grande quantité dans le cas dont il s'agit, ils ne s'apperçoivent point du défaut de leur vûë dans un seul oeil, & comment s'en appercevroient-ils, puisque les hommes ne s'en apperçoivent souvent que par hasard? Entre les personnes qui sont venuës me consulter pour des Cataractes survenuës à un seul de leur yeux, quelques-uns m'ont assuré qu'ils ne s'étoient apperçûs que fortuitement du défaut de leur vûë dans cet oeil cataracté, ils croyoient toujourns voir des deux yeux; ce qui prouve qu'il n'y a aucun lieu à la détermination des esprits, il faut donc que les esprits animaux de la 5<sup>e</sup> paire remplacent peu à peu ceux de l'Intercoſtal dans le cas dont il s'agit, une marque de cela, c'est que les parties se rétablissent dans leur état naturel presque insensiblement.

Il n'en est pas de même de la membrane du grand coin de l'œil qui ne se rétablit point, ou très peu, pour les raisons que j'ai dites; mais il est bon de prendre garde que cet accident est si constant dans toutes nos experiences, qu'il sert de preuve incontestable que la 5<sup>e</sup> paire reçoit toujourns des rameaux de l'Intercoſtal dans les Chiens, & très probablement dans l'Homme; & si l'on ne trouve que rarement l'union de l'Intercoſtal avec la 5<sup>e</sup>, cela vient de ce qu'il se joint souvent au tronc même de la 5<sup>e</sup>, où il est très difficile de le démêler à cause de la dure-mere qui s'y attache.

Il nous reste à expliquer comment le vomissement arrive à un Chien après lui avoir coupé les Cordons de l'Intercoſtal, & pourquoi cet accident arrive à quelques personnes auxquelles on a fait l'operation de la Cataracte; l'explication de ces phénomènes dépend de la connoissance de l'origine de l'Intercoſtal, & de la maniere dont le mouvement des esprits qui coulent de ce nerf, se communique d'une partie dans une autre: c'est ce que j'expliquerai dans un autre Memoire, il me suffit







d'avoir démontré, comme j'ai fait dans celui-ci, que le nerf Intercostal fournit des esprits dans l'œil.

R E C H E R C H E S  
D U M O U V E M E N T P R O P R E  
DES  
E T O I L E S F I X E S  
PAR DES OBSERVATIONS D'ARCTURUS,  
*Faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles  
Observations faites au Luxembourg.*

Par M. DELISLE DE LA CROYERE.

D'Es le commencement de l'Academie, M. Picard pour établir les positions des Etoiles fixes, s'est appliqué à observer leurs différences de passages entr'elles & avec le Soleil, lorsqu'elles se sont trouvées dans le même parallèle que le Soleil. Comme il y a déjà 55 ans que les plus anciennes de ces Observations ont été faites, j'ai crû qu'en les réitérant à présent, on pourroit par leur comparaison, avec celles de M. Picard, en déduire avec quelque sorte de précision la vitesse du mouvement propre des Etoiles Fixes, qu'il est extrêmement difficile de déterminer par la comparaison des observations anciennes avec les nôtres, à cause du peu de précision des plus anciennes Observations.

J'ai choisi pour cette recherche l'Etoile d'Arcturus, qui ayant une grande déclinaison Septentrionale, a l'avantage de pouvoir être comparée plusieurs jours de suite avec le Soleil, parce que le Soleil ne change pas fort promptement de déclinaison quand il est arrivé au parallèle de cette Etoile. Pour faire mes observations avec plus d'exactitude, j'ai scellé dans le Meridien une Lunette, au foyer de laquelle j'avois mis plusieurs fils parallèles, afin de multiplier mes Observations.

# 20 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Voici les différences de passages que j'ai pû observer l'année 1724, entre le Soleil & Arcturus. Ces intervalles sont réduits en temps vrai pour en pouvoir conclure les différences d'ascension droite entre Arcturus & Soleil, par la Methode que donne M. de la Hire au precepte 18 de ses Tables Astronomiques, page 94.

*Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, depuis Midy, au Luxembourg.*

1724 May.	23—10 <sup>h</sup> 0' 12 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	} Temps vrais.
	25—9 52 9 $\frac{1}{4}$	
	26—9 48 6 $\frac{1}{2}$	
	27—9 44 2 $\frac{1}{4}$	

*Longitudes vraies & Ascensions droites du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midy.*

Longitudes du Soleil.

1724 May.	22—1 <sup>d</sup> 26' 7"	} Différences.	57 35
	23—2 23 42		57 35
	24—3 21 17		57 33
	25—4 18 50		57 32
	26—5 16 22		57 31
	27—6 13 53		57 30
	28—7 11 23		

*Ascensions droites du Soleil.*

1724 May.	22—59° 18' 27"	} Différences.	60° 15"	} 12"
	23—60 18 42		60 27	
	24—61 19 9		60 31	
	25—62 19 40		60 39	
	26—63 26 19		60 47	
	27—64 21 6		60 55	
	28—65 22 1			

Ayant converti en parties de l'Equateur les différences de passages rapportés ci-devant, & leur ayant ajouté le mouvement du Soleil en Ascension droite pendant ces mêmes intervalles de temps, j'ai eû en degrés, minutes & secondes les différences d'Ascension droite du Soleil & d'Arcturus, comme il suit pour Midy.



*Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus.*

1724 May.	{	23—150	28	17.
		25—148	27	14.
		26—147	26	26.
		27—146	25	17.

J'ai ensuite ajouté ces différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus à l'Ascension droite du Soleil pour Midy des mêmes jours; ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

*Ascensions droites d'Arcturus.*

1724 May.	{	23—210	46	59.
		25—210	46	54.
		26—210	46	45.
		27—210	46	23.

Il ne devrait point y avoir de différence sensible dans cette Ascension droite, calculée ainsi pour ces différents jours, puisque le mouvement propre de cette Etoile en Ascension droite, n'est que de  $3'' \frac{1}{2}$  par mois. Les différences que l'on trouve ici, viennent principalement du deffaut des observations dans lesquelles une Seconde d'erreur produit, comme l'on sçait, une erreur de  $15''$  dans l'Ascension droite; & l'on sçait combien il est difficile de s'assurer d'un intervalle de près de  $10^h$  de durée sans s'y tromper d'une seule Seconde. Il peut y avoir aussi quelqu'erreur de la part des Tables, lorsqu'elles ne representent pas le mouvement en Ascension droite pendant plusieurs jours de suite, tel qu'il est effectivement; ce qui peut venir de ce que l'Equation du centre du Soleil ne seroit pas bien distribuée: car on conçoit bien qu'une erreur dans la distribution de l'Equation du Soleil en doit causer dans le mouvement diurne en longitude, & par conséquent aussi dans le mouvement en Ascension droite. De mes quatre Observations, je rejette la dernière comme fautive étant trop éloignée des autres: Supposant ensuite les Ascensions droites d'Arcturus comme je les viens de trouver dans les 3 autres Observations, & prenant la déclinaison de cette Etoile dans les Tables de M. de la Hire où l'on la trouve de  $20^d 39' 17''$

pour ce même temps ci, j'ai calculé suivant ces Ascensions droites & cette déclinaison, la longitude d'Arcturus que j'ai trouvée telle.

*Longitude d'Arcturus.*

$$1714 \text{ May. } \begin{cases} 23^{\circ} 20' 22'' \\ 25^{\circ} - 20^{\circ} 22' 48'' \\ 26^{\circ} - 20^{\circ} 22' 40'' \end{cases}$$

Enfin prenant un milieu entre ces 3 différentes déterminations de la longitude d'Arcturus, elle se conclut de  $20^{\circ} 22' 47''$  pour le temps de mes Observations, & cela en employant, comme j'ai fait, le lieu du Soleil, tiré des Tables de M. de la Hire. Si je m'étois servi d'autres Tables du Soleil, j'aurois pu trouver cette longitude différente: mais cette diversité dans les Tables du Soleil ne m'empêchera pas de déduire de la comparaison de mes Observations, avec celles de M. Picard, le mouvement de cette Etoile en longitude aussi exactement qu'il se pourra déduire des observations, sans que l'erreur des Tables du Soleil y puisse nuire sensiblement; parce que me servant des mêmes Tables dans tous mes calculs, l'erreur du calcul du Soleil se trouvera la même par tout; & par conséquent les différences de longitude (qui est tout ce que je cherche) en résulteront sensiblement les mêmes, que si je m'étois servi d'autres Tables du Soleil, & que je les eusse employées de même dans tous mes calculs.

Les plus anciennes Observations de M. Picard que je puisse comparer avec les miennes, sont de l'année 1669. M. Picard a réduit en temps moyen les différences de passages qu'il a observé entre Arcturus & le Soleil; ce qui fait que pour en conclure les différences d'Ascension droite qui leur répondent, il faut après les avoir converti en degré, y ajouter le moyen mouvement du Soleil en longitude, pendant la durée de ces mêmes intervalles.

Voici ces intervalles qu'a observés M. Picard près de la porte de Montmartre, où se sont faites les premières Observations de l'Académie.

*Différences de passages entre le Soleil & Arcturus,  
pour Midy.*

1669 May.	21—10 <sup>h</sup> 4 <sup>'</sup> 33 <sup>"</sup>	} Temps moyens.
	22—10 0 35 $\frac{1}{2}$	
	24—10 52 33	
	26—10 44 26	
	27—10 49 28	
	28—9 36 25	

*Longitudes vraies du Soleil, tirées des Tables de M. de  
la Hire, pour Midy.*

1669 May.	21—11 <sup>h</sup> 0 <sup>'</sup> 45 <sup>"</sup> 42 <sup>"</sup>	} Différences.	57 35 <sup>"</sup>
	22—1 43 17		57 34
	23—2 40 51		57 33
	24—3 38 24		57 32
	25—4 35 56		57 31
	26—5 33 27		57 30
	27—6 30 57		57 28
	28—7 28 25		

*Ascensions droites du Soleil tirées des mêmes Tables.*

1669 May.	21—58° 36' 14 <sup>"</sup>	} Différences.	60° 10 <sup>"</sup> 8 <sup>"</sup>
	22—59 36 24		60 18 8
	23—60 36 42		60 26 8
	24—61 37 8		60 33 7
	25—62 37 41		60 41 6
	26—63 38 22		60 47 10
	27—64 39 9		
	28—65 40 3		

Ayant converti les différences de passages rapportés ci-dessus, en Degrés, Minutes & Secondes, & leur ayant ajouté le mouvement moyen du Soleil en Longitude pendant ces mêmes intervalles de temps, j'ai eû les différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, comme il suit.

*Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus,  
pour Midy.*

$$1669 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-151^d 33' 4'' \\ 22-150 \quad 33 \quad 32 \\ 24-148 \quad 32 \quad 34 \\ 26-146 \quad 30 \quad 29 \\ 27-145 \quad 30 \quad 50 \\ 28-144 \quad 29 \quad 55 \end{array} \right.$$

J'ai ensuite ajouté ces différences d'Ascension droite, à l'Ascension droite du Soleil, pour les même temps, ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

*Ascension droite d'Arcturus.*

$$1669 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-210 \quad 9 \quad 18 \\ 22-210 \quad 9 \quad 56 \\ 24-210 \quad 9 \quad 42 \\ 26-210 \quad 8 \quad 51 \\ 27-210 \quad 9 \quad 59 \\ 28-210 \quad 9 \quad 58 \end{array} \right.$$

J'ai crû devoir rejeter de ces 6 Observations la 1<sup>ere</sup> & la 4<sup>me</sup>, comme trop éloignées des autres 4; j'ai pris ensuite dans les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour ce temps-là, que j'ai trouvé de  $20^d 55' 33''$ ; & avec cette déclinaison & les 4 différentes Ascensions droites que j'ai conservées, j'ai calculé la Longitude d'Arcturus de cette maniere.

*Longitude d'Arcturus.*

$$1669 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 22-19^o 38' 17'' \\ 24-19 \quad 38 \quad 3 \\ 27-19 \quad 38 \quad 20 \\ 28-19 \quad 38 \quad 20 \end{array} \right.$$

En prenant un milieu entre ces 4 déterminations, il vient  $19^d 38' 15''$  pour la Longitude d'Arcturus au temps des Observations de M. Picard, & comme je l'avois concluë par mes Observations de  $20^d 22' 47''$ , il suit que le mouvement de cette Etoile en Longitude a été de  $44' 32''$  en 55 ans, c'est  $48' 35'''$  par an.

Pour



Pour m'assurer davantage de ce mouvement, j'ai comparé d'autres Observations de M. Picard avec les miennes; en voici la Comparaison.

En 1675 & 1676 M. Picard étant à l'Observatoire Royal y observa les différences de passages entre le Soleil & Arcturus par la lunette d'un quart de cercle de 3 pieds, qu'il laissoit immobile depuis que le Soleil y avoit passé; voici les différences de passages que j'ai reduits en temps moyen: c'est toujours pour midy.

*Différences de passage entre le Soleil & Arcturus.*

$$\begin{array}{l}
 1675 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 22-10^h 2' 44'' \frac{3}{4} \\ 23-9 58 52 \frac{1}{4} \\ 24-9 54 41 \frac{2}{3} \end{array} \right\} \text{ Temps moyens.} \\
 1676 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-10 3 45 \frac{1}{4} \\ 22-9 59 43 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

*Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil par les Tables de M. de la Hire.*

LONGITUDES VRAYES.	Differ.	Ascens. dr.	Différences.	
1675 May. $\left\{ \begin{array}{l} 22-11^d 17' 20'' \\ 23-2 14 54 \\ 24-3 12 28 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 57 34 \\ 57 34 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 59 9 16 \\ 60 9 30 \\ 61 9 53 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 60' 14'' \\ 60 23 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 9'' \\ \end{array} \right.$
1676 May. $\left\{ \begin{array}{l} 21-1 3 24 \\ 22-2 0 59 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 57 35 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 58 54 42 \\ 59 54 55 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 60 13 \end{array} \right.$	

*Différences d'Ascension droite d'Arcturus & du Soleil, depuis Midy.*

$$\begin{array}{l}
 1675 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 22-151 5 57 \\ 23-150 7 39 \\ 24-149 4 50 \end{array} \right. \\
 1676 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-151 21 7 \\ 22-150 20 21 \end{array} \right.
 \end{array}$$

*Ascensions droites d'Arcturus.*

$$\begin{array}{l}
 1675 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 22-210 \ 15 \ 13 \\ 23-210 \ 17 \ 9 \\ 24-210 \ 14 \ 43 \end{array} \right. \\
 1676 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-210 \ 15 \ 49 \\ 22-210 \ 15 \ 16 \end{array} \right.
 \end{array}$$

En rejetant l'observation du 23 May 1675 comme fautive, & supposant suivant les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour 1675 de  $20^{\text{d}} 53' 40''$  Septentrionale, & pour 1676 de  $20^{\text{d}} 53' 23''$ . J'ai calculé les Longitudes de cette Etoile de cette maniere.

*Longitude d'Arcturus.*

$$\begin{array}{l}
 1675 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 22-19^{\text{d}} 44' 26'' \\ 24-19 \ 43 \ 56 \end{array} \right. \\
 1676 \text{ May. } \left\{ \begin{array}{l} 21-19 \ 45 \ 11 \\ 22-19 \ 44 \ 39 \end{array} \right.
 \end{array}$$

En prenant un milieu, la Longitude d'Arcturus pour 1675 est de  $19^{\circ} 44' 11''$  pour 1676 de  $19^{\circ} 44' 55''$ : ces Longitudes étant comparées avec celles que j'ai trouvées pour 1724 de  $20^{\text{d}} 22' 47''$ , il en resultera le mouvement d'Arcturus en Longitude de  $38' 36''$  en 49 ans, ou de  $37' 52''$  en 48 ans, ce qui fait par an  $47'' 16'''$  ou  $47'' 20'''$ .

Par le peu d'Observations que je viens de rapporter, il paroîtroit que le mouvement annuel des Etoiles fixes seroit un peu plus lent que la plupart des Astronomes ne le supposent. M. de la Hire le fait de  $50'' \frac{3}{4}$ , & M. Halley dans les Transactions Philosophiques, dit l'avoir trouvé tant soit peu plus grand que de  $50''$  par la comparaison des plus anciennes Observations; mais avec tant d'incertitude par le deffaut des Observations anciennes, qu'il s'en est tenu au nombre rond de  $50''$ . Par les Observations que je viens de rapporter, ce mouvement paroîtroit encore de 2 ou 3'' plus petit.

Je tâcherai de m'en assurer dans la suite par de nouvelles Observations & Comparaisons avec celles de M. Picard ou d'autres. Il est toujours surprenant que l'on puisse à present

par l'exactitude des Observations modernes, déterminer dans un intervalle de peu d'années un mouvement aussi lent que l'est celui des Etoiles fixes, & cela avec presque autant de précision qu'en employant les plus anciennes Observations que nous ayons, qui ont été faites il y a 2 mille ans. Je m'étois préparé à faire en 1725 les mêmes Observations que l'année précédente, mais les mauvais temps qu'il a fait au mois de Mai, lorsque le Soleil étant dans les Signes Ascendants, a passé par le parallèle d'Arcturus; ces mauvais temps, dis-je, ont rendu mes préparatifs inutiles.

## OBSERVATIONS ET EXPERIENCES

SUR

UNE DES ESPECES

DE SALAMANDRE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

**S**ANS entrer dans le détail de toutes les especes de Salamandres, ni de ce que plusieurs Auteurs en ont écrit, voici quelques Observations que j'ai faites sur une des especes de cet animal, celle que les Naturalistes appellent *Salamandre terrestre*.

C'est une especie de Lezard, long de 5 ou 6 pouces. Sa tête est large & plate comme celle du Crapaud, ses pattes aussi ressemblent plus à celles du Crapaud qu'à celles du Lezard dont elle a le corps & la queue, quoi-que l'un & l'autre plus gros. Sa queue cependant ne se termine point en pointe aiguë comme celle du Lezard, mais peut avoir une ligne de diametre à son extremité.

Le dessus de l'animal est noir marqueté de jaune. Le ventre est brun & quelquefois jaunâtre. Deux bandes jaunes partent des deux côtés de la tête au-dessus des yeux, & s'étendent parallèlement jusqu'à l'origine de la queue. Ces bandes

se terminent ordinairement vers le milieu du corps, puis reprennent ; quelquefois , mais rarement , elles sont sans interruption. Tout le reste de l'animal est bigarré de taches jaunes qui n'affectent ni figures ni lieux particuliers. La peau est sans écailles, assés lisse, excepté aux côtés qu'elle paroît un peu chagrinée. L'on voit sur le dos deux rangs parallèles de mammelons, qui accompagnent l'épine dans toute sa longueur.

La Salamandre a quelquefois la peau sèche comme un Lezard: le plus souvent elle est enduite d'une espece de rosée qui rend sa peau comme vernie, sur-tout lorsqu'on la touche , & elle passe dans un moment de l'un à l'autre état.

Une propriété encore plus singulière, c'est de contenir sous la peau un espece de lait qui jaillit assés loin lorsqu'on presse l'animal.

Ce lait s'échappe par une infinité de trous, dont plusieurs sont très sensibles à la vûë sans le secours de la Loupe, sur-tout ceux qui repondent aux mammelons. Quoi-que la première liqueur qui sert à enduire la peau de l'Animal, n'ait aucune couleur, & ne paroisse qu'un verni transparent, elle pourroit bien être la même que le lait dont nous parlons, mais répandu en gouttes si fines & en si petite quantité, qu'il ne paroist point de sa blancheur ordinaire.

Ce lait ressemble assés au lait que quelques Plantes répandent quand on les coupe; il est d'une acreté & d'une stipticité insupportable, & quoi-que mis sur la langue il ne cause aucun mal durable, on croiroit trouver à l'endroit qu'il a touché une cicatrice ou du moins une plissure. Certains Poissons ont mérité le nom d'Orties par la ressemblance qu'ils ont avec cette plante lorsqu'on les touche, nôtre Salamandre pourroit être regardée comme le Tytimale des Animaux.

Lorsqu'on écrase ou qu'on presse la Salamandre, elle répand une singulière & mauvaise odeur.

Il s'en faut bien qu'elle ait l'agilité du Lezard: elle est paresseuse & triste : elle vit sous terre dans les lieux frais & humides, sur-tout au pied des vieilles murailles, & ne sort de



son trou que dans les temps de pluyes, ou pour recevoir l'eau, ou crainte d'être noyée dans son trou, ou peut-être pour chercher les insectes dont elle vit, qu'elle ne pourroit guere attraper qu'à demy noyés.

La Salamandre, outre la propriété merveilleuse de vivre dans les flammes, que les Anciens lui ont attribuée, est encore regardée, & par eux, & par la plupart des Naturalistes modernes, comme l'Animal le plus dangereux. Si nous en croyons Pline, elle fera perir toute une Contrée.

Les grandes pluyes du mois d'Octobre passé, firent sortir plusieurs Salamandres qu'on m'apporta avec toutes les précautions qu'on peut prendre contre l'animal le plus terrible.

La première experience que je fis, fut celle du prodige attribué à la Salamandre. Toute fabuleuse que paroît l'histoire de l'animal incombuftible, je voulus la verifier, & quelque honte qu'ait le Phisicien en faisant une experience ridicule, c'est à ce prix qu'il doit acheter le droit de détruire des opinions consacrées par le rapport des Anciens.

Je jettai donc plusieurs Salamandres au feu. La plupart y perirent sur le champ: quelques-unes eurent la force d'en sortir à demi brûlées, mais elles ne purent résister à une seconde épreuve.

Cependant il arrive quelque chose d'assés singulier lorsqu'on brûle la Salamandre. A peine est-elle sur le feu qu'elle paroît couverte de gouttes de ce laict dont nous avons parlé, qui se rarefiant à la chaleur ne peut plus être contenu dans ses petits réservoirs; il s'échappe de tous côtés, mais en plus grande abondance sur la tête & aux mammelons qu'ailleurs, & se durcit sur le champ, quelquefois en forme de perles.

Il y a quelque apparence que cet écoulement singulier a donné lieu à la fable de la Salamandre; cependant il s'en faut beaucoup que le laict dont nous parlons, sorte en assés grande quantité pour éteindre le moindre feu: mais il y a eû des temps où il n'en falloit guere davantage pour faire un animal incombuftible. L'on pourra même encore, si l'on veut, croire que l'animal dont les Anciens ont parlé n'est point celui-ci; &

là-dessus je m'en rapporte à l'envie que chacun peut avoir de justifier l'antiquité, ou de convenir qu'elle a quelquefois cru légèrement.

Enfin en attendant qu'on trouve la véritable Salamandre, cecy sera une propriété de l'Animal qui porte son nom, qui merite d'être observée, & qui a même quelque rapport, quoiqu'éloigné, avec le prodige des Anciens.

Voici les experiences sur le venin de la Salamandre.

Je me proposai deux choses, 1<sup>o</sup> de faire mordre quelque animal par la Salamandre, 2<sup>o</sup> de faire manger la Salamandre à quelque animal. Mais ces experiences avoient un genre de difficulté, que ceux qui redoutent tant la Salamandre ne soupçonneroient guere; il falloit trouver des animaux qui voulussent manger la Salamandre; ou des Salamandres qui voulussent mordre. J'eus beau les irriter de mille manieres, jamais aucune n'ouvrit la gueule. Il fallut donc la leur ouvrir; mais ayant vû leurs dents, quelle apparence qu'elles pussent blesser l'animal; petites, serrées, & égales elles couperoient plutôt que de percer si la Salamandre en avoit la force, mais elle ne l'a pas. Il fallut donc chercher quelque animal à peau assés fine pour se laisser entamer. J'ouvris la gueule d'une Salamandre & lui fis mordre un poulet déplumé, à l'endroit de la morsure: mais quoi-que je pressasse les mâchoires de la Salamandre, & que cette morsure fût beaucoup plus forte que la Salamandre la plus vigoureuse ne pourroit la faire, les dents se dérangèrent plutôt que d'entamer le poulet; enfin je lui ostai une partie de la peau de la cuisse, & y fis faire plusieurs morsures.

Pour n'être plus obligé d'écorcher les animaux que je ferois mordre, je pensai à chercher quelque partie assés délicate pour que les dents pussent penetrer.

Je fis faire plusieurs morsures à la langue & aux levres d'un Chien, & à la langue d'un Coq d'Inde, par des Salamandres nouvellement prises; aucun des animaux mordus n'eut le moindre accident.

Quoi-que je sceussè alors que les animaux dont la morsure est la plus venimeuse, ne sont point nuisibles étant avalés;

je voyois que la morsure de la Salamandre n'étoit rien, une espece de déference pour la crainte qu'on a de cet animal, & le gouft de la liqueur qu'il a sous la peau, me porterent à éprouver, si comme aliment, il seroit nuisible. La peine étoit d'en faire manger à quelques animaux; ils auroient plutôt souffert les plus longs jeunes que de goûter à l'animal preservé par le lait détestable, & la Salamandre n'est pas de grosseur à la pouvoir faire avaler par surprise.

Je fis ouvrir la gueule d'un Chien, & ayant coupé une Salamandre par morceaux, je les lui fis tous avaler, la plupart vivants encore, & lui tins la gueule liée pendant une demi-heure.

Je fis en même temps avaler une petite Salamandre entiere à un jeune Coq d'Inde.

Ces deux animaux parurent toujours aussi gais qu'à leur ordinaire. Une demi-heure après que j'eus delié la gueule du Chien, c'est-à-dire, une heure après qu'il eust avalé la Salamandre, il en revomit la queue & les pattes, les parties apparemment qu'il auroit eû le plus de peine à digerer. Pour le Coq d'Inde on ne revit rien de la Salamandre qu'il avoit avalée. L'un & l'autre beust & mangea à son ordinaire, & ne donna pas le moindre signe de maladie.

Je voulus faire encore une expérience.

Je trempai du pain dans le lait de la Salamandre & en fis manger à un poulet; je trempai dans le même lait de petits bâtons pointus, & les enfonçai dans des playes que j'avois faites à l'estomach & à la cuisse d'un autre poulet. Tout cela fut inutile, & la Salamandre me parut toujours aussi peu dangereuse.

Je n'ignore pas qu'il y a encore des ressources pour ceux qui voudroient soutenir que la Salamandre est nuisible; peut-être ne l'est-elle que dans certains temps & dans de certaines circonstances; peut-être ne l'est-elle que pour certains animaux, &c. Cependant il n'y a guere lieu de soupçonner tout cela, ni guere de moyens plus sûrs ni plus praticables pour s'en éclaircir.

J'ajouterai un fait qui me paroît digne de remarque. Ayant ouvert quelques Salamandres je fus surpris de trouver dans la même tout à la fois, des œufs, & des petits aussi parfaits que ceux des vivipares. Les œufs formoient deux grappes semblables aux ovaires des Oiseaux, excepté que ces grappes étoient plus allongées; & les petits étoient enfermés dans deux longs tuyaux, dont le tissu étoit si délié qu'on les voyoit très distinctement à travers. Je comptai dans une Salamandre 42 petits, & dans une autre 54, presque tous vivants; aussi-bien formés, & plus agiles que les grandes Salamandres.

Ces animaux paroissent bien propres à éclaircir le mystère de la generation; car quelque variété qu'il y ait dans la nature, le fond des choses s'y passe assés de la même maniere. L'on sçait assés quels avantages l'on retire de l'Anatomie comparée; la connoissance parfaite d'un seul corps ne seroit peut-être le prix, que de l'examen impossible de tous les corps de la nature.

# *E X P E R I E N C E S*

*S U R*

*L A D I S S O L U B I L I T E*

*D E*

*PLUSIEURS SORTES DE VERRES.*

Par M. DU FAY.

**M.** Geoffroy donna en 1725 une analyse très exacte d'un Verre qui se dissolvoit dans la plupart des liqueurs acides: les bouteilles qui en étoient faites gâtoient le Vin en très peu de temps, parce que la foible acidité du Vin ne laissoit pas d'agir sur ce Verre, & le décomposoit en quelque façon, au point que les parties qui s'en détachotent se mêlant dans le Vin, le troubloient & le corrompoient très promptement. Tandis que M. Geoffroy travailloit à décom-

poser



poser ce Verre, ce qu'il a fait avec une exactitude infinie, je me suis appliqué à en composer avec diverses matières & en différentes proportions. Je comptois bien faire de bon Verre en me servant des matières. connuës & ordinaires, mais je ne m'attendois pas à en faire d'aussi mauvais, & même de beaucoup plus mauvais & plus aisé à dissoudre que celui dont je viens de parler. Ce n'est pas d'aujourd'hui qu'on sçait qu'il y a souvent plus de fruit à recueillir des operations manquées que de celles dont le succès est tel qu'on se l'étoit promis. J'ai donc essayé en différentes proportions les cendres & le sable qui avoient été envoyés de la Verrerie, où l'on faisoit de ces mauvaises bouteilles, & ensuite plusieurs autres sortes de sables & de cendres. Voici les experiences que j'ai faites, & les effets qui en ont résulté.

J'ai pris 7 onces de cendres de lessive séchées dans les arches du four de la Verrerie, une once de cendres du même four au deffaut de cendres fortes ou non lessivées, & 10 gros de sable séché, ce qui étoit la proportion ordinaire des ouvriers de cette Verrerie; j'ai bien mêlé & tamisé le tout, & l'ayant mis au feu de vitrification, j'ai eû un verre assés facile à fondre, opaque, noir, je l'ai versé sur le marbre & j'ai mis des fragments de la plaque qui s'y est formée avec des filets que j'avois détachés pendant la fusion dans de l'Esprit de Nitre, il s'y est blanchi en une nuit sur la surface comme les verres rapportés dans le Memoire de M. Geoffroy, & même les filets un peu plus déliés que les autres étoient entierement dissouts, enfin il est devenu pareil à celui qui avoit été travaillé dans la Verrerie.

J'ai changé le sable & la proportion de la cendre & j'ai pris 5 onces de cendres de lessive, une demi-once de cendres du four & autant de sablon d'Estampes; le verre étoit noirâtre, il s'est fondu moins facilement que le premier, mais il s'est dissout dans l'Esprit de Nitre en aussi peu de temps & à peu près de la même maniere.

J'ai pris sept onces de cendres de branches séchées, une once de cendres du four de la Verrerie, & une once de sable

léché; ayant fondu ce mélange j'ai eû un verre fort transparent, verdâtre, rempli de bulles d'air, & se mettant qu'on qu'avec assés de peine en fusion bien claire; ce Verre s'est trouvé fort bon & ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre ni dans celui de sel quelque temps qu'il y ait demeuré.

Comme il entre dans cette composition une grande quantité de cendres de branches, j'en ai fait d'autre avec 4 onces de cendres de branches séchées, une once de cendres du four & une once de sable, il s'est fondu plus difficilement que le précédent où il y avoit plus de cendres, & il s'est trouvé aussi bon & aussi indissoluble dans les acides.

Les cendres de lessive m'ayant donné de mauvais verre, j'ai voulu voir si c'étoit celles de cette Verrerie seulement qui faisoient cet effet, & pour cela j'ai pris 3 onces de cendres de mon feu que j'avois lessivées & séchées, une demi-once de cendres neuves & autant de sable séché, cette composition s'est mise assés facilement en fusion & a fait un verre brun; mais ce qui m'a fort surpris, c'est qu'en une nuit il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, beaucoup plus facilement qu'aucun des autres que j'ai essayé: il y a eû cependant quelque différence dans la matière qui s'est formée, car j'ai trouvé une espece de mucilage bleuâtre à peu-près semblable à celui que l'esprit de Vitriol avoit fait sur le Verre travaillé dans la Verrerie, qui entouroit & qui couvroit les fragments qui avoient même changé de figure, & ne s'étoient point divisés en lames comme le Verre des bouteilles. Ayant détaché avec un petit bâton une partie de ce mucilage, il m'a paru que c'étoit une gelée assés solide, jaunâtre, transparente, & qui étant desséchée à l'air est devenue friable, mais se brisant en tout sens & n'ayant aucune disposition à se réduire en lames: mes cendres étoient de bois flotté, je les avois fait bouillir dans un chaudron de cuivre, & ayant versé l'eau plusieurs fois par inclination je les avois séchées dans un creuset à une chaleur mediocre, il m'a semblé depuis qu'elles n'avoient pas été suffisamment séchées, parce qu'elles étoient plus pesantes que celles qui l'avoient été dans les arches du four; mais il

n'est pas possible, comme on le verra par les opérations suivantes; que ce soit ce deffaut qui ait rendu le Verre dissoluble dans les acides.

Pour être assuré que des circonstances étrangères comme le degré de feu, le temps que les matières demeuroient en fusion, les creusets, n'avoient point de part à ces accidents, j'ai recommencé la composition qui m'avoit donné de bon Verre & dans les mêmes proportions, j'en ai eû de tout pareil & qui a été aussi bon que le premier.

J'ai pris 3 onces de cendres de bois flotté de mon feu sans être lessivées, & une once du sable de la Verrerie; j'ai eû un Verre très fusible, beau, verdâtre & avec moins de bulles d'air qu'il n'y en avoit dans les autres; il a commencé à être attaqué sensiblement par l'esprit de Nitre en moins de deux heures; au bout de 10, les fragments sans avoir sensiblement diminué de volume, étoient entourés & couverts de l'épaisseur d'un travers de doigt d'un mucilage, ou d'une gelée transparente & assés solide pour ne se point écouler lorsque j'inclinois le Verre; enfin au bout de deux jours toute la liqueur s'est trouvée transformée en cette espece de gelée. Ainsi tout le Verre que j'ai fait avec mes cendres de bois flotté lessivées, ou non lessivées, a été mauvais, avec cette différence cependant que celles qui ont été lessivées sont encore plus mauvaises, & sont le Verre beaucoup plus brun & d'une couleur assés désagréable.

J'ai essayé les cendres de bois neuf, j'en ai pris quatre onces sans être lessivées, que j'ai mêlées avec une once de sable séché, cette composition n'a jamais pû se mettre en fusion bien claire quelque chaleur que j'aye donnée, & même jusques à vitrifier presque entierement le creuset; je l'ai cependant coulé sur le marbre, mais je n'ai eû qu'une masse brune, cassante, poreuse, paroissant seulement vitrifiée en quelques endroits, il s'y est trouvé quelques gouttes de Verre très noir; le tout avoit une odeur de Souffre, & en quelques endroits on remarquoit un goust salin.

J'ai diminué la proportion du sable, & j'en ai mêlé une

demi-once avec 3 onces & demie de cendres de bois neuf lessivées; ce mélange a eû aussi beaucoup de peine à se fondre; j'en ai cependant eû quelques goûtes qui ont coulé, elles sont d'un beau verre, transparent, verdâtre, & tout à fait semblable au meilleur verre dont on fait des bouteilles, le reste de la matière a été une masse vitrifiée en dessus, grise en dedans, poreuse & ressemblant assés à la pierre-ponce. L'un & l'autre de ces deux Verres, aussi-bien que la matière poreuse, se sont dissouts dans l'esprit de Nitre, & se sont reduits en cette espece de gelée dont j'ai déjà parlé: le Verre m'a paru se dissoudre encore plus facilement que la matière poreuse, car au bout de huit jours étant entierement dissout & reduit en mucilage blanc, la matière poreuse n'étoit encore qu'un peu blanchie vers la surface. Ainsi les cendres de bois neuf n'ont pas mieux réussi que celles de bois flotté.

J'ai pris cinq onces de cendres de branches & une once de sable séché; j'avois déjà employé un pareil mélange, mais avec plus de cendres, & le Verre avoit été fort bon, celui-ci s'est mis en fusion bien claire; il étoit jaunâtre, transparent & de très bonne consistance, il ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre quelque temps qu'il y ait demeuré, enfin on le pouvoit regarder comme un très bon verre & très propre à travailler. Il est à remarquer que je n'y ai point mis de cendres du four comme dans le premier mélange, ce qui cependant n'a fait de changement que dans la couleur; car celui-ci tiroit sur le jaune, & le premier sur le verd.

Comme les cendres du four n'avoient fait aucun tort dans le Verre de la 3<sup>e</sup> & 4<sup>e</sup> experience, qui se sont trouvés tous deux fort bons, quoi-que dans l'une il y en eust un 8<sup>e</sup> & dans l'autre un 5<sup>e</sup>, j'ai essayé à faire du Verre avec 4 onces de ces cendres & une once de sable séché, il est devenu clair, fluide, transparent, tirant sur le jaune & fort semblable au précédent, si ce n'est qu'il étoit un peu plus foncé; mais il s'est dissout dans l'esprit de Nitre en très peu de temps.

J'ai fait un autre mélange composé de 4 onces de cendres de lessive séchées au feu, de 6 gros de cendres du four &



d'une once de sable, cette matière a fait un Verre très brun, mediocrement beau, qui a résisté à l'esprit de Nitre pendant 24 heures, mais qui à la fin est devenu comme les autres; c'est le meilleur que j'aye fait en employant les cendres de lessive, qui par toutes les experiences que je viens de rapporter me paroissent les plus mauvaises de toutes, & dont il est cependant difficile de se passer, par la difficulté d'en avoir des autres en assez grande quantité.

J'ai mêlé avec 4 onces de cendres de lessive séchées dans les arches, demi-once de cendres du four, six gros de sable séché & une once de charbon pilé, ce mélange n'a jamais pu se vitrifier à cause du charbon, & est resté en poudre telle que je l'avois mise.

Voyant que les cendres tant neuves que lessivées faisoient de mauvais Verre, j'ai beaucoup augmenté la proportion du sable, j'en ai mis deux onces avec 4 onces de cendres de bois neuf, qui m'avoient été envoyées de la Verrerie; cela m'a donné un Verre très brun, assez vilain, qui a commencé à se dissoudre en moins d'une demi-heure, & l'a été entièrement en 24 heures.

Je suis revenu aux cendres de branches qui sont les seules qui m'avoient fait de bon Verre, & j'en ai mêlé deux onces avec 4 onces de cendres de lessive séchées, une once de cendres du four & une once de sable; ce mélange a donné un Verre extrêmement difficile à fondre, & qui même ne s'est jamais pu mettre en belle fusion, mais a fait une matière très brune, opaque, & n'ayant point, ou du moins que très peu de parties transparentes, cette matière s'est dissoute en très peu de temps dans l'eau forte.

J'ai augmenté la quantité de cendres de branches, j'en ai pris trois onces avec trois onces de cendres de lessive séchées au feu, une once de cendres du four & une once de sable; ce mélange s'est fondu plus facilement que le précédent; il a fait un Verre noir tirant sur le Cassé dans ses parties transparentes, & de bonne consistance, c'est-à-dire difficile à se casser, & se cassant fort net : ce Verre a résisté plus long-

temps que les autres à l'action de l'eau forte, à cause de la plus grande quantité de cendres de branches qui y étoit entrée, mais il s'est dissout à la fin, & on ne doit pas le regarder comme de bon verre.

On attribuoit d'abord la mauvaise qualité de ce Verre à la façon de le travailler, ou à la construction du four, & pour s'en éclaircir on a transporté des matières de cette Verrerie dans celle de Cormera, & on les y a travaillées, mais le Verre en a été aussi mauvais que dans l'autre, il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, & s'est séparé en feuilles à l'ordinaire.

Le Verre fait avec les matières de la Verrerie de Cormera, a été fort bon, & ne s'est point dissout dans les eaux fortes.

Il résulte de toutes ces expériences, que les cendres des environs de cette Verrerie, tant celles qui sont neuves que celles qui ont été lessivées, ne sont point propres à faire de bon Verre, ce défaut n'est pas même particulier à ces cendres, puisqu'on vient de voir que j'en ai fait d'assez mauvais avec diverses autres cendres; & il est peut-être plus ordinaire qu'on ne pense, de trouver du Verre dissoluble dans les acides: on ne s'avise pas souvent de mettre les bouteilles communes à cette épreuve, & ceux qui emploient ordinairement des esprits acides, savent qu'il arrive quelquefois que les bouteilles en sont attaquées, & sur-tout par l'esprit de sel qui les ronge souvent, au point qu'elles se séparent à l'endroit où étoit la surface de la liqueur lorsqu'on les souleve par le col, cela m'est arrivé deux fois, & je ne doute point que cela ne soit arrivé à plusieurs autres. Il y a même apparence que M. Homberg a rencontré de pareil Verre lorsqu'il a fait une expérience qui est rapportée dans l'Histoire Latine de M. Duhamel en 1694. Il dit que l'eau forte dissout le Verre si on le fait rougir au feu & qu'on le trempe ensuite dans du plomb fondu, j'ai fait plusieurs fois cette expérience sur diverses fortes de Verres, & j'ai toujours trouvé que celui qui étoit réellement bon ne se dissolvoit point après cette préparation; ainsi il est vrai-semblable que celui sur lequel M. Homberg a fait cette remarque, se seroit également dissout

dans l'eau forte avant de le plonger dans le plomb fondu.

Les cendres de branches sont les seules dont le Verre se soit trouvé fort bon, quoi-qu'il y eust un 8<sup>e</sup> ou même un 5<sup>e</sup> de cendres du four; mais lorsque je les ai mêlées avec parties égales d'autres cendres, le Verre est devenu moins bon, & enfin a été très mauvais lorsque la quantité d'autres cendres a surpassé celle des cendres de branches; il est certain que le sable de cette Verrerie n'a aucune part à la mauvaise qualité du Verre, car j'ai fait de très bon Verre avec ce sable, & de fort mauvais avec le sablon ordinaire. C'est donc aux cendres seules qu'il se faut arrêter: j'avouë qu'il n'est pas aisé d'expliquer un fait qui paroît aussi singulier; on peut cependant remarquer que les cendres de lessive & celles du four sont la plupart de bois mort, ou du moins très vieux, & qui peut avoir perdu la partie de ses Sels, la plus propre à rendre le Verre d'une tiffure plus forte, plus solide, & plus difficile à être penetrée par les acides de l'eau forte; peut-être ces sels sont-ils devenus plus alkalis qu'ils ne doivent être, & par-là sont-ils trop aisés à dissoudre, au lieu que les sels des cendres de branches vertes sont plus approchants de la nature du sel moyen, & par-là résistent à l'action des liqueurs acides: quoi-qu'il en soit, on ne peut donner ces raisons que comme des conjectures, & il faut attendre qu'une plus longue expérience nous ait fait trouver d'autres Verres qui ayent le même defaut, on pourra peut-être alors, par l'examen des matières qui les composent, connoître la véritable cause d'un effet jusques à présent inconnu ou negligé par ceux qui l'ont remarqué; & il y a apparence que si l'on parvient à en découvrir exactement la cause, on pourra en même temps y trouver le remede.



## S E C O N D M E M O I R E ,

O U

R E F L E X I O N S N O U V E L L E S

S U R

U N E P R E C I P I T A T I O N S I N G U L I E R E

D E

P L U S I E U R S S E L S P A R U N A U T R E S E L ,

*Déjà rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le Titre D'OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE, sur la dissolution successive de différents Sels dans l'eau commune.*

Par M. L E M E R Y.

**I**L s'agissoit dans ce Memoire, dont celui-ci est la suite ou le supplément, d'une propriété singulière du Sel de Tartre, & jusque-là inconnuë.

On sçait que le Sel de Tartre mêlé dans l'eau avec un Sel salé concret propre à fermenter avec lui, enleve à ce Sel son acide, devient par-là lui-même de Sel alkali, Sel salé, & par conséquent très différent de ce qu'il étoit auparavant, qu'enfin il opere la précipitation de la matrice terreuse ou métallique du Sel dont il a operé la décomposition; & que cette matrice précipitée & privée de l'acide qui la rendoit dissoluble, ne l'est plus en cet état, du moins comme elle l'étoit auparavant, à moins qu'on ne lui rende ce qu'on lui a ôté; car sans cela, elle ne se dissoudra dans l'eau que comme le font ordinairement les autres matières terreuses ou métalliques, c'est-à-dire à force de trituration, de temps & de peine, & encore en petite quantité.

Mais on ne sçavoit point que le Sel de Tartre présenté à différentes sortes de Sels fondus dans l'eau, avec lesquels il  
ne fermente



ne fermente point, qu'il n'altère point, & sur lesquels il n'agit point aussi, mais sur les parties d'eau qui les tiennent en dissolution, excite néanmoins la précipitation de ces Sels, qui tout précipités qu'ils sont, & toujours tels qu'ils étoient auparavant, sont également dissolubles, & se redissoudroient en effet dans la même liqueur, si le Sel de Tartre au travers duquel cette même liqueur s'est filtrée, & à l'embouchure des pores duquel elle a laissé le Sel qu'elle tenoit dissout, dont les petites parties divisées s'y ramassant, se précipitent à l'instant, comme il a été expliqué plus en détail dans le Memoire donné en 1724. Si le Sel de Tartre, dis-je, ne se dissolvoit pas dans la même quantité de liqueur, & y occupant la place du Sel précipité ne l'empêchoit pas par-là d'y rentrer dans la suite.

Nous avons aussi rapporté pour preuve, que ni le Sel précipité, ni le Sel de Tartre ne s'alteroient mutuellement par leur mélange dans la même liqueur, que chacun de ces sels après la précipitation de l'un excitée par l'autre, pouvoient toujours réserver à refaire la même expérience; c'est-à-dire qu'en redissolvant dans de nouvelle eau le Sel précipité, & lui représentant ensuite le même Sel de Tartre dégagé des parties aqueuses qui le tenoient dissout, & qu'il avoit enlevées dans la première expérience au Sel précipité, il le précipite encore une seconde fois & plusieurs autres de même.

Enfin nous avons remarqué que ce n'est pas parce que le Sel de Tartre se dissout dans les mêmes parties d'eau qui appartiennent à l'autre Sel, que cet autre Sel se précipite, mais que c'est pour cela que cet autre Sel ne rentre point dans la liqueur; & en effet la précipitation de cet autre Sel précède d'un instant la dissolution du Sel de Tartre: les petites portions d'eau chargées de l'autre Sel ne peuvent dissoudre le Sel de Tartre qu'après s'être dépouillées à l'entrée de ses pores, de celui qu'elles contenoient; d'ailleurs cette précipitation n'exige point par elle-même la dissolution du Sel de Tartre; il suffit pour cette précipitation, que l'eau en se filtrant dans les pores du Sel de Tartre, abandonne à elles-

mêmes les parties du Sel de Tartre qu'elle tenoit dissoutes : il est vrai que si en cette occasion le filtre ne se dissolvoit pas immédiatement après, & qu'il n'occupast pas alors entièrement les parties d'eau, elles ne manqueroient pas en rencontrant de nouveau le Sel précipité, de le redissoudre; & c'est pour cela que la dissolution du Sel de Tartre, inutile à la précipitation de l'autre Sel, est absolument nécessaire pour l'empêcher de rentrer dans la liqueur.

Nous avons aussi rapporté à cette occasion, un fait; c'est que quand au lieu de Sel de Tartre non dissous, on se sert de Sel de Tartre fondu dans une quantité d'eau suffisante avant que de le verser sur la dissolution du Sel qu'on veut précipiter, il se précipite de même & à l'instant une quantité de ce Sel proportionnée à la quantité du Sel de Tartre fondu qui a été employé : or on ne peut point dire que cette précipitation fût l'effet immédiat de la dissolution du Sel de Tartre dans la même portion d'eau du Sel précipité, puisque cette dissolution étoit déjà toute faite dans une autre portion d'eau, & bien avant le mélange des deux Sels dans le même liquide.

Cette précipitation excitée, non par le Sel de Tartre, sous une forme sèche, & tel que nous l'avons employé pour la même expérience rapportée il y a environ trois ans; mais par le Sel de Tartre fondu auparavant dans ce qu'il lui faut d'eau, pour former ce qu'on appelle communément l'Huile de Tartre par défaillance; cette précipitation, dis-je, donne lieu à quelques remarques & réflexions physiques assez curieuses, déjà annoncées dans le Memoire de 1724, & qui feront le sujet & la matière d'un second & d'un troisième Memoire. Ces remarques & ces réflexions s'y trouveront comprises dans les objections suivantes que nous nous ferons, & dans les réponses que nous tâcherons d'apporter aux difficultés proposées.

La première de ces objections, c'est que si le Sel de Tartre, quoi-que tout dissous, peut toujours par la seule rencontre de ses parties & de celles du liquide qui tenoit un Sel moyen en dissolution, causer la précipitation de ce Sel moyen; quand

après avoir dissout deux gros de Nitre, par exemple, dans une once d'eau, on en a fait précipiter ensuite une certaine quantité par le moyen d'une demi-once de Sel de Tartre qui s'y est fonduë, & qui y a pris la place du Nitre précipité; comme la même liqueur contient alors & à la fois une demi-once de Sel de Tartre & un gros de Nitre, qui occupent chacun une partie de la liqueur, il seroit inutile de présenter alors à ce liquide une nouvelle quantité de Sel de Tartre, pour en faire précipiter le Nitre qui y est encore, la demi-once de Sel de Tartre qui y a d'abord été fonduë, & qui habite avec le Nitre, devroit suffire pour le précipiter en peu de temps & jusqu'à la fin; de même qu'une demi-once de Sel de Tartre fondu dans une demi-once d'eau, & versé en cet état sur un gros de Nitre fondu dans une autre demi-once d'eau, précipite à l'instant ce gros, ou une partie de ce gros de Nitre.

Je reponds, qu'à ne considérer ces deux experiences que d'un certain côté; je veux dire, par la dose du Sel de Tartre & du Salpêtre mêlés ensemble, avec ce qu'il leur faut à chacun de parties aqueuses, tout paroît si semblable de part & d'autre, qu'il sembleroit que l'effet devroit aussi être le même dans l'une & dans l'autre experience, & ne différer tout au plus que par la promptitude de la précipitation; mais comme la différence va bien au-delà, & que la précipitation qui dans l'une des deux experiences se fait à l'instant & en assez grande quantité, manque tout à fait dans l'autre, ou si on y en apperçoit quelque-une, elle est infiniment petite, & n'arrive sensiblement qu'après beaucoup de temps, & seulement encore dans la solution de quelques Sels, tel que le Salpêtre: voyons si nous ne trouverons point la cause de cette différence dans ce que chacune de ces experiences ont de particulier.

La première & la seule différence essentielle qui s'offre à nôtre examen, c'est que dans l'une de ces experiences la portion d'eau qui tient le Sel de Tartre en dissolution est déjà toute mêlée avec l'autre portion d'eau appartenante au

Salpêtre; que ces deux Sels font partie du même liquide; que leurs parties y nagent les unes avec les autres; & que celles du Sel de Tartre ne peuvent agir sur la portion aqueuse de l'autre Sel, l'absorber & causer la précipitation de cet autre Sel, qu'en vertu des mouvements qui se passent dans l'intérieur de ce liquide, & dont elles reçoivent leur contingent suivant la distribution qui s'y en fait à chacune des parties qui le composent.

Dans l'autre expérience au contraire, la portion d'eau appartenante au Sel de Tartre, n'est point mêlée avec celle du Salpêtre, elle ne s'y mêle qu'après y avoir été versée; & ce mouvement particulier par lequel l'Huile de Tartre tombe sur la solution du Nitre, & qui est tout à fait différent de celui qui agit les parties du liquide & qui en excite la fluidité, peut d'autant mieux être réputé la cause de la précipitation du Salpêtre, que cette précipitation suit immédiatement ce mouvement, qu'elle continuë tant que l'effet de ce mouvement, c'est-à-dire, le trouble, la confusion, le desordre, regnent dans la liqueur; & que dès que le calme & l'ordre s'en font une fois emparés, & que toutes les parties du liquide ne sont plus agitées que par la cause interne de leur fluidité, on ne voit plus rien alors se précipiter de nouveau, quand même la liqueur contiendrait encore beaucoup plus de Salpêtre qu'il n'en a été précipité : ce qu'il est aisé de sçavoir au juste.

Pour concevoir d'où peut provenir cette différence, il est à propos de faire attention que quoi-que les différentes parties de l'eau se meuvent, les unes en un sens, les autres en un autre, on auroit tort d'en induire que tout est en confusion dans le sein de ce liquide, la régularité des différents phénomènes qu'on apperçoit dans la dissolution des Sels, suppose un ordre & un arrangement particulier dans les mouvements différents du liquide qui les soutient; & il seroit aisé de prouver, & par la raison qui vient d'être alléguée, & qu'il s'agiroit d'examiner plus en détail, & par l'action de la cause à laquelle l'eau est redevable de sa fluidité, que les



mouvements qui se passent dans l'intérieur de ce liquide, sont très réguliers, & ce qui paroîtra peut-être un paradoxe, qu'ils sont tous aussi-bien réglés que ceux de la meilleure pendule. En attendant cet examen, pour entendre ce que nous avons à faire voir dans la suite, considérons d'abord que l'eau ne se donne point à elle-même la fluidité qu'elle a, & que le principe de cette fluidité, n'est autre, comme je l'ai suffisamment prouvé dans un Memoire imprimé dans le Tome de l'année 1709, que la matière même du feu ou du Soleil, qui produit & entretient dans les parties de l'eau une vraie fusion, parfaitement comparable à celle des métaux par le feu ordinaire.

Or comme un nombre infini de petites portions de cette matière de feu, ou de ce fluide qui frappent de tous côtés, & penetrent en tout sens le liquide, poussent de tous les points de ce liquide, selon des directions particulières & différentes, une infinité de petites masses d'eau, d'un volume proportionné à celui des portions du fluide qui les agite, & les fait marcher les unes à droite, les autres à gauche, & ainsi du reste; ce qui produit le mouvement en tout sens qu'on apperçoit sensiblement dans l'eau en y faisant fondre un morceau de quelque Sel, & considérant comme il y est à la fois attaqué de toutes parts par les parties du liquide : nous pouvons supposer avec un fondement legitime, & conclure hardiment de ce qui vient d'être remarqué, que tout liquide se partage naturellement en différentes petites portions, distinctes & séparées les unes des autres, & que nous regardons en quelque sorte comme ses parties organiques; que dans celui qui a dissout & qui contient à la fois du Sel de Tartre & du Salpêtre, certaines portions sont chargées de Sel de Tartre, d'autres le sont de Salpêtre, & que les unes & les autres, contraintes par la cause de leur mouvement à suivre des routes différentes, forment dans le liquide autant de petits courants particuliers chargés de Sels différents.

Cela étant, on conçoit aisément, 1.<sup>o</sup> que les courants de ce liquide qui marchent à côté les uns des autres, pourront y

subsister sans se confondre, & par conséquent sans exciter de précipitation, comme nous voyons deux Rivieres qui en se joignant dans le même lit, marchent long-temps à côté l'une de l'autre sans mêler leurs eaux.

2.<sup>o</sup> Que pour les courants qui marchent les uns contre les autres, comme ils ont tous à peu près le même degré de mouvement, & qu'ils ne sont pas plus en état l'un que l'autre de s'enfoncer & de percer dans l'interieur l'un de l'autre, tout ce qu'ils pourront faire, sera de rejaillir en quelque sorte, & de former des especes de petits tourbillons, sans que ce rejaillissement donne lieu à aucune précipitation; parce que les particules d'eau qui enveloppent & charient le Nitre, ne rencontreront pas toujours les parties du Sel de Tartre du courant opposé, ce qui seroit une première condition nécessaire pour la précipitation, mais elles rencontreront les parties d'eau qui enveloppoient le Sel de Tartre, ce qui ne produira qu'un conflit entre les particules d'eau d'un courant & celles du courant opposé; & lorsque des particules d'eau appartenantes au Nitre, rencontreront veritablement des parties de Sel de Tartre d'un autre courant, comme les pores de ce Sel y sont toujours remplis des particules d'eau du même courant, ou de la même petite masse ou portion du liquide, & que, comme il a déjà été remarqué, tous les différents courants de ce liquide ont à peu près la même force, on ne voit pas comment les particules d'eau d'un courant, viendroient à bout de repousser & de chasser hors des pores du Sel de Tartre de l'autre courant, les particules d'eau qui y sont déjà, pour se loger en leur place, & se dépoüiller du Nitre qu'elles contiennent en se filtrant au travers de ces pores, dans lesquels s'ils ne parviennent point à penetrer, il ne se fera jamais qu'un contact extérieur des particules d'eau d'un courant avec les particules de Sel de Tartre de l'autre courant; & ce contact qui n'ira pas plus loin, n'operera jamais de précipitation.

3.<sup>o</sup> Que supposé que deux courants vinssent à se confondre, il ne se feroit point encore de précipitation, à moins que

l'un des deux courants ne contiñt du Salpêtre & l'autre du Sel de Tartre, ce qui se prouve évidemment, parce que quand on jette sur une solution de Nitre une solution du même Sel, il ne se fait point de précipitation, au lieu qu'il s'en fait une très prompte & très abondante quand on y verse une suffisante quantité d'Huile de Tartre.

4.<sup>o</sup> Quand deux portions d'eau, dont l'une seroit chargée de Nitre & l'autre de Sel de Tartre, viendroient à se confondre, & seroient l'une par rapport à l'autre, tout ce qui seroit nécessaire pour exciter la précipitation du Nitre contenu dans la petite portion de la solution nitreuse, on verra par la suite qu'il ne se feroit point encore alors de précipitation complete, à moins qu'on n'empêchât en même temps les parties d'eau qui viennent d'abandonner & de perdre le Nitre qu'elles contenoient, de le recueillir presque aussitôt qu'il commence à se précipiter, & de le faire disparaître en l'obligeant à rentrer dans la liqueur dont il se séparoit.

Enfin, supposé que toutes les circonstances requises concourent à exciter une précipitation dans la liqueur chargée de Nitre & de Sel de Tartre, il est aisé de juger par tout ce qui a été dit, que la précipitation du Nitre ne se fera toujours que dans quelques endroits de cette liqueur, & que la quantité en sera fort petite; c'est aussi ce que j'ai déjà rapporté, que l'expérience m'avoit fait reconnoître.

J'ai même observé que quand l'un des deux Sels que contenoit la liqueur, étoit du Salpêtre, on pouvoit appercevoir quelquefois le premier assemblage des parties de ce Sel, d'où naissoient insensiblement & après un long-temps des aiguilles très fines à la vérité, mais très sensibles par leur longueur, & qui après avoir été suspenduës quelque temps dans la liqueur, formoient au fond du vaisseau une très petite dose de précipité. Nous allons rapporter une autre expérience, où la formation & l'assemblage de ces aiguilles arrivent en bien moins de temps & en plus grande quantité, & peuvent être plus aisément apperçûës.

Il suit de tout ce qui a été dit, que quand une certaine

dose de Sel de Tartre, a pris en quelque sorte son rang & sa place dans un liquide, avec une autre dose de Sel moyen, & que les deux Sels contenus chacun dans leurs courants particuliers obéissent aux mêmes mouvements de ce liquide, comme en vertu de ces mouvements réglés, uniformes, & distribués également à toutes les petites masses d'eau, il regne dans toutes ces petites masses une espece d'équilibre de force, moyennant lequel elles ont bien assés de mouvement pour suivre leur route, & pour résister à l'impulsion des autres masses, au milieu desquelles elles se soutiennent avec vigueur contre leur effort, sans se laisser entamer; mais elles n'en ont pas assés pour faire sur les autres masses une impression différente de celle qu'elles en reçoivent. Le Sel de Tartre par toutes ces raisons, trouve alors bien moins d'occasion, toutes choses d'ailleurs étant égales, de précipiter le Nitre contenu dans les autres masses du liquide avec lesquelles il y nage, que quand après avoir dissout séparément ces deux Sels dans une quantité d'eau, & l'en avoir parfaitement saoulée, on verse la liqueur de Sel de Tartre sur l'autre solution.

Car la liqueur qui tombe à plomb sur l'autre, a en cette occasion un mouvement que n'a point l'autre liqueur, & avec lequel non seulement elle s'y fait jour & détruit l'ordre & l'arrangement de ses courants, mais encore chaque petite portion de l'Huile de Tartre qui perce dans une portion de la solution nitreuse avec laquelle elle se mêle & se confond, force & détermine par sa chute même les parties aqueuses qui contenoient le Nitre, d'enfiler les pores du Sel de Tartre; à peu près, de même qu'un morceau de métal garni de trous, au travers duquel un liquide passeroit librement, & qu'on jetteroit dans un vaisseau rempli d'eau, obligeroit l'eau qu'il presseroit en tombant, de passer au travers de ces pores; & ce qui assure encore d'autant plus dans l'expérience dont il s'agit, l'effet de la précipitation, c'est que chaque petite portion d'Huile de Tartre, tombant toujours sur autant de petites portions de la solution nitreuse, elles ne portent jamais à faux, comme dans le cas précédent, où deux courants

chargés



chargés des mêmes Sels pourroient se rencontrer & se confondre sans qu'il en resultat pour cela aucune précipitation.

---

## R E G L E S

O U

## L O I X G E N E R A L E S

D E S

*IMPULSIONS OBLIQUES DES FLUIDES,*

C O N T R E

*UNE SURFACE PLANE.*

Par M. P I T O T.

**L**Es avantages qu'on peut tirer de la Theorie des impulsions obliques des fluides; m'ont excité à la reduire à des regles generales, & j'ai vû naître avec plaisir de celles que j'ai trouvées, la solution de plusieurs belles & importantes questions résolues, à la verité, par plusieurs grands Géometres, mais par des voyes très différentes & plus compliquées. Je m'étois engagé de travailler sur cette matière dans le Memoire que je donnai l'année dernière, sur ma méthode de déterminer le plus grand effet possible de toutes les machines mûes par des fluides : je considerai dans ce Memoire, que toutes les surfaces choquées par un fluide, étoient opposées directement ou perpendiculairement à sa direction, n'ayant égard qu'aux chocs directs, & me reservant de traiter des chocs ou impulsions obliques. Les regles auxquelles je suis parvenu, & qui seront la matière de ce Memoire, me paroissent les plus simples & les plus commodes qu'on puisse desirer; puisque d'une seule Equation du second degré on peut deduire la situation la plus avantageuse des aîles des Moulins à vent; l'angle que doit faire le gouvernail d'un Navire pour virer le plus promptement qu'il est possible; la situation la plus avantageuse de la Quille d'un Vaisseau, par rapport au vent;

*Mem. 1727.*

. G

celle de la Voile par rapport à celle de la Quille ou de la route donnée; & enfin les deux situations, tant de la Quille que de la Voile pour gagner le plus au vent.

I. Je suppose pour trois principes connus, que si une surface plane reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide, 1.<sup>o</sup> que les forces relatives des impulsions sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidence, 2.<sup>o</sup> que la direction selon laquelle cette surface est poussée par le fluide, est toujours suivant une ligne qui lui est perpendiculaire, appelée par cette raison, *ligne de la force mouvante*, 3.<sup>o</sup> & qu'on peut décomposer cette force totale de l'impulsion du fluide en forces laterales parallèles, & perpendiculaires à telle direction qu'on voudra.

Fig. 1.

II. Si  $AB$  ou  $Ab$  est la surface choquée par l'impulsion d'un fluide suivant la direction  $RAT$  ou  $RPB$ , on voit, après avoir décrit le demi-cercle  $TSO$ , que  $AP$  est le sinus de l'angle d'incidence;  $BG$  perpendiculaire à la surface  $AB$  fera la ligne de la force mouvante : que si la direction donnée est toujours parallèle à une ligne droite donnée  $EAC$ , on lui menera par les points  $B$  &  $b$  les parallèles  $BQF$  &  $bqf$ . Maintenant si  $BG$  exprime la force totale de l'impulsion, ayant mené  $GK$  perpendiculaire à  $BQF$ ,  $BK$  sera la force laterale avec laquelle la surface est poussée suivant la direction  $BQF$  parallèle à  $CAE$ , &  $KG$  la force laterale perpendiculaire à la même direction. Soit encore mené du point  $C$  la perpendiculaire  $CD$  au rayon  $AS$ , & des points  $A$  &  $B$  les perpendiculaires  $AQ$  &  $BV$ , à la direction donnée.

III. Avant que de passer au Calcul de ces forces laterales, il est à propos de faire les observations suivantes.

1.<sup>o</sup> Que la surface  $AB$  peut avoir deux positions différentes sous un même angle d'incidence  $AP$ ; ce qui fait deux cas principaux, le premier lorsque l'angle  $TAB$  est aigu, & le second lorsqu'il est obtus : or il est visible que ces deux angles sont toujours le complement l'un de l'autre.

2.<sup>o</sup> Que lorsque l'angle d'incidence  $ABP$  ou  $TAB$  est moindre que l'angle  $TAC$  ou  $DCA$  fait par la direction

donnée & par celle du fluide, la perpendiculaire  $GK$  tombera à la droite du point  $B$  ou du côté du point  $F$ ; dans ce cas la surface sera poussée latéralement de  $B$  en  $K$  en avançant contre la direction du fluide; & c'est en ce sens que nous prendrons les valeurs positives de cette force. Mais lorsque ce même angle  $ABP$  sera plus grand que l'angle  $ACD$ , le point  $K$  tombera à gauche du point  $B$ , & la surface sera poussée latéralement de  $B$  en  $K$ , en fuyant pour ainsi dire le fluide, ainsi c'est en ce sens que nous devons prendre les laterales parallèles negatives.

Pour ce qui est des laterales perpendiculaires, nous prendrons les positives à droite de la direction donnée, & les negatives à gauche.

Il est à propos d'observer encore, que pour éviter les repetitions, nous avons marqué dans nos figures toutes les lignes du premier cas, par des grandes lettres, & toutes celles du second par des petites, pour appliquer le même raisonnement au calcul de l'un & de l'autre Cas.

IV. Ayant nommé les données  $AS$  ou  $AB, a$ ;  $AD, b$ ;  $DC, c$ ; le sinus de l'angle  $AP, x$ ; la laterale parallèle  $BK, z$ ; & la laterale perpendiculaire  $KG, y$ . Par l'Art. I. l'impulsion perpendiculaire est à l'impulsion oblique, comme  $\overline{AS}$  est à  $\overline{AP}$  ::  $aa. xx. :: a. \frac{xx}{a}$ . Ainsi expriment par  $a$ , la force totale de l'impulsion perpendiculaire à la surface,  $\frac{xx}{a}$  sera celle de l'impulsion oblique, ou la valeur de  $BG$ . Or les triangles semblables  $CDA, BPF$  &  $bPf$  donnent  $CD, c; DA, b; :: BP, \sqrt{aa - xx}; PF, \frac{b}{c} \sqrt{aa - xx}$ . D'où l'on tire dans le premier Cas  $AF = \frac{b}{c} \sqrt{aa - xx} - x$ , & dans le second  $Af = \frac{b}{c} \sqrt{aa - xx} + x$ . Mais  $AC, a; CD, c :: AF \frac{b}{c} \sqrt{aa - xx} \pm x$  de l'un & l'autre Cas, sera à  $AQ$  ou  $Aq, \frac{b}{a} \sqrt{aa - xx} \pm \frac{cx}{a}$ , & de plus les angles  $BGK, BAV,$

ou  $ABQ$  sont égaux, faisant chacun un angle droit avec l'angle  $KBG$ , ainsi les triangles rectangles  $ABV$  ou  $ABQ$  &  $BKG$  sont semblables. D'où l'on tire  $AB, a; AQ$  ou  $BV, \frac{b}{a} \sqrt{aa - xx} - \frac{cx}{a} \mp \frac{cx}{a} :: BG, \frac{xx}{a}. BK, \frac{bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3}{a^3}$   
 $= z$ , valeur de la force laterale parallèle à la direction donnée pour l'un & l'autre Cas, sçavoir  $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3}{a^3} = z$   
 pour le premier, &  $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$  pour le second.

Pour avoir maintenant l'expression de la force laterale perpendiculaire  $KG, y$ , les mêmes triangles semblables que ci-dessus, donnent  $CD, c. CA, a :: BP, \sqrt{aa - xx}. BF, \frac{a}{c} \sqrt{aa - xx}. \& AC, a. AD, b :: AF, \frac{b}{c} \sqrt{aa - xx} \mp x$   
 $FQ, \frac{bb}{ac} \sqrt{aa - xx} \mp \frac{bx}{a}, \& \text{enfin } AB, a. BQ \text{ ou } BF - FQ = \frac{a}{c} \sqrt{aa - xx} - \frac{bb}{ac} \sqrt{aa - xx} \mp \frac{bx}{a} ::$   
 $BG, \frac{xx}{a}. KG, y = \frac{aaxx\sqrt{aa - xx} - bbbx\sqrt{aa - xx}}{a^3c} \mp bcx^3$ ,  
 valeur de la laterale perpendiculaire de l'un & l'autre Cas; que je reduis à  $cx x \sqrt{aa - xx} \pm bx^3 = a^3 y$ , en substituant  $cc$  pour  $aa - bb$ , nous avons donc les 4 égalités suivantes.

$$1. \ bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3 = a^3 z.$$

$$2. \ bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3 = a^3 z.$$

$$3. \ cxx\sqrt{aa - xx} + bx^3 = a^3 y.$$

$$4. \ cxx\sqrt{aa - xx} - bx^3 = a^3 y.$$

La 1<sup>re</sup> pour les laterales parallèles du premier Cas, la 2<sup>me</sup> pour celles du second, la 3<sup>me</sup> pour les laterales perpendiculaires du premier Cas, & la 4<sup>me</sup> pour celles du second.

Fig. 2. V. Pour construire les lieux des Egalités ci-dessus, ou, ce qui est le même, pour trouver les valeurs des forces laterales correspondantes à tous les angles d'incidences, on menera du point  $P$  la perpendiculaire  $PI$  à la surface  $AB$ ; & du point  $I$  la perpendiculaire  $IL$  à la ligne de direction donnée: je dis



que  $IL$  est l'expression de la laterale parallèle du premier Cas,  $iL$  celle du second;  $AL$  la laterale perpendiculaire du 1<sup>er</sup> Cas, &  $AL$  celle du second : ainsi si l'on fait sur le point  $P$  les ordonnées  $PM=IL$ ,  $Pm=iL$ ,  $PN=AL$ , &  $Pn=Ai$ , on aura les 4 points  $M, m, N$  &  $n$ ; dont le 1<sup>er</sup>  $M$  fera à la Courbe ou au lieu  $AME$  des laterales parallèles du premier Cas, le 2<sup>me</sup>  $m$ , fera à la Courbe ou au lieu  $AmE$  des laterales parallèles du second Cas, le 3<sup>me</sup>  $N$  à la Courbe  $ANH$  des laterales perpendiculaires du premier Cas, & enfin le 4<sup>me</sup>  $n$ , fera un point de la Courbe  $AnH$  des laterales perpendiculaires du second Cas.

Si l'on fait la même operation pour tous les points  $P$ , ou tous les sinus des angles d'incidences  $AP$ , on formera les 4 rameaux  $AME, AmE, ANH$  &  $AnH$ , ou les deux folium  $AMEmA$  &  $ANHnA$ , dont le 1<sup>er</sup> est le lieu de toutes les laterales parallèles, & le 2<sup>me</sup> celui des laterales perpendiculaires.

## D É M O N S T R A T I O N.

Les triangles semblables  $ABP, API$  donnent  $AB, a, AP, x :: AP, x. AI, \frac{x^2}{a}$ , valeur de la force totale  $BG$ ; mais Fig. 1 & 11.  
le triangle  $AIL$  est semblable au triangle  $ABV$  ou  $BAQ$ , & par conséquent au triangle  $KBG$ . Or les deux triangles rectangles semblables  $AIL, KBG$  ayant leurs hypoteneuses  $AI$  &  $BG$  égales, sont entierement égaux, ainsi  $PM=BK$  &  $PN=KG$ .

VI. Si dans l'Equation des forces laterales parallèles  $bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$  on suppose  $x=b$ , on aura  $b^3c+bx^3=a^3z$ . D'où il suit qu'au point où  $x=b$ , la force laterale parallèle est dans le premier Cas égale zero, & dans le second égale à  $\frac{2b^3c}{a^3}$ , ainsi le premier rameau  $AME$  coupe l'axe  $AS$  au point  $D$ .

Si l'on fait  $x=a$ , on trouvera dans la même Egalité  $z=-c$  dans le premier Cas, &  $z=+c$  dans le second;

ce qui montre que  $SE = DC$ , & que les deux rameaux se rencontrent au point  $E$  de la droite  $HSE$  perpendiculairement à l'axe  $AS$ , que si l'on fait  $x = b$  dans l'Equation des laterales perpendiculaires, on aura dans le premier Cas  $y = \frac{bb}{a}$ , & dans le second  $y = \frac{bbcc - b^4}{a^3}$ , & lorsque  $x = a$ , on a dans les deux Cas  $y = b$  ou  $SH = AD$ .

VII. Chaque rameau a son *Maximum*, c'est-à-dire, qu'il y a dans chaque Cas une position la plus avantageuse de la surface  $AB$  pour les plus grandes forces laterales parallèles & perpendiculaires. Or pour trouver le *Maximum* du 1<sup>er</sup> rameau  $AMDE$ , ou la plus grande force laterale parallèle du 1<sup>er</sup> Cas, on prendra suivant la méthode la différence de

$$bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3 = a^3z, \text{ qui est } \frac{2baaxdx - 3bx^2dx}{\sqrt{aa - xx}}$$

—  $3cx^2dx = a^3dz$ , & qu'il faut supposer égale à zero pour avoir cette égalité  $2aab - 3bxx - 3cx\sqrt{aa - xx} = 0$ , de laquelle ayant ôté l'incommensurable, substitué  $aa$  au lieu de  $bb + cc$ , & divisé tout par  $aa$ , on tirera l'Equation suivante,

$$x^4 - aaxx = -\frac{4}{9}aabb \\ -\frac{1}{3}bbxx,$$

dont les racines sont

$$xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}.$$

Que si l'on veut avoir le *Maximum* du rameau  $AmE$ , ou la plus grande force laterale parallèle du second Cas, on fera comme ci-dessus la différence de

$bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3 = a^3z$  égale à zero pour avoir l'égalité  $2aab - 3bxx + cx\sqrt{aa - xx} = 0$ , sur laquelle ayant fait les mêmes operations que ci-dessus, on aura précisément la même Equation que nous venons de trouver.

$$x^4 - aaxx = -\frac{4}{9}aabb \\ -\frac{1}{3}bbxx.$$

Cette Equation renferme donc les *Maximum* des deux Cas, ou des deux rameaux  $AME$  &  $AmE$ ; & en effet ces deux

racines sont réelles & positives, & il est visible que la plus

petite  $x = + \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb - \frac{1}{2}Va^4}$ , &c. donne le sinus d'incidence pour le *Maximum* du premier Cas; & la plus

grande  $x = + \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb + \frac{1}{2}Va^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}$  donne celui du second Cas.

VIII. On trouvera de la même manière la plus grande force laterale perpendiculaire du 1<sup>er</sup> Cas, ou le *Maximum* du rameau *ANH* en prenant la différence de

$cxxVaa - xx + bx^3 = a^3y$  qu'on supposera égale à zero pour en tirer l'égalité

$2caa - 3cxa + 3bxVaa - xx = 0$ , & qu'on reduira à cette Equation,

$$x^4 - aaxx = -\frac{4}{9}aacc - \frac{1}{3}ccxx$$

toute semblable à celle de l'Article precedent, excepté que *c* se trouve au lieu de *b*.

C'est encore ici la même chose que dans l'Article precedent, c'est-à-dire que les deux racines

$$xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}cc \pm \frac{1}{2}Va^4 - \frac{10}{9}aacc + \frac{1}{9}c^4,$$

donnent les *Maximum* des deux rameaux des laterales perpendiculaires, avec cette seule différence, que la plus grande racine donne le *Maximum* du premier Cas, & la petite celui du second.

IX. Si l'on veut avoir les sinus d'incidence où les forces laterales parallèles & perpendiculaires sont égales, ou le point d'interception des rameaux *AME* & *ANH* dans le premier Cas; & des rameaux *AmE*, *AnH* dans le second, on fera simplement  $bVaa - xx - cx = cVaa - xx + bx$  dans le premier Cas,

&  $bVaa - xx + cx = cVaa - xx - bx$  dans le second.

D'où l'on tirera pour l'un & l'autre Cas  $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa - bc}$ .

Mais pour avoir le point d'interception *z*, on voit qu'il faut

faire  $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$ . D'où l'on tirera  $x=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4-aa bc}{aa-2bc}}$ .

X. L'Angle d'incidence ou son sinus  $x$  étant donné pour trouver la force laterale parallèle, on substituera la valeur donnée de  $x$ , que je nomme  $p$ , dans l'Equation

$bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$  pour avoir

$z=\frac{b p p \sqrt{a a-p p}+c p^3}{a^3}$ . On fera la même chose pour les laterales perpendiculaires.

XI. Que si la force laterale parallèle est donnée, & qu'on se propose de trouver l'angle d'incidence, on substituera cette force donnée que je nomme  $f$ , dans l'Equation des deux

Cas  $bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z$  pour avoir

$bxx\sqrt{aa-xx}=a^3f\pm cx^3$ ; de laquelle ayant ôté l'incommensurable & divisé par  $aa$ , on aura dans le premier

Cas  $x^6-bbx^4+2acfx^3+a^4ff=0$ , & dans le second

$x^6-bbx^4-2acfx^3+a^4ff=0$ , dont l'une des racines donnera la valeur de  $x$ , sinus de l'angle d'incidence.

On fera précisément de même pour les laterales perpendiculaires.

Fig. 3. XII. Considerant maintenant que la direction donnée  $CAF$  soit perpendiculaire à celle du fluide  $RAT$  ou  $RPB$ , il est visible que dans cette supposition, les points  $D$  &  $C$  se confondront avec le point  $S$ , le point  $V$  avec le point  $P$ , & la ligne  $BQF$  sera parallèle à la ligne  $SA$ ; ainsi  $DC$ ,  $c$ , devient égal à zero, &  $AD$ ,  $b=a$  effacent donc les termes où  $c$  se trouve dans nos Egalités, (*Art. IV.*) & substituant  $a$  au lieu de  $b$ , on aura  $xx\sqrt{aa-xx}=aa z$  pour les laterales parallèles des deux Cas, &  $x^3=aa y$  pour les laterales perpendiculaires. D'où il suit que les deux rameaux des laterales parallèles deviennent entierement semblables, aussi bien que ceux des laterales perpendiculaires.



XIII. Lorsque  $x=a$ , la 1<sup>ere</sup> Egalité  $xx\sqrt{aa-xx}=aa\alpha$ , donne  $z=0$ , & la seconde  $x^3=aa\gamma$ , donne  $\gamma=a$ ; d'où l'on voit que l'angle d'incidence étant droit, la force laterale parallèle à la direction  $SAF$ , ou perpendiculaire à celle du fluide, est nulle, & que celle de la laterale perpendiculaire à la même direction, ou parallèle à celle du fluide est égale à la force totale de l'impulsion.

XIV. Pour avoir les *Maximums* des rameaux  $AMS$ ,  $AmS$  ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction du fluide, on fera simplement, (*par les Art. VII. & XII.*)  $b=a$  dans

$$xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}bb\pm\frac{1}{2}Va^4-\frac{10}{9}aabb+\frac{1}{9}b^4$$

pour avoir  $xx=\frac{2}{3}aa\pm\sqrt{0}$  ou  $x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}aa$ . Or ces 2 valeurs de  $x$  étant ici égales, prouvent l'évidence de nos Calculs; car on voit visiblement d'ailleurs, que dans ce Cas particulier les deux rameaux sont entierement semblables.

XV. Que si l'on veut avoir dans ce même Cas le *Maximum* des rameaux  $ANH$ ,  $Anh$  ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction  $SAF$  parallèle à celle du fluide, on fera (*par les Art. VIII & XII.*)  $c=0$  dans

$xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}cc\pm\frac{1}{2}Va^4-\frac{10}{9}aacc+\frac{1}{9}c^4$ ; & on trouvera  $x=\pm a$  &  $x=0$ . D'où l'on voit que les rameaux ou la Courbe des laterales parallèles à la direction du fluide, n'a point de *Maximum*; en effet cette Courbe devient ici la 1<sup>ere</sup> parabole cubique, & fait voir évidemment que dans ce Cas les laterales perpendiculaires à la direction  $SAF$  vont toujours en augmentant, & deviennent enfin égales à la force totale de l'impulsion lorsque la surface  $AB$  est en  $AS$ .

XVI. On aura le point d'interception des rameaux  $AMS$ ,  $ANH$  en faisant  $c=0$  dans  $x=\sqrt{\frac{1}{2}aa-bc}$  que nous avons trouvé, (*Art. IX.*) pour avoir  $x=\sqrt{\frac{1}{2}aa}$ . D'où l'on voit que dans ce Cas les forces laterales sont égales lorsque l'angle d'incidence est de 45 degrés.

*Mem. 1727.*

. H

XVII. Nous n'entrerons pas dans un plus long détail de ce Cas particulier ; on pourra y appliquer facilement les Calculs des Art. X & XI. Mais nous ajoûterons encore ici en forme de supplément, 1.<sup>o</sup> qu'on peut représenter toutes les forces totales  $BG$  par les Ordonnées d'une Parabole : car si l'on fait  $BG = t$ , on aura par l'Art. II  $\frac{xx}{a} = t$  ou  $xx = at$ , Equation de la Parabole ; 2.<sup>o</sup> qu'une force totale  $BG$  étant donnée, le lieu de sa décomposition en deux laterales pour toute sorte de direction, est un Cercle qui a  $BG$  pour diametre, ce qui est clair à cause de l'angle droit  $BKG$ .

XVIII. Pour faire maintenant les applications de nos principes, & de nos regles, nous commencerons par en déduire la disposition la plus avantageuse des aîles des Moulins à Vent ordinaires.

Fig. 1 & 4.

Si l'on décompose la force totale de l'impulsion que chaque aîle  $ABCD$  reçoit du Vent, en deux forces laterales, l'une suivant la direction  $AF$  perpendiculaire à celle du Vent  $RA$  ou  $PR$ , & l'autre suivant  $AT$  perpendiculaire à  $AF$ , ou parallèle à la ligne du Vent  $RA$ , on verra clairement que de ces deux forces, celle qui est parallèle à la direction du Vent est en pure perte, puisqu'elle pousse seulement les aîles dans la direction du Vent ou de l'arbre  $XY$ , qui est toujours supposé parallèle au Vent : il n'y a donc que la force laterale de l'impulsion du Vent, perpendiculaire à sa direction, qui fait tourner le Moulin, ainsi la situation la plus avantageuse des aîles, doit être telle que cette force soit la plus grande. Or nous avons trouvé, (*Art. XIV,*) que le sinus de l'angle d'incidence que la surface  $AB$  représentée ici par l'aîle du Moulin, doit faire pour avoir cette plus grande force, est  $AP$ ,  $x = V\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ , qu'on trouvera dans les tables de sinus de  $54^{\circ} 44'$ . D'où l'on voit que la largeur des aîles ou volans  $AB$  doit être inclinée à l'arbre  $XY$  de  $54^{\circ} 44'$ .

M. Parent a donné la solution de cette question dans ces Elements de Mechanique & de Physique, mais par une voye très compliquée.

XIX. Posons maintenant que la surface  $AB$  représente le gouvernail d'un Navire, dont  $AE$  est la Quille;  $BPR$  représente ici la direction du fil de l'Eau, toujours parallèle à la Quille. Pour trouver l'angle le plus avantageux  $BAE$  ou  $BAT$ , que le gouvernail  $AB$  doit faire avec la Quille  $AE$ , pour virer ou changer de route le plus promptement qu'il est possible, on décomposera la force de l'impulsion de l'Eau en deux forces laterales parallèles & perpendiculaires à sa direction; & considerant leurs effets séparément, on verra que la force laterale parallèle poussant le gouvernail dans la direction  $AT$  ou  $PB$ , est directement opposée au mouvement du Vaisseau, tandis que la laterale perpendiculaire tend à le faire virer, en poussant la poupe  $A$  dans la direction  $AF$ . D'où l'on voit clairement, que la plus grande force laterale suivant la direction  $AF$  perpendiculaire à celle de l'Eau, doit faire virer le Navire le plus promptement qu'il est possible; ainsi par l'Art. XIV, on aura le sinus de l'angle d'incidence  $ABP$  ou  $BAT$   $x = \sqrt{\frac{2}{3}}aa$ .

Fig. 5.

M. Renaud, est je crois, le premier qui a traité cette question dans sa Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, p. 64. La solution qu'il en a donnée, a été approuvée par M.<sup>rs</sup> Huguens & Bernoulli, quoi-qu'il ait voulu s'en retracter lui-même dans une de ces réponses aux objections de M. Huguens. Le P. Paul Hoste publia peu de temps après une nouvelle démonstration de cette question dans son Traité des Evolutions Navales; enfin M.<sup>rs</sup> Huguens, Bernoulli & Guinée en ont donné chacun une solution particulière.

XX. Pour appliquer nos principes à la resolution des principaux & des plus utiles Problèmes de la Manœuvre des Vaisseaux, nous supposerons avec M.<sup>rs</sup> Renaud, Huguens & Bernoulli, que la dérive est nulle ou insensible. Cela posé pour trouver la direction la plus avantageuse de la Quille  $XF$  pour gagner au Vent dans le Cas le plus simple, qui est lorsque la Voile  $BAI$  est parallèle à la Quille  $XF$ .

Fig. 6.

La force totale  $BG$  de l'impulsion du Vent sur la Voile

$AB$ , étant décomposée en deux laterales  $BK, KG$ ; l'une parallèle à sa direction, & l'autre perpendiculaire, on verra évidemment que ce n'est qu'en vertu de la force laterale perpendiculaire  $BK$ , que le Vaisseau peut aller dans la direction  $XAF$  en gagnant au Vent, car la laterale  $KG$  lui est directement opposée. D'où l'on voit que dans ce Cas l'inclinaison de la Voile  $AB$  ou de la Quille  $XAF$  doit être telle que la force laterale perpendiculaire à la direction du Vent soit la plus grande de toutes, & que par conséquent ce Cas se réduit encore au Calcul de l'Art. XIV. c'est-à-dire, que pour avoir la position la plus avantageuse de la Quille pour gagner au Vent, on doit faire le sinus  $APx = V\frac{2}{3}aa$ .

XXI. Les trois questions que nous venons de résoudre; ne sont, à proprement parler, que des applications du seul & même principe de l'Art. XIV. Les voyes différentes que plusieurs grands Géometres ont employées pour les résoudre, montrent combien il est avantageux de proceder dans ces recherches par des principes generaux; car bien souvent plusieurs verités particulières ne sont que des suites ou des conséquences d'un seul principe.

Nous pourrions rapporter ici plusieurs autres applications utiles & curieuses de ce même principe de l'Art. XIV, tel est le mecanisme employé ingenieusement pour les Bac ou Bateau de passage de quelques Rivières, comme le Rhône, &c. le devant du Bateau, ou la Prouë étant une fois dirigée obliquement au fil de l'Eau, par le moyen du Gouvernail ou autrement, le Bateau passe tout seul par la seule force de l'impulsion qu'il reçoit de l'Eau.

Fig. 7. Voici en deux mots comment cela se fait. On tend sur deux grands arbres, ou des enfourchements  $ab$  &  $cd$ , une longue Corde  $e, b, p, d$ , tout au travers de la Riviere, sur laquelle roule une Poulie ou Grenouillette  $p$ ; c'est à cette Poulie que le Bateau ou Bac  $ABCD$  est attaché par la Corde  $pf$ . Or il est visible que ce Bateau recevant obliquement l'impulsion de l'Eau, dont la force totale étant décom-



posée en deux laterales, l'une parallèle, & l'autre perpendiculaire à son courant, la Corde *pf* résiste à la laterale parallèle, & la laterale perpendiculaire pousse le Bateau dans la direction *PAF*, & lui fait traverser la Riviere. D'où l'on voit que pour passer le plus promptement qu'il est possible, il faut que l'angle d'inclinaison *ABP* soit tel que la laterale perpendiculaire au courant de l'Eau soit la plus grande de toutes, ou (*par l'Art. XIV,*) que le sinus d'incidence *AP*

$$x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}.$$

On voit aisément, que le Bac passe d'autant plus vite, que le courant de la Riviere est plus rapide, & que cet usage ne seroit pas fort expeditif sur les Rivières d'un courant mediocre, telle que la Seine, & encore moins sur la Loire.

XXII. La route d'un Vaisseau, ou, ce qui est le même, Fig. 1 & 8.

l'angle de la Quille *CF* & de la ligne du Vent *CR* étant donné, pour déterminer la situation la plus avantageuse de la Voile *AB*, pour gagner au Vent dans le Cas qu'on va au plus près du Vent, & pour le fuir dans le Cas du Vent large; on prendra seulement (*dans l'Art. VII,*) la direction donnée *CAF* pour celle de la Quille, la surface *AB* pour la surface de la Voile, & on verra clairement par ce même Art. que le *Maximum* du 1<sup>er</sup> rameau *AME* ou la plus petite

$$\text{racine } x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb - \frac{1}{2}Va^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}$$

fera le sinus de l'angle d'incidence de la situation la plus avantageuse de la Voile *AB* pour aller dans la direction ou la route *CAF* en gagnant au Vent; & que le *Maximum* du second rameau *AmE* fera de même le sinus d'incidence ou la plus grande valeur de

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb + \frac{1}{2}Va^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}$$

pour aller dans la même direction ou la route *FAC* en perdant au Vent, ou de Vent large; surquoi il faut bien observer de prendre dans ce second Cas l'angle d'incidence, dont *AP*, *x* est le sinus dans le quart de cercle *AOS*; car par l'Art. III;

$TAB$  étant toujours l'angle d'incidence du 1<sup>er</sup> Cas,  $OAB$  est toujours celui du second.

M. Huguens a résolu le premier cette question, mais il en avoit caché l'analyse, que M. Bernoulli a développée ensuite dans sa Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, qu'il a publiée en 1714.

Fig. 8.

XXIII. Pour avoir maintenant la situation la plus avantageuse de la Voile, qui convient à la situation la plus avantageuse de la Quille que nous avons trouvée, (Art. XX.) & avoir par conséquent les deux situations, tant de la Voile que de la Quille pour gagner le plus au Vent, on fera  $AD$ ,  $b = V_{\frac{2}{3}}aa$ ; car il est visible que  $B$  est toujours le sinus de l'inclinaison donnée, laquelle est ici la même que celle de la Quille ou de la route du Vaisseau, substituant donc  $V_{\frac{2}{3}}aa$  à la place de  $b$  dans

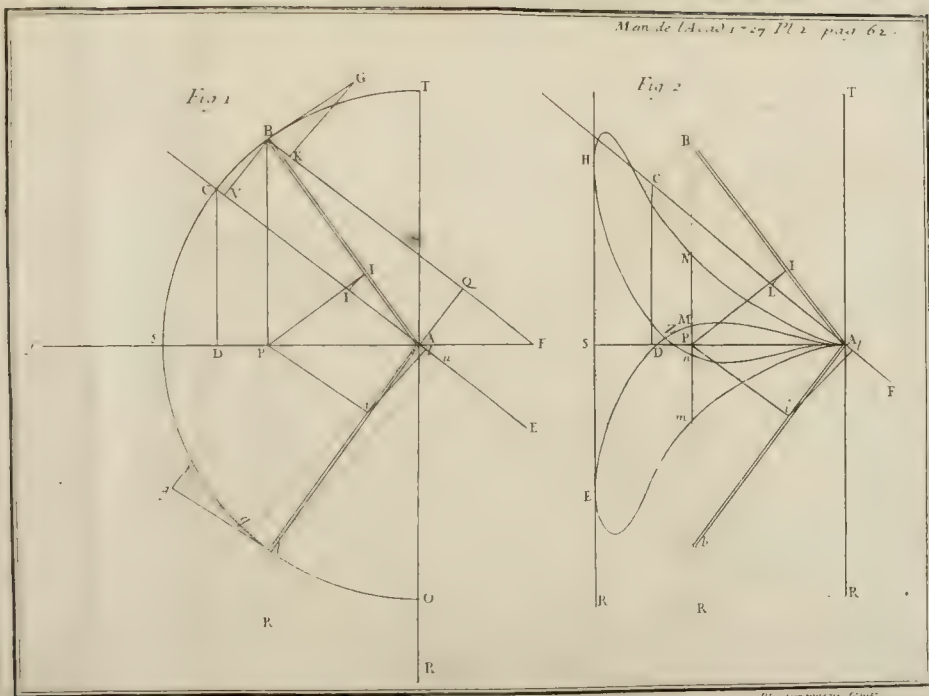
$$x = V_{\frac{1}{2}}aa + \frac{1}{6}bb + \frac{1}{2}Va^4 - \frac{1}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4, \text{ on aura}$$

$x = V_{\frac{11}{18}}aa + \frac{5}{18}aa$  ou  $x = V_{\frac{1}{3}}aa$ , &  $x = V_{\frac{8}{9}}aa$ . Or il est clair que la petite racine  $x = V_{\frac{1}{3}}aa$  est le sinus de l'angle d'incidence que la Voile  $AB$  doit faire avec la ligne du Vent  $RPB$ , pour avoir avec la situation la plus avantageuse de la Quille le plus grand avantage à gagner au Vent : on voit que ces deux sinus d'incidence  $x = V_{\frac{1}{3}}aa$  &  $x = V_{\frac{8}{9}}aa$ , le premier de la situation la plus avantageuse de la Quille, & le second de celle de la Voile, sont le complement l'un de l'autre, ainsi que M. Bernoulli l'a remarqué.

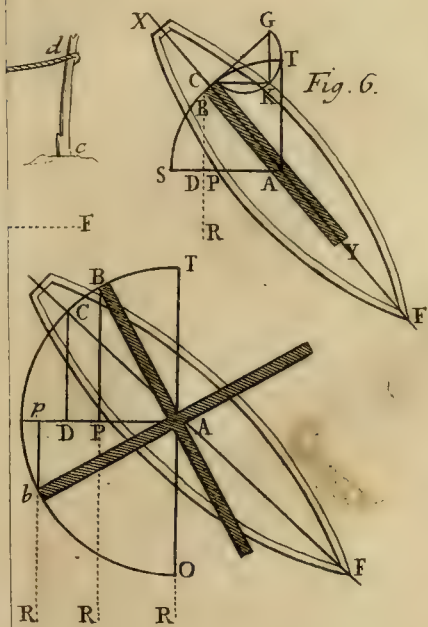
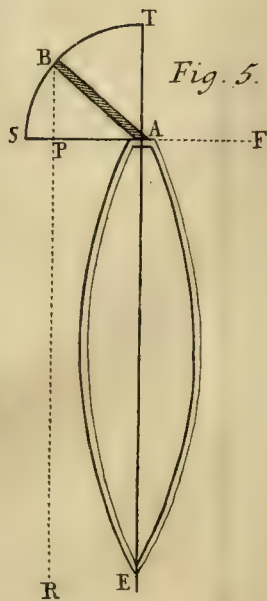
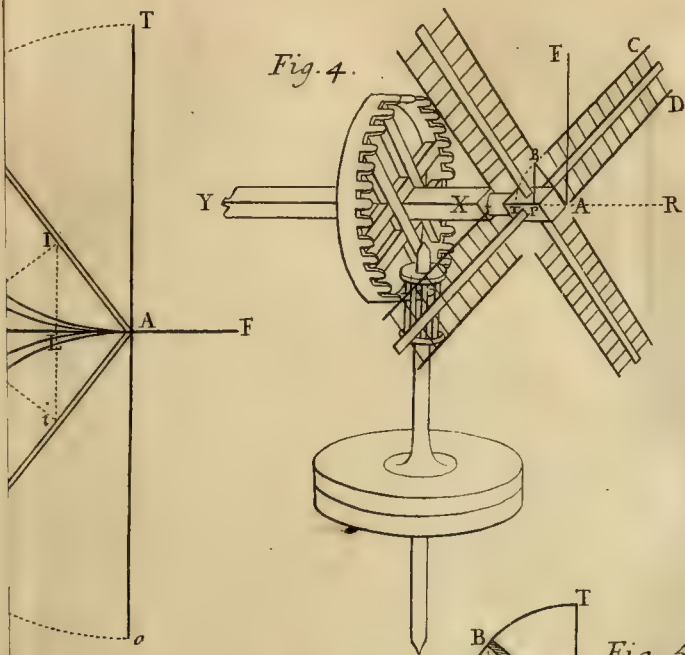
Quant à la plus grande racine  $x = V_{\frac{8}{9}}aa$ , elle est, comme dans l'Art. precedent, le sinus de l'angle d'incidence de la Voile, pour aller de Vent large dans la direction ou la route  $FAC$ , dont l'angle d'inclinaison est  $b = V_{\frac{2}{3}}aa$ .

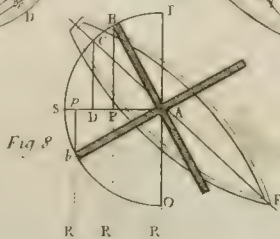
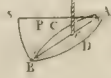
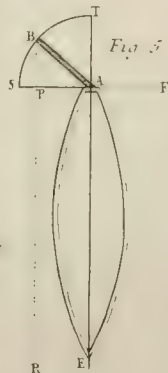
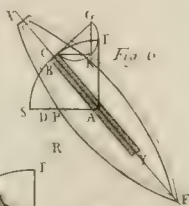
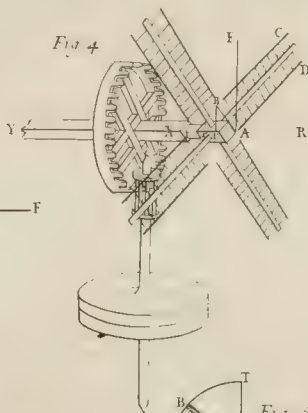
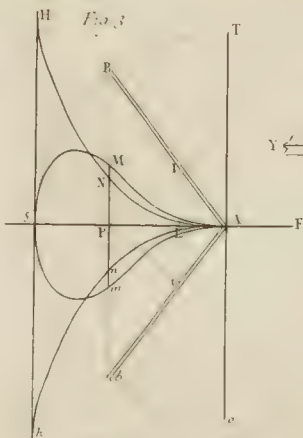












# DISSERTATION ASTRONOMIQUE SUR LE MOUVEMENT

DE

## LA LUNE, ET DE LA TERRE,

Où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour  
de l'autre, comme Satellite.

Avec des Remarques sur les Satellites en général.

Par M. DE MAIRAN.

IL est surprenant que parmi un si grand nombre d'arran- 26 Avril  
gemens, & de mouvemens différens, souvent assés 1727.  
bizarres, attribués aux parties de l'Univers, le système du *Assemblée*  
mouvement de la Terre autour de la Lune n'ait été imaginé *publique.*  
par aucun Philosophe ancien ou moderne, ou que l'ayant été,  
il soit demeuré inconnu, & sans sectateurs. Ce n'est point là  
pourtant une de ces idées de pur caprice, manifestement  
contraires aux apparences celestes, & aux Observations. Nos  
yeux ne nous disent pas plus distinctement de la Lune, qu'elle  
tourne autour de la Terre, qu'ils ne nous l'avoient dit du  
Soleil, & des autres Planetes, aussi-bien que des Etoiles fixes.  
Et à l'égard des raisons qu'on est obligé d'employer pour  
renverser un tel système, elles dépendent de circonstances  
assés délicates, & qui auroient pû échapper long-temps aux  
Observateurs, ou être éludées par la complication de quel-  
que autre hypothese. *Ptolomée* originaire d'Egypte, & au  
milieu d'Alexandrie, a soutenu le mouvement de Venus, &  
de Mercure autour de la Terre, quoi-que dans le système  
Egyptien, qui ne pouvoit manquer de lui être très connu;  
& qui étoit en cela conforme à la nature, ces deux Planetes  
fissent leurs revolutions autour du Soleil. \* Il faut bien cepen-  
dant que le système de *Ptolomée* ait paru dans la suite absolu-

\* *Macrob.*  
*Somn. scip.*  
l. 1. c. 19.

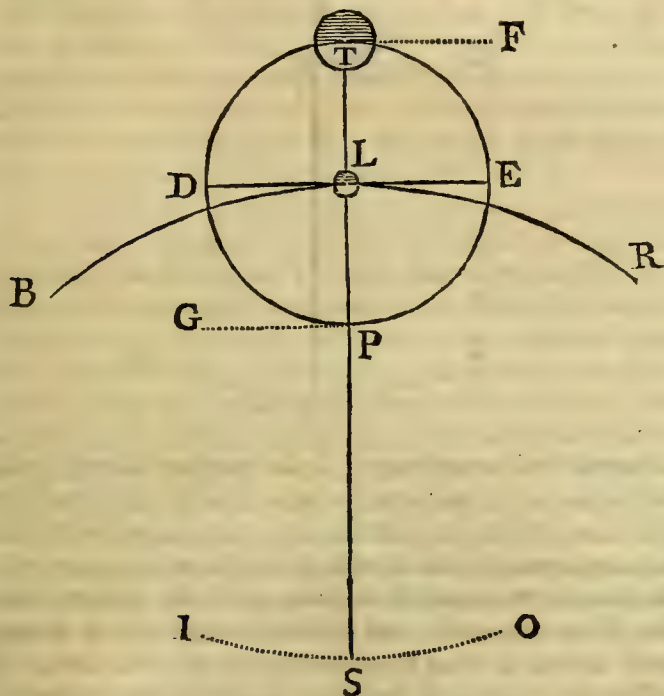
ment insoutenable à cet égard; puisque *Ticho-Brahé*, *Argolus*, *Riccioli*, & tous les Astronomes les plus jaloux de l'immobilité de la Terre, & qui ont fait de si grands efforts pour lui conserver le privilege d'être le centre des mouvemens celestes, n'ont pû se dispenser de faire tourner tout au moins Venus & Mercure autour du Soleil. Le système dont il s'agit ici auroit pû sans doute avoir un semblable sort, s'il favorisoit autant les mêmes préjugés. Il y a long-temps apparemment qu'il auroit été imaginé, & deffendu avec chaleur, peut-être même avec succès, sur-tout en des siècles où l'on n'avoit ni les Instrumens, ni les Pendules que nous avons aujourd'hui, & où l'on ne faisoit nulle difficulté, à la première inégalité de mouvement qui se presentoit, d'appeller à son secours les Excentriques, & les Epicycles. Quoi-qu'il en soit, il paroît depuis peu une Dissertation ingenieuse sur les causes du Flux & Reflux de la Mer, \* où l'Auteur établit pour principe, & tâche de démontrer que c'est la Terre qui tourne autour de la Lune, & non la Lune autour de la Terre, comme on l'avoit crû jusqu'à present. *Baliani* noble Genoïs très sçavant, qui vivoit vers le milieu du dernier siècle, & qui a écrit plusieurs Traités de Philosophie, & de Mathematique, avoit eu une semblable pensée, & par rapport à l'explication du même Phénomène. \* Mais l'ayant proposée sans preuves, dans un pays, & en un temps, où tout système fondé sur la mobilité de la Terre étoit tenu pour suspect, & contraire à des vérités superieures, elle fut étouffée dès sa naissance, & n'eut aucune suite. Je ne prétends point insinuer que l'Auteur de la nouvelle Dissertation ait puisé son sentiment dans cette source, qu'il a pû ignorer, & que j'ignoreis moi-même, quand son ouvrage m'est tombé entre les mains. J'avouë au contraire, que la hardiesse, & la singularité de son hypothese ont picqué ma curiosité, & qu'accoûtumé à regarder la Lune comme nôtre Satellite, & la Terre comme la Planete principale, j'ai senti quelque impatience de sçavoir ce qu'il en falloit penser. Voici la Méthode que j'ai tenuë pour y parvenir : elle consiste principalement à déterminer par la comparaison des vitesses

de la

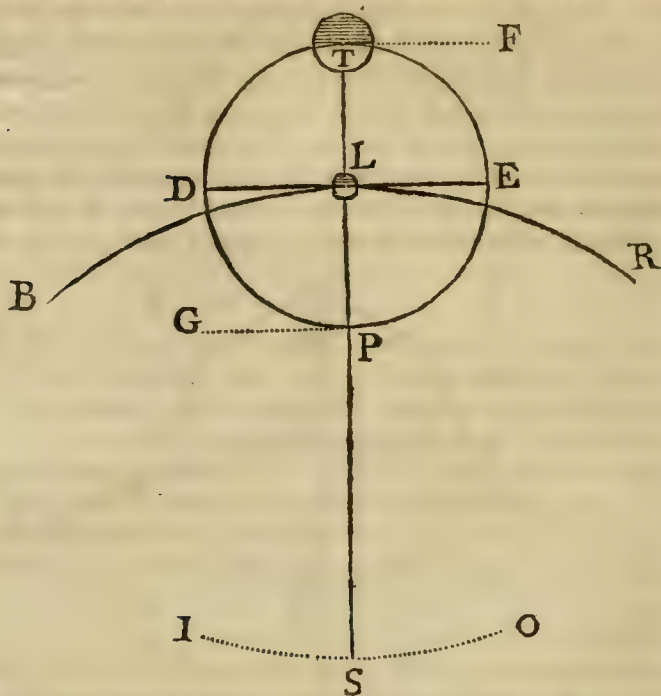
\* Par le R.  
P. D. Jacques Alexandre Bénédictin.  
Imprimée à  
Bordeaux  
en 1726,  
et ensuite à  
Paris, chez  
Babuty.  
\* *Epist. ad Ricciol. q. v. in ejus Alm. t. 2. l. 9. sect. 4. c. 15.*



de la Terre, & de la Lune dans leurs orbites, les irregularités que nous devrions appercevoir dans le mouvement propre & apparent du Soleil, si celui qu'on attribué à la Terre, dans cette hypothese, étoit réellement dans la Nature. Les preuves tirées de ce principe seront accompagnées de quelques autres, & de réflexions générales sur les propriétés qui conviennent aux Satellites qui nous sont connus, & qui ne sçauroient convenir à la Terre.



Supposons que la Terre tourne en effet autour de la Lune, & sur la même Orbite que nous avons donnée jusqu'ici à cette Planete, qui par conséquent, se trouvera placée sur le grand Orbe où étoit la Terre, selon le système de *Copernic*, & avec lequel elles étoient emportées toutes les deux autour du Soleil, dans l'espace d'une année. La Terre aura donc



deformais trois mouvements; le mouvement diurne, qui se fait sur son axe, le mouvement periodique ou menstruel, qui se fera autour de la Lune, & le mouvement annuel, qui se fera toujours autour du Soleil; mais qu'elle n'aura plus qu'en vertu du mouvement annuel de la Lune qu'elle suit comme Satellite. Nous n'avons ici nul besoin de considerer le mouvement diurne, & nous ne parlerons que des deux autres.

Soit *S* le Soleil, *L* la Lune, & *BR* l'Orbe annuel; *T* la Terre, & *TEPD* l'Orbite Terrestre.

Il est clair que nous aurons nouvelle Lune, lorsque la Terre sera en *T*, hors de l'Orbite *BR*, sur le rayon prolongé *SPLT*, & pleine Lune, lorsqu'elle sera en *P*, dans l'Orbite *BR*, sur le même rayon accourci, *SP*. Et si l'on suppose que le mouvement annuel, tant de la Lune que de la Terre, se fait de *B*

vers  $R$ , le mouvement periodique de la Terre se fera de  $T$  vers  $F$  dans la nouvelle Lune, & de  $P$  vers  $G$  dans la pleine Lune; conforme dans le premier cas, & contraire dans le second au mouvement annuel. Il en sera de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil, qui dans la même supposition du mouvement annuel de la Lune, de  $B$  vers  $R$ , doit nous paroître aller de  $S$  vers  $I$ .

Donc le mouvement periodique de la Terre autour de la Lune doit augmenter son mouvement annuel, & le mouvement apparent du Soleil, lorsqu'elle est en  $T$ , & que nous voyons nouvelle Lune, & le diminuer, lorsqu'elle est en  $P$ , & que nous voyons pleine Lune. Car c'est autant de nouveau mouvement à ajouter, ou à ôter à celui qu'on suppose qu'elle a déjà dans le système ordinaire de *Copernic*.

Les Auteurs qui ont traité de l'Astronomie Comparative, ou qui, par quelque fiction se sont transportés sur le globe Lunaire, n'ont pas oublié d'y remarquer cette Inégalité apparente de mouvement, applicable à toute Planete qui tourne autour d'une autre. Mais comme ils n'ont pensé sérieusement ni à établir, ni à refuter l'immobilité de la Lune, ou le mouvement periodique de la Terre autour d'elle, ils n'ont fait là-dessus que des réflexions générales, qui ne sçauroient suffire pour décider la question.

Si la vitesse réelle du mouvement propre & periodique de la Terre autour de la Lune, étoit plus grande que la vitesse du mouvement annuel, elle nous feroit donc paroître le Soleil rétrograde, & aller vers  $O$ , lorsque la Terre seroit en  $P$ , & qu'elle tendroit vers  $G$ , c'est-à-dire, à toutes les pleines Lunes, & un peu avant & après, plus ou moins, selon l'excès de cette vitesse sur celle du mouvement annuel. Ce qui est évident, puisqu'il y auroit alors plus de mouvement à lui ôter en ce sens, qu'elle n'en a en sens contraire autour du Soleil. Mais comme nous sçavons que la vitesse du mouvement periodique réel ou apparent de la Lune, & par conséquent celle du mouvement qu'on suppose ici à la Terre, est beaucoup plus petite que celle du mouvement annuel, la

rétrogradation apparente du Soleil, ni l'absurdité qu'on en tireroit contre le mouvement de la Terre autour de la Lune, ne peut avoir lieu. Il s'agit donc de sçavoir, si dans l'hypothèse de ce mouvement, l'accélération du mouvement du Soleil dans les nouvelles Lunes, & son retardement dans les pleines Lunes, doivent être sensibles, ou insensibles. S'ils sont insensibles, nous ne sçaurions trouver, du moins par cette voye, laquelle des deux Planetes tourne autour de l'autre : s'ils sont sensibles, & contraires aux Observations, & à la variation connuë du temps vrai, nous en concluons avec certitude, que la Terre ne tourne pas autour de la Lune, & que celle-ci au contraire n'est que son Satellite.

Fig. ci-  
dessus, p.  
66.

Pour rendre ce Calcul le plus simple qu'il est possible, je suppose d'abord que les Orbites, tant annuelle que periodique *BR*, *TEPD*, sont des cercles parfaits; j'en ôté toute excentricité, & je fais le mouvement des Planetes qui les parcourent, absolument uniforme. On verra dans la suite, que je mets par-là les choses sur le plus bas pied, & à l'avantage du système en question.

Cela posé, le rayon *LS*, du grand Orbe, ou la distance moyenne de la Terre au Soleil, est selon feu M. *Cassini* de 22000 demi-diametres Terrestres, & le rayon *LP*, de l'Orbite *TEPD*, ou la distance moyenne de la Lune, de 56 des mêmes demi-diametres. Les circonférences des cercles étant entre elles comme leurs rayons, il suit que les Orbites ou circonférences *BR*, *TEPD* décrites par la Lune, & par la Terre, sont entre elles comme 22000, & 56; c'est-à-dire, comme  $392\frac{6}{7}$ , & 1.

Donc si la Terre parcouroit son Orbite *TEPD*, seulement dans une année, ou dans le temps que cette Orbite, & la Lune font leur revolution autour du Soleil, sur le grand Orbe *BR*, sa vitesse propre seroit à la vitesse annuelle, à la vitesse propre de la Lune *L*, & au mouvement apparent du Soleil *S*, comme 1 à  $392\frac{6}{7}$ ; ou, pour éviter les fractions qui ne sont ici de nulle consequence, & faciliter le calcul, comme 1 est à 390. Mais par l'hypothèse, la Terre fait sa



revolution sur son Orbite *TEPD*, en 27 jours, 7 heures, 43 minutes, qui est le temps d'un mois periodique de la Lune, dont la Terre tient ici la place, & il s'en faut plus de 10 jours, que ce ne soit la 13<sup>me</sup> partie de l'année ou du temps que la Lune employe, par hypothese, à faire la sienne sur l'Orbe annuel *BR*. Donc la vitesse propre de la Terre sera à la vitesse propre de la Lune, & ce qui revient au même, au mouvement apparent du Soleil, tout au moins comme 13 est à 390; ce qui donne tout juste le rapport de 1 à 30. Donc le mouvement apparent du Soleil sera accéléré dans toutes les nouvelles Lunes, de sa 30<sup>me</sup> partie, & par les mêmes raisons, retardé d'autant à toutes les pleines Lunes. De sorte que la différence du mouvement du Soleil, en un jour de pleine ou de nouvelle Lune, sera de  $\frac{2}{30}$ , ou de la 15<sup>me</sup> partie de son mouvement moyen; c'est-à-dire, d'environ 4 minutes de degré, ou  $3' 56 \frac{1}{2}''$ , & de près de 16" de temps. Or une différence si marquée, & si periodique ne sçauroit être imperceptible, & ne pourroit manquer d'avoir été observée; elle ne l'a point été; donc la Terre ne tourne pas autour de la Lune.

Qu'une Inégalité de la 15<sup>me</sup> partie du mouvement propre diurne du Soleil d'une Syzygie à l'autre, puisse être aperçue directement ou indirectement, c'est ce dont on ne sçauroit douter, si l'on prend garde, que les Astronomes ont observé de tout temps une inégalité à peu près pareille dans le mouvement du Soleil, de l'Apogée au Perigée, dont la periode ne revient cependant que de 6 en 6 mois. Car le mouvement diurne du Soleil en Apogée étant d'environ 57', & en Perigée d'environ 61', la différence qui est 4', est la même que celle que nous venons de trouver, qui resulteroit de la nouvelle hypothese, d'une Syzygie à l'autre.

Cette Inégalité de mouvement étant une fois bien connue, & rapportée à ses principes, comme nous venons de faire, on pourra la trouver, & l'exprimer d'une maniere plus générale, & plus exacte. Il n'y a pour cela qu'à multiplier tout d'un coup les distances, & les temps que donnent les

Observations, sans les reduire à moindre dénomination. Car la fraction  $\frac{1}{30}$ , qui exprime dans le Cas posé, la quantité de mouvement à ajoûter dans les nouvelles Lunes au mouvement annuel de la Terre, ou au mouvement apparent du Soleil, & à ôter dans les pleines Lunes, n'est autre chose que le rapport de vitesse des deux Planetes, en deux points quelconques de leurs Orbits. Or on sçait que les vitesses uniformes de deux mobiles sont entre elles, comme les chemins parcourus divisés par les temps, ou en raison composée, directe des chemins, & reciproque des temps. Si l'on fait donc  $C =$  la distance de la Planete principale, ou, ce qui est la même chose, à la périphérie ou circonférence qu'elle décrit autour du Soleil, proportionnelle à cette distance;  $T =$  temps employé à la décrire dans une de ses revolutions;  $c =$  la périphérie ou circonférence de la Planete secondaire, &  $t =$  temps de sa revolution autour de la Planete principale;  $V =$  la vitesse de la Planete principale, &  $v =$  la vitesse de la Planete secondaire, on aura,  $v. V ::$

$cT. Ct.$  &  $\frac{cT}{Ct}$  fera la Formule générale de la quantité de

mouvement à ajoûter, ou à soustraire, dans les syzygies de la Planete secondaire, par rapport au mouvement réel de la Planete principale, ou au mouvement apparent du Soleil : & selon que  $cT$  sera moindre, égal, ou plus grand par rapport à  $Ct$ , on sçaura si les inégalités doivent être sensibles dans les syzygies, & si le Soleil doit y paroître direct, stationnaire, ou rétrograde.

Dans le cas dont il s'agit, de la Lune, & de la Terre,  $C = 22000$ ,  $c = 56$ .  $T$  où l'année periodique  $= 365$  jours, 6 heures, 9 min.  $= 525969'$ . (C'est ce que quelques Auteurs appellent l'année sidérale, ou anomalistique, plus longue que l'année moyenne d'environ  $20'$ , & que je prens ici préferablement à cette dernière, parce qu'elle résulte de la revolution entiere de la Terre ou de la Lune dans son Orbite, & analogiquement au mouvement periodique des autres

Planetes.)  $t = 27$  jours, 7 heures, 43 min.  $= 39343'$ .

$$\text{Et partant } \frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 39343} = \frac{29454264}{865546000}$$

$$= \frac{1}{29 \frac{11372344}{29454264}} = \frac{1}{29 \frac{11}{29}}, \text{ \&c. qui est, comme on voit,}$$

plus grande que la fraction  $\frac{1}{30}$ , que nous avons trouvée ci-dessus, & c'est à cause des 10 jours négligés dans la révolution annuelle comparée à la révolution periodique de la Terre. Nous nous en tiendrons cependant à ce rapport de 1 à 30, pour faciliter le calcul, & pour suppléer à quelques minuties que nous y négligerons, en montrant, comme nous allons faire, toute l'irregularité que cette seule cause répandroit sur la mesure du temps, & sur le mouvement apparent du Soleil, pendant l'espace d'un mois Lunaire.

Ce qui a été dit des nouvelles & des pleines Lunes doit avoir lieu, quoi-que moins sensiblement, depuis le commencement du dernier quartier, jusqu'à la fin du premier, & depuis le commencement du second, jusqu'à la fin du troisième. C'est-à-dire, que le mouvement apparent du Soleil doit être plus grand en vertu du mouvement periodique de la Terre, pendant tout le temps qu'elle parcourt la moitié supérieure *DTE*, de son Orbite, & plus petit, pendant qu'elle parcourt la moitié inférieure *EPD*. Il faut seulement remarquer que les points *T*, & *P*, de la nouvelle, & de la pleine Lune, ou des syzygies, étant comme les *Maximums* de l'accélération, & du retardement apparent du Soleil, l'Inégalité dont il s'agit, qui est 0 aux points *D*, *E*, des Quadratures, &  $\pm \frac{1}{30}$  aux points *T*, *P*, des syzygies, ira en augmentant avant que la Terre arrive à chacun de ces derniers, & en diminuant après qu'elle y sera arrivée, dans la raison des Sinus du cercle menés au diametre *DE*. Car quoi-que par hypothese le mouvement de la Terre autour de la Lune soit uniforme dans toute son Orbite, l'accélération apparente du Soleil vers la nouvelle Lune, & son retardement apparent vers la pleine Lune, ne sçauroient augmenter, ou diminuer

Fig. ci-  
après, p.  
73.

uniformément, parce que l'accélération en  $T$ , & le retardement en  $P$ , ne se font réellement qu'entant que le mouvement périodique de la Terre suit une direction  $TF$ , ou  $PG$ , conforme, ou contraire à celle du mouvement annuel de  $B$  vers  $R$ , qui est censé à chaque instant dans une Tangente de l'Orbe annuel, ou dans une ligne projetée sur cet Orbe; ainsi que le verroit un Observateur placé en  $S$ , dans le Soleil. C'est donc au diametre  $DE$  de l'Orbite Terrestre, qui passe par les points  $D, E$ , des Quadratures, qui est une de ces Tangentes, & qui exprime la somme des différences de tous les Sinus du demi-cercle, qu'il faut rapporter la somme des Inégalités apparentes du Soleil, qui resultent du mouvement semblable ou contraire de la Terre, pendant qu'elle est dans chacune des moitiés, superieure, ou inferieure de son Orbite.

Je dis donc comme le demi-cercle  $DTE$ , ou  $DPE$ , est à son diametre  $DE$ , ainsi  $\frac{1}{30}$  d'accélération ou de retardement, qui a été trouvé pour le jour de syzygie, ou environ  $2'$  de degré, multipliées par le nombre de jours & d'heures d'une demi-revolution Lunaire, sera à la somme que l'on cherche.

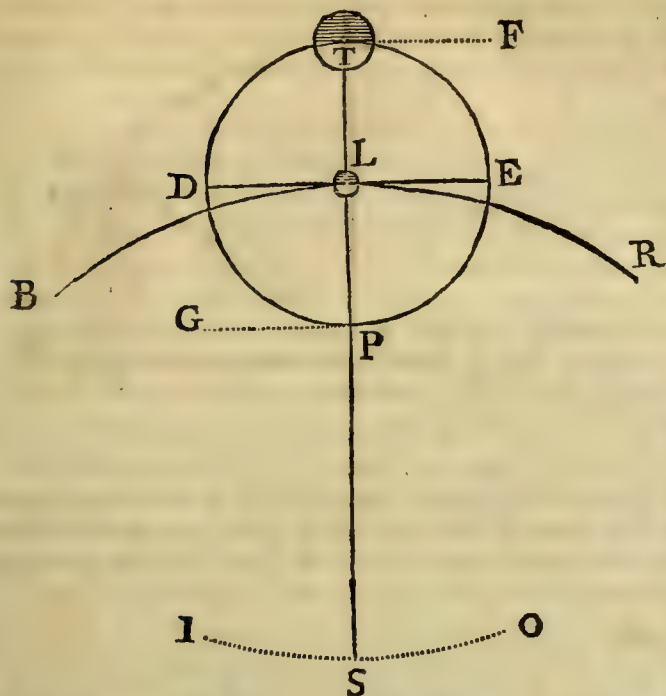
Soit le rapport du demi-cercle au diametre, comme  $355$  à  $113 \times 2$ , ou  $355 : 226$ . La demi-revolution multipliée par  $2'$ , devient la revolution entiere; & parce qu'il s'agit ici de la revolution synodique, qui est de  $29 \frac{1}{2}$  jours, ou

$$29^j 12^h 44', \text{ on aura } 355 \cdot 226 :: 29 \frac{1}{2} \cdot \frac{226 \times 29 \frac{1}{2}}{355}$$

$= 18 \frac{277}{355}$ ; c'est-à-dire, près de  $18' 47''$  de degré, qui étant reduites en temps, feroient environ  $1' 15''$  pour la somme d'accélération ou de retardement du Soleil, pendant l'espace de la moitié d'un mois synodique Lunaire. Mais comme ce Calcul est fondé sur les  $2'$  d'Inégalité de mouvement, qui sont un peu plus de la  $30^{\text{me}}$  partie du chemin que le Soleil paroît faire en un jour dans l'Ecliptique, par son mouvement moyen; il est plus à propos dans cette occasion, de prendre tout d'un coup la  $30^{\text{me}}$  partie du mouvement moyen du Soleil, qui convient à  $14 \frac{3}{4}$  jours, ou à une demi-revolution,

&





& qui est  $\frac{14^{\circ} 33' 12''}{30} = 29' 6''$ , & faisant ensuite l'ana-

logie ci-dessus, 355 est à 226, comme 29' 6'' est à un quatrième terme, on trouvera 18' 31'' de degré, & 1' 14'' d'heure, qui ne diffère de la quantité précédente que de 16'' de degré, & d'environ 1'' d'heure.

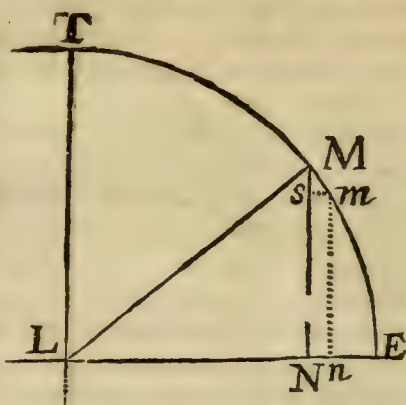
Par cette Théorie on aura pour un temps quelconque du mois Lunaire, & à tel point qu'on voudra de l'Orbite, l'Inégalité qui y répond, ou, réciproquement, l'Inégalité étant donnée on en tirera le moment correspondant, & le point de l'Orbite où se doit trouver alors la Planete secondaire. Car tout le reste demeurant comme dans la figure precedente; Soit *M* le point de l'Orbite où se trouve la Planete entre la syzygie *T*, & la Quadrature *E*. Ayant mené du centre de

*Fig. suiv.*

*Mem. 1727.*

. K

l'Orbite le rayon  $LM$ ,  
& abaissé le Sinus  $MN$ ,  
si l'on imagine que la  
Planete d'écrit l'Arc  
 $Mm$  infiniment petit,  
ou tel que l'Inégalité ap-  
parente au point  $M$ , est  
encore sensiblement la  
même en  $m$ , & que du  
point  $m$  on mene  $mn$ ,  
 $ms$ , parallèles aux li-  
gnes  $MN$ ,  $LE$ , il est  
évident qu'on formera



le petit triangle  $Mms$ , semblable au triangle  $MLN$ . Donc  
 $LM.MN::Mm.ms$ . Mais  $ms=Nn$  représente l'Inéga-  
lité partielle ou apparente qui répond à la vitesse ou Inégalité  
absoluë  $Mm$ , & n'est autre chose que la projection de l'Arc  
 $Mm$  sur le diamètre  $LE$  vû du Soleil, ou sur une égale  
portion de l'Orbe annuel. Donc on aura toujours cette ana-  
logie. Comme le rayon ( $LM$ ) est au Sinus ( $MN$ ) du comple-  
ment de  $TM$ , ou au Sinus de l'arc compris entre le lieu ( $M$ ) de  
la Planete, & la Quadrature ( $E$ ) où l'Inégalité est à son Mi-  
nimum; ainsi l'Inégalité absoluë, & telle qu'elle est à la syzygie  
( $T$ ) ou à son Maximum, est à l'Inégalité relative ou correspon-  
dante du point  $M$ .

- Je dois encore remarquer ici, que la méthode que nous  
 \* p. 72. avons employée \* pour avoir la somme des Inégalités de tout  
 le mois Lunaire, nous obligeroit en rigueur à faire une sem-  
 blable correction par rapport aux  $2'$  ou  $1' 58''$  d'heure,  
 \* p. 69. trouvée ci-dessus \* pour l'Inégalité qui convient à chaque jour  
 de syzygie, c'est-à-dire, pour  $24^h$ ; sçavoir  $12^h$  en deçà, &  
 $12^h$  au-delà du point synodique. Car on y suppose un mou-  
 vement uniforme pendant tout ce temps, & que l'Arc de  
 l'Orbite circulaire décrit par la Planete, & qui est de  $130$   
 $10' 35''$  soit égal à sa corde, ce qui n'est pas exactement  
 vrai. Mais comme après avoir cherché leur différence en

100000<sup>mes</sup> parties du diamètre, j'ai trouvé par l'analogie qu'elle ne donnoit pas 1" de degré à retrancher de l'Inégalité de 24 heures, il seroit tout à fait inutile de s'y arrêter & d'en tenir compte.

Pour revenir à l'Inégalité repandue sur le mois Lunaire, il faut donc conclure que si la nouvelle hypothese étoit vraie, on devroit avoir alternativement d'une Quadrature à l'autre, une somme d'accélération ou de retardement de 18' 31" de degré sur le moyen mouvement du Soleil, & de 1' 14" d'heure sur le temps moyen.

Il ne faudroit pas s'étonner que quelques Astronomes du 16<sup>me</sup> siècle \*, ou du commencement du 17<sup>me</sup>, & parmi lesquels se trouve le fameux *Wendelin*, eussent méconnu une Inégalité de temps de 1' 14", eux qui nioient totalement l'Inégalité des jours Solaires dans le cours de l'année, toute avouée qu'elle étoit des Anciens\*, & malgré la prodigieuse sensibilité en comparaison de celle dont nous venons de parler. Car la différence du temps moyen au midi vrai, va quelquefois, comme on sçait, d'une saison à l'autre, à plus d'une demi-heure, & elle est par-là 25 fois plus aisée à remarquer, & à démontrer, que celle de 1' 14", qui naîtroit du mouvement de la Terre autour de la Lune, d'une Quadrature à l'autre. Il faut donc avoier qu'avant l'invention des Horloges à Pendule, il eust été impossible de s'assurer si une pareille Inégalité venoit du Ciel, ou de l'Horloge. De sorte que si le noble Genoïs dont il a été fait mention ci-dessus \* a p. 64. avoit voulu s'obstiner à soutenir son système du mouvement de la Terre autour de la Lune, il auroit pû à cet égard défier tous les Astronomes de son temps de lui en démontrer la fausseté par Observation. Mais outre qu'il n'en est pas tout à fait de même de l'Inégalité du mouvement apparent, & des autres preuves qu'on verra dans la suite de ce discours, il n'y a pas lieu de croire aujourd'hui, qu'une irregularité de temps aussi periodique, & aussi considerable que celle que nous venons de trouver, eut échappé aux Astronomes qui sont venus depuis, & qui, avec le secours des Pendules, ont eu

\* Christ-  
man, Wi-  
tichius, &c

\* Ptol.  
Atm. l. 3.  
c. 10.

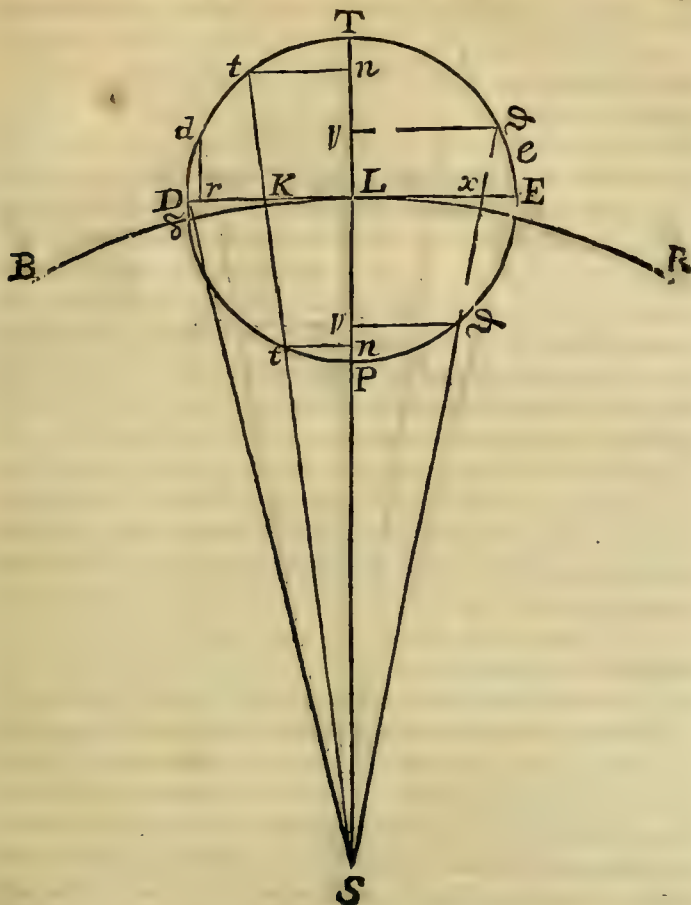
encore celui des Quarts de cercle à Lunetes ; sur tout en une partie si cultivée par eux, & sur laquelle ils nous ont laissé des Tables d'Equation si exactes, & qui surpassent si fort en précision la quantité de  $1' 14''$  dont il s'agit ici.

Je ne parlerai pas des Inégalités apparentes que produiroit le mouvement de la Terre autour de la Lune, dans ses syzygies, par rapport aux Planetes de Mars, & de Venus. Ces Inégalités pourroient être cependant très sensibles, puisque la première de ces Planetes se trouve dans certaines rencontres une fois plus près de nous que le Soleil, & la seconde deux fois plus près. Ce qui fourniroit alors une Inégalité double, ou triple de celle que nous avons déterminée pour le Soleil. Mais outre que le mouvement des Planetes est plus compliqué, & moins connu que celui du Soleil, il faut prendre garde que les rencontres dont je viens de parler n'arrivent que rarement, & après des intervalles de plusieurs années. C'est pourquoi les preuves qu'on en pourroit tirer contre la nouvelle hypothese seroient par-là très défectueuses en comparaison de celles que nous avons données ci-dessus.

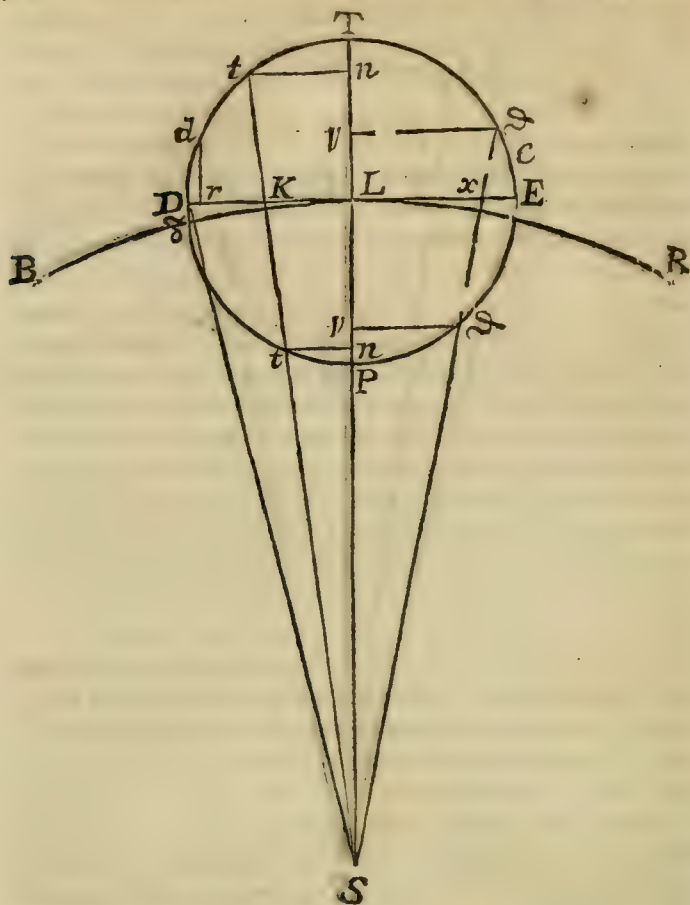
Mais voici une autre espece d'Inégalité qui ne doit pas être passée sous silence.

La revolution Lunaire vraie ou apparente autour de la Terre ne quadre pas avec la revolution annuelle ou solaire : il y a entre elles une sorte d'incommensurabilité, qui fait qu'une position quelconque de la Lune, ou plutôt de la Terre, comme nous le supposons ici, sur son Orbite particuliere, & dans un certain temps, doit se compliquer & se combiner avec telle autre position quelconque qu'on voudra, de la Terre ou de la Lune sur l'Orbe annuel. Or deux situations différentes de ces Planetes à l'égard du Soleil, & par rapport à un même point de l'année, doivent apporter à la durée de l'année une variété qui surpasse de beaucoup celle qui pourroit naître de la différence des Observations. Car soit, par exemple, la Terre en syzygie *T*, ou *P*, sur la ligne *TS*, dans l'instant de l'Equinoxe, ou au commencement, ou à la fin d'une année, soit periodique, soit tropique, ou moyenne ;





elle verra le Soleil,  $S$ , en  $\gamma$ , ou en  $\odot$ , ou en  $\wp$ , ou vis-à-vis une certaine fixe, dans le moment que la Lune le voit répondre au même degré de longitude réduit à l'Ecliptique. Mais l'année étant revoluë, & la Lune se retrouvant au même lieu,  $L$ , de l'Orbe annuel  $BR$ , sur la ligne  $LS$ , d'où elle avoit vû le Soleil en  $\gamma$ , par exemple, & où elle le voit de nouveau, la Terre ne se retrouvera pas sur la même ligne



$TLPS$ ; puisque le mois synodique, ni la moitié ne mesurent pas exactement l'année, & n'en sont point partie aliquote; mais elle sera, par exemple, en deça en  $t$ , ou au-delà en  $s$ . Donc au lieu de revoir le Soleil au premier degré d' $v$ , elle le verra au-delà, ou en deça, de la quantité de l'angle  $TS t$ , ou  $TS s$ , & l'année sera trop longue, ou trop courte, de tout le temps que la Terre employe à décrire, par son

mouvement composé, un Arc exprimé par le Sinus  $tn$ , ou  $v\theta$ , ou par la partie  $KL$ , ou  $Lx$ , du diamètre  $DE$ .

Pour sçavoir plus précisément ce que peut produire cette nouvelle cause de retardement, ou d'accélération dans le mouvement apparent du Soleil, & dans la mesure du temps, supposons, comme ci-dessus, la Terre & la Lune sur une même ligne  $TLPS$ , à la première année, & au moment de l'Equinoxe, où le Soleil est vu en  $\gamma$ . Soit ensuite la Terre à l'intersection  $\Delta$  des Orbites, ou, ce qui donne sensiblement le même point, en  $D$ , & en Quadrature, au commencement d'une autre année. L'angle au Soleil  $DSL$ , dont la Tangente, ou, ce qui revient encore ici au même, le Sinus ou la sou-tendante n'est autre chose que le demi-diamètre  $DL$ , de l'Orbite terrestre  $TEPD$ , exprimera le retardement, ou l'excès de durée de cette année sur l'année moyenne, qu'on n'a déterminée jusqu'ici que dans l'hypothèse de la Terre au centre  $L$ , de l'Orbite  $TEPD$ . Or si l'on fait  $SL$  (22000,) est à  $LD$  (56,) comme le Sinus total est à un quatrième terme; on trouvera la Tangente, ou le sinus  $LD$ , qui répond à un angle de 8 min. 45 sec. Il s'en faudra donc 8' 45" de degré que le Soleil ne soit arrivé au point où il devoit être, & qu'on n'ait l'Equinoxe où l'on devoit l'avoir. Ce qui est une différence assez sensible. Mais elle le sera bien davantage, si l'on convertit ces minutes en temps. Car comme il s'agit ici du mouvement annuel, où 8' 45" repondent à 3 heures 33 min. 7 sec. du temps moyen, il est évident qu'il s'en faudra à peu près ce temps que l'année Equinoxiale ne soit finie, lorsqu'elle devoit l'être, & par conséquent qu'elle sera plus longue d'autant, si on la compare à l'année Equinoxiale ordinaire, ou à celle qui avoit la Terre en  $T$ , ou en  $P$ , sur la ligne  $TLPS$ . Et parce qu'il se peut trouver une autre année où la Terre sera en  $E$ , lorsque la Lune étant en  $L$ , verra le Soleil en  $\gamma$ , il est clair que celle-ci aura été plus courte d'un pareil intervalle. Ainsi deux années comparées entre elles pourront donner plus de 7 heures de différence. Une semblable preuve n'auroit encore eu sans doute que peu

de force, & n'eut été que de pure speculation chés les Anciens, du temps d'*Hipparque*, & de *Ptolomée*. Car avec leurs *Armilles* ou cerceaux de bronze, & par la methode dont ils se servoient, ils ne pouvoient guere déterminer les Equinoxes qu'à un quart de jour près. \* Ce qui eut emporté presque toute l'Inégalité que nous venons de trouver. Mais avec les instrumens modernes, & par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil corrigées par la refraction, & par la paralaxe, & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial, l'erreur ne scauroit jamais aller à une heure de différence. Sans compter que l'Observation immediate peut tirer de grands secours de la détermination comparée prise sur la masse de toutes les revolutions qui se sont écoulées depuis *Hipparque*. Sept heures de différence dans la durée de deux années seroient donc aujourd'hui une Inégalité très considérable, & très susceptible d'Observation.

Il est vrai que les cas extremes qui donnent cette Inégalité si grande, ne scauroient arriver que rarement; mais il y en a de moyens qui en approchent, qui sont très frequens, & & qui suffisent pour la preuve dont il s'agit. L'Equinoxe de Mars de l'année prochaine 1728, & celui de la suivante 1729, en fourniront un exemple. Car dans le premier, les Ephemerides \* donnent le premier quartier de la Lune le 18, à 9<sup>h</sup> 5' du soir, & l'entrée du Soleil en ♋ le 20, à 9<sup>h</sup> 12' du matin, c'est-à-dire 35<sup>h</sup> 20' de distance l'un de l'autre; & dans le second, l'entrée du Soleil en ♋ est le 20, à 3 heures 12 min. du soir, & le dernier quartier de la Lune le 21, à minuit 6', à environ 32<sup>h</sup> 56' de distance. Ce qui, par l'hypothese, determineroit la Terre en *e*, par exemple, dans le premier Cas, & en *d*, dans le second, & donneroit selon la Théorie, & le Calcul ci-dessus, environ 6  $\frac{3}{4}$  heur. de différence entre l'arrivée de l'Equinoxe du Printemps des années 1728, 1729, par rapport au moment qu'il arriveroit pour la Lune, ou pour la Terre supposée en *L* à sa place, selon la détermination qui a été reçue jusqu'ici.

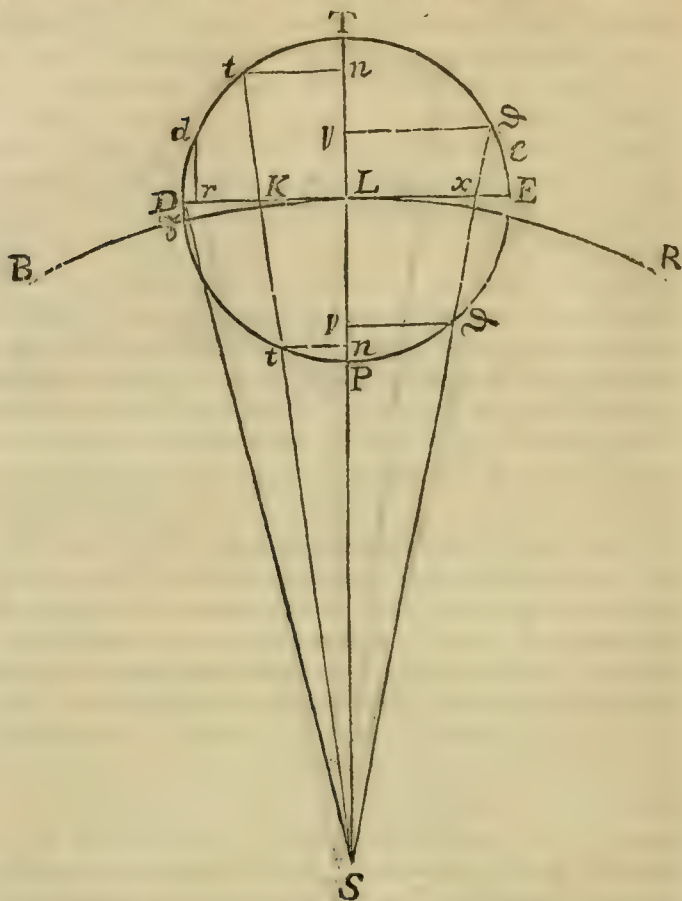
Ce Calcul exige seulement en rigueur, une correction qui est

\* Ptol.  
*Alm.* l. 3.  
c. 2.

\* *Ephem.*  
de M. Des  
places.







$D$ , de son Orbite, pendant qu'elle parcourt l'angle  $DST$ , ou la partie  $DL$ , par le mouvement annuel. Mais la Terre a son mouvement propre sur son Orbite de  $D$  vers  $T$ , lequel augmente d'autant le mouvement commun qui la porte vers ce même côté, & accourcit par conséquent de même le temps que nous avons compté qu'il lui falloit pour arriver au rayon  $ST$ . Il en sera de même, en sens contraire, de son mouvement

composé, qui la porte de  $SE$  vers  $SP$ , & ainsi à proportion dans les cas moyens. Pour sçavoir donc de combien ce second mouvement retarde, ou accélère l'arrivée de l'Equinoxe, ou de telle autre Epoque, dans le Cas donné, & pour rendre la question plus simple, nous supposons ce mouvement rapporté au diametre  $DLE$ , comme s'il étoit uniforme, quoi-que selon ce rapport il ne le soit pas : car il doit croître en raison des Sinus versés  $Dr$ , pris de  $D$  vers  $L$ , pour tout l'angle  $DSL$ , & décroître dans le même ordre, de  $L$  vers  $E$ , pour tout l'angle  $LSE$ . Je dis donc, si la Terre parvient de  $D$  en  $L$ , par son mouvement annuel, en  $3^h 33' 7''$ , & par son mouvement propre & periodique, en  $6^i 19^h 55' 46\frac{1}{2} = \frac{271^h 7^h 43' 6''}{4}$ , en combien de temps y parviendra-t-elle par un mouvement composé de ces deux? & je trouve par la méthode ordinaire employée à la solution de ces sortes de Problemes, que c'est en  $3^h 28'\frac{1}{2}$ , qui seroient près de  $5'$  moins que ci-dessus. Mais comme la Terre n'est parvenue qu'au commencement du quart de son Orbite  $DT$ , & vers  $d$ , où le mouvement réduit à  $DL$  est très lent, dans le temps que par le mouvement annuel seul elle seroit arrivée en  $L$ , il est évident que cette correction ôte trop. Pour la rendre donc plus exacte, je remarque, 1.<sup>o</sup> que dans le temps que le mouvement annuel peut porter la Terre de  $DS$  en  $TS$ , c'est-à-dire, en  $3^h 33' 7''$ , elle parcourt par son mouvement periodique un Arc  $Dd$ , que les Tables donnent de 1 deg.  $57'$ ; 2.<sup>o</sup> que le Sinus versé de cet Arc n'est pas la 1728<sup>me</sup> partie du rayon  $DL$ , 3.<sup>o</sup> que par conséquent le mouvement periodique de la Terre ne lui fait parcourir sur  $DL$ , dans le cas posé, tout au plus que la 1728<sup>me</sup> partie de l'espace que le mouvement annuel lui fait parcourir sur la même  $DL$ . D'où il suit, & d'où l'on verra par la même méthode, que ce que cette composition de mouvement donne à retrancher du retardement ou de l'accélération trouvée ci-dessus, ne va pas à une minute de temps.

Tout ce qu'on pourroit alleguer contre ces preuves, & nos

Calculs, c'est qu'étant appuyés sur l'hypothese de feu M. *Cassini*, qui n'a fait la distance moyenne de la Terre au Soleil que de 22000 demi-diametres terrestres, il en résulte des Inégalités bien plus sensibles, en conséquence du mouvement de la Terre autour de la Lune, qu'elles n'auroient été, si nous avions suivi le sentiment de quelques Astronomes célèbres, qui ont cru cette distance beaucoup plus grande. M. *de la Hire*, par exemple, celui de tous qui l'a poussée le plus loin, la suppose dans ses Tables de 34377 des mêmes demi-diametres. Ces différentes déterminations viennent de la différente Parallaxe que ces Astronomes ont donnée au Soleil. M. *Cassini* faisoit cette Parallaxe de 10", & M. *de la Hire* ne l'admettoit tout au plus que de 6". Mais que s'ensuivroit-il de l'opinion de M. *de la Hire* sur ce sujet, en faveur du nouveau mouvement attribué à la Terre? 34377 demi-diametres ne font pas à beaucoup près une distance double de celle de 22000, sur laquelle portent nos preuves; & il est aisé de voir que quand ils la feroient, nous en tirerions encore des Inégalités suffisantes pour être apperçues, & démontrées par les Astronomes modernes: puisqu'elle donneroit pour les syzygies dans le mois Lunaire, une différence de près de 2' de degré, & de 8" de temps, par jour, des nouvelles aux pleines Lunes, & des pleines Lunes aux nouvelles; de 9' 15" de degré d'une Quadrature à l'autre, & de 37" de temps; & qu'à l'égard de l'Inégalité annuelle elle iroit à  $\frac{7}{2}^h$ , ou 3<sup>h</sup> 30'. Car il est clair que ces Inégalités seroient toujours en raison renversée des distances, & en raison directe des Parallaxes.

Dira-t-on enfin que rien n'empêche que la distance du Soleil ne soit poussée encore plus loin qu'elle ne l'a été par M. *de la Hire*, & jusqu'au point de faire entièrement disparaître toute inégalité sensible de mouvement ou de temps, par rapport à l'Orbite de la Planete secondaire? Que rien ne seroit plus conforme au progrès que l'Astronomie a fait sur cette matière? Que les derniers Astronomes ont toujours renchéri sur ceux qui les avoient précédés, en faisant la distance du Soleil plus grande, ou la Parallaxe, qui en est le fondement,



plus petite, & que cette Parallaxe pourra bien un jour nous échapper absolument & se réduire à rien?

Pour répondre à cette difficulté, qui est fondamentale & la plus forte qu'on puille faire sur ce sujet, je remarquerai d'abord que la proposition assés communément reçue, que les Astronomes les plus avancés ont toujours fait la distance du Soleil à la Terre plus grande que ceux qui les avoient précédés, n'est ni exacte, ni vraie. *Ptolomée* qui vivoit dans le deuxième siècle, a réduit la plus grande distance du Soleil à 1210 demi-diametres terrestres, ayant devant lui *Hipparque* plus ancien de près de 300 ans, qui l'avoit faite de 1586, & *Possidonius* du temps de Pompée, de 13141 \*. On peut juger de l'exactitude de *Possidonius* sur ces matieres par la détermination de la grandeur de la Terre, si approchante, selon feu *M. Cassini*, de celle qu'il avoit trouvée lui-même \*. Après *Ptolomée*, *Albategnius* dans le 9<sup>me</sup> siècle, le Roy *Alphonse* dans le 13<sup>me</sup>, & enfin *Copernic* au commencement du 16<sup>me</sup>, ont encore diminué cette distance de plusieurs demi-diametres. Il est vrai qu'en général les Modernes font la distance du Soleil plus grande que ne la faisoient les Anciens, & nos prédécesseurs. Mais ce ne sont que les Modernes du dernier renouvellement de l'Astronomie, & depuis l'invention des Lunetes, & des Pendules. Car *Ticho-Brahé*, *Longomontanus*, *Kepler*, *Lansberge*, *Galilée*, *Bouillaud*, *Riccioli*, & cent autres qui peuvent passer pour Modernes, & qui le sont assurément beaucoup à l'égard de *Possidonius*, ont fait la distance du Soleil de plusieurs milliers de diametres de la Terre, moindre que lui; la plupart se sont peu écartés de la détermination de *Ptolomée*, & plusieurs sont demeurés au-dessous de celle d'*Hipparque*. Il ne s'agit donc que des Astronomes les plus recens qui ont eû tous les secours & toutes les lumieres que nous avons aujourd'hui sur cette matiere. Or où est la grande variation de ces Astronomes sur la distance du Soleil, & dont on puisse esperer de plus en plus une augmentation sans bornes, & au gré de tout inventeur de système qui en aura besoin? *M. de la Hire* aussi grand Geometre que grand Astronome,

\* *Sçavoir*  
de 502-  
000400  
Stades.  
*Plin. l. 2. c.*  
23. *Scet.*  
21. *Sur-*  
*quoi voyés*  
*Ricc. Alm.*  
*t. 1. p. 111.*  
\* *Mem. de*  
*l'Acad.*  
1701. p.  
173.

& qui est celui de tous qui s'est le plus éloigné du commun sentiment sur ce sujet, merite sans doute qu'on fasse une extreme attention à tout ce qu'il nous a laissé de déterminations Astronomiques. Mais comme nous l'avons vu, il s'en faut beaucoup qu'il ait doublé la distance communement reçue, que nous avons adoptée, & qui est celle de feu M. *Cassini*; & quand il l'auroit fait, son hypothese nous donneroit encore, comme nous venons de voir, une Inégalité plus que suffisante pour démontrer l'incompatibilité du nouveau mouvement de la Terre avec les Observations.

Du reste ce n'est pas sans fondement que nous avons donné la préférence à l'hypothese de M. *Cassini*. On sçait les raisons qui ont déterminé ce grand Astronome à faire la Parallaxe du Soleil de 10", & l'on ignore celles qu'a eu M. *de la Hire* pour ne la faire que de 6". C'est par des méthodes nouvelles, & aussi solides qu'ingenieuses, que M. *Cassini* a déterminé la Parallaxe solaire. Il s'est servi pour cela principalement de la parallaxe de Mars. Car la regle de *Kepler* nous donnant aujourd'hui les rapports de distance de toutes les Planetes dont les revolutions autour d'un même centre sont connues, il suffit de trouver la distance absoluë, ou la Parallaxe d'une d'entre elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or ces rapports de distance, indépendamment de toute mesure absoluë, font voir que la Parallaxe de Mars, peut être plus que double de celle du Soleil, & par-là d'autant plus susceptible d'observation. C'est ce qui arrive lorsque cette Planete est dans son Perigée, & dans son Periphelie tout à la fois; circonstance favorable, qu'on n'a pas manqué de saisir en 1672, & en 1704. Nos Memoires sont pleins des Observations reiterées, & des sçavantes recherches que feu M. *Cassini*, & après lui M. *Maraldi* nous ont laissé sur ce sujet\*. Tout s'y accorde à donner à Mars une parallaxe de 25 ou de 27" tout au plus, d'où resulte celle de 10" ou environ pour le Soleil. La plupart des Astronomes Anglois ont suivi les mêmes principes, & s'ils ont différé dans la consequence, c'est en faisant la Parallaxe du Soleil un peu plus grande, &

\* *Elemens  
del'Astron.  
par feu M.  
Cassini, n.º  
26, pag.  
33. Voya-  
ges de l'A-  
cad. Et  
Hist. &  
Mem.  
1706,  
1722, &c.*

la distance de cet Astre à la Terre un peu plus petite que ne l'a faite M. *Cassini*. M. *Halley* sur-tout, dans une Dissertation qu'il écrivit sur cette matiere en 1716 \*, & où il montre que le passage de Venus par le Soleil, qui doit arriver en 1761, pourra donner la distance du Soleil à la Terre à une 500<sup>me</sup> partie près, s'en tient, en attendant, pour cette distance, à 16500 demi-Diametres Terrestres, & pour la Parallaxe, à 12  $\frac{1}{2}$ ". De sorte que si l'on venoit à recueillir les voix, il se trouveroit que depuis le commencement de ce siecle on a plutôt diminué la distance du Soleil qu'on ne l'a augmentée.

*\*Transact.  
Philos. n.º  
348. P.  
454.*

On voit donc que s'il reste encore ici quelque incertitude, elle est renfermée entre des limites assez étroites, & telles du moins qu'on n'en sçauroit tirer de quoi diminuer considérablement les Inégalités que nous avons trouvées, & qui doivent être inséparables de la nouvelle hypothese.

Nous avons examiné les suites du mouvement de la Terre autour de la Lune, en supposant les Orbites de ces Planetes circulaires & sans excentricité, & leur mouvement uniforme dans tout son cours; il faut présentement appliquer une partie de ce qui en a été dit à leurs Orbites, & à leurs mouvemens supposés tels que les Observations nous les représentent.

L'excentricité, & la figure à peu près elliptique de l'Orbite de la Lune, & ses différentes distances de la Terre, sont la principale cause de l'inégalité de son mouvement; & l'on sçait que cette inégalité devient en partie-optique ou simplement apparente, & en partie Physique & réelle.

Une autre cause d'irrégularité dans la Lune, est sa rencontre sur une même ligne avec la Terre & le Soleil. Car quelle que soit la raison d'un tel Phénomène, il est constant par les Observations modernes, que plusieurs Corps Celestes ne sçauroient passer les uns près des autres, sans que leur mouvement n'en soit troublé, & accélère en raison directe de leurs proximités. Aussi la Lune dans les syzygies ou conjonctions, qui est le temps où nous la considérons presque toujours dans ce Memoire, se meut-elle sensiblement plus vite

qu'en toute autre circonstance, toutes choses d'ailleurs égales.

Si à ces deux causes on joint les Nœuds de l'Orbite, leur mouvement, & les différentes latitudes de la Lune par rapport à l'Ecliptique, on aura les trois principales sources d'inégalité, auxquelles je crois qu'on peut rapporter toutes les autres, directement, ou indirectement, ou comme résultantes de leur combinaison.

Mais toutes ces inégalités de mouvement que nous venons d'attribuer à la Lune, cesseront de lui appartenir, ne seront qu'apparentes à son égard, & deviendront réelles à l'égard de la Terre, dès que la nouvelle hypothèse de son mouvement autour de la Lune aura lieu. Et si ces inégalités appartiennent véritablement à la Terre, elles influenceront donc sur le mouvement apparent du Soleil, & par-là devront être susceptibles d'Observation. J'avoué que la prodigieuse distance du Soleil en doit faire disparaître quelques-unes. Mais leur somme entre elles, qui doit revenir dans le cours réglé de certaines périodes, leur addition à l'Inégalité tirée du mouvement moyen, qu'elles rendront tantôt plus petite, & tantôt plus grande, en un mot leurs différentes rencontres, &, pour ainsi dire, leurs intercalations, ne sçauroient manquer de produire des effets sensibles, lorsqu'on y voudra être attentif. Tout au moins feront-elles voir, qu'en établissant d'abord nos Calculs sur les moyens mouvemens de la Lune, & du Soleil, & sur l'uniformité de leurs revolutions dans des cercles; nous n'avons fait que prendre les choses sur le plus bas pied.

Car 1<sup>o</sup> cherchons, par exemple, la vitesse periodique de la Terre, exprimée par la Formule  $\frac{cT}{Cr}$ , dans une nouvelle

Lune, en supposant que les deux Planetes sont en même temps aussi près l'une de l'autre qu'elles puissent être, c'est-à-dire, que la Lune est dans son Perigée; nous trouverons au lieu d'une 30<sup>me</sup> comme ci-dessus \*, plus d'une 26<sup>me</sup>, ou environ une 25<sup>me</sup>. C'est que le mouvement horaire moyen de la Lune,

\* p. 70.  
71.



la Lune, sur lequel nous avons fait nos Calculs, n'étant que de  $32' 56''$  de degré, & son mouvement horaire vrai dans les syzygies en Périgée, étant de  $38' 15''$ , on a au lieu du temps periodique de 27 jours,  $7^h 43' = 39343'$ , celui de 23 jours  $12^h 34' = 33874'$  qu'il faut introduire dans

la Formule, & qui donne  $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 33874}$

$$= \frac{29454264}{745228000} = \frac{1}{25 \frac{8871400}{29454264}}. \text{ De sorte que le}$$

mouvement apparent du Soleil, dans une nouvelle Lune en Périgée, ou à peu près, comme il arrivera le 19<sup>me</sup> Decembre 1729, se trouveroit augmenté tout au moins de la 26<sup>me</sup> partie. Par la même raison, & dans les mêmes circonstances, il seroit retardé d'autant dans la pleine Lune du 14<sup>e</sup> Avril de l'année 1737. Ce qui donneroit une 13<sup>me</sup> de différence entre deux pareilles syzygies. Et au contraire, si la Lune se trouvoit dans son Apogée pendant les syzygies, comme il doit arriver le 5<sup>e</sup> Decembre 1729, à la pleine Lune, & le 31<sup>e</sup> Mars 1737, à la nouvelle Lune, son mouvement horaire vrai n'étant alors que de  $29' 25''$ , on aura pour la revolution periodique qui doit entrer dans la Formule, 30 jours,  $14^h$

$$6' = 44046', \text{ qui donneroit } \frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 44046}$$

$$= \frac{29454264}{969012000} = \frac{1}{32 \frac{2647552}{29454264}}. \text{ C'est-à-dire,}$$

moins qu'une 32<sup>me</sup> de vitesse, ou d'Inégalité dans le mouvement apparent du Soleil, à chaque syzygie, & qu'une 16<sup>me</sup> de différence entre les deux syzygies.

Il en fera de même de l'Inégalité annuelle, si au lieu des distances moyennes, & des mouvemens uniformes, on prend les distances & les mouvemens qui resultent de l'Excentricité des Orbites, & de leur figure elliptique. Il est clair que l'accélération, ou le retardement de l'Equinoxe, ou de telle

autre époque donnée, sera tantôt plus considérable, & tantôt moindre, par une combinaison, & par des corrections toutes semblables aux précédentes.

2<sup>o</sup> La distance de la Lune à la Terre dans son Apogée étant d'environ 61 demi-diamètres Terrestres, la différence de distance de la Terre au Soleil, pourra être en deux temps différens, par cette seule cause, deux fois de 61, c'est-à-dire de 122 demi-diamètres Terrestres, qui font près de la 180<sup>me</sup> partie de la distance moyenne. Or, on sçait que les diamètres apparens du Soleil, qui vont depuis 31' 38" jusqu'à 32' 44", croissent ou décroissent en raison renversée de sa distance à la Terre, en vertu-seulement de l'Excentricité, ou de la figure elliptique de l'Orbe annuel. C'est sur cette hypothèse du moins, que roulent toutes les Tables des diamètres du Soleil, qui ont été dressées jusqu'ici. Mais si le mouvement de la Terre autour de la Lune étoit vrai, il faudroit introduire de temps en temps une augmentation, ou une diminution de la 180<sup>me</sup> partie de 31' 38", ou de 32' 44", c'est-à-dire d'environ 10 à 11 secondes, par la seule rencontre des syzygies. Comment cette différence auroit-elle échappé au Micrometre, dont la précision peut aller jusqu'à une demi-seconde?

3<sup>o</sup> La Terre en conséquence des Nœuds de son Orbite, & de sa Latitude par rapport à l'Ecliptique, laquelle sera, comme on l'a déterminée pour la Lune, tout au moins de 5 degrés, devra appercevoir le Soleil hors de l'Ecliptique, & lui attribuer une Latitude tantôt Boreale, & tantôt Australe, d'environ 50 secondes, lorsqu'elle se trouvera elle-même à sa plus grande Latitude, vers le Pole contraire. Et si c'est dans le temps des Solstices, elle pourra le voir de toute cette quantité au-delà des Tropiques. Car le Sinus de 5 degrés donne environ  $\frac{2}{3}$  du demi-diamètre  $DL$ , ce demi-diamètre contient autour de 56 demi-diamètres Terrestres, dont les  $\frac{2}{3}$  en valent près de 5, le demi-diamètre Terrestre vu du Soleil est la Soutendante d'environ 10". Donc, &c. si au lieu de prendre  $DL = 56$ , on le prend de 61, & que le Soleil

soit supposé en même temps à la plus petite distance, cette Latitude ira à près d'une minute.

Enfin toutes ces Inégalités venant à se compliquer les unes avec les autres, & avec celles qui nous étoient déjà connues, elles produiroient des sommes, ou des restes tantôt plus grands, & tantôt plus petits : elles changeroient dans nos Tables de réduction du temps moyen au midi vrai, des diamètres du Soleil, & de ses déclinaisons, le Signe additif en soustractif, & le soustractif en additif, toutes les fois qu'elles tomberoient sur le passage presque insensible de l'un à l'autre. En un mot elles jetteroient dans les déterminations Astronomiques les plus constantes, un desordre qu'on n'auroit pas manqué d'y appercevoir, & que l'on n'y a pas apperçû.

On voit par-là, que s'il y avoit des habitans dans la Lune, ou dans une Planete Secondaire quelconque, ils auroient des ressources que les habitans des Planetes Principales n'ont pas, pour se convaincre que leur globe est en mouvement. Et l'on peut regarder cet avantage comme une petite compensation de la grande difficulté qu'apporteroit à leur Astronomie le mouvement de plus qu'ils ont autour d'un centre, qui n'est pas celui du Tourbillon Solaire. Les habitans de la Lune, par exemple, toutes exceptions faites des mouvemens qui lui sont particuliers, devroient observer toutes les irrégularités que nous venons de remarquer par rapport à la Terre, dans la nouvelle hypothese. D'où il leur seroit aisé de conclure, qu'ils ne sont que sur un simple Satellite, dont nous occupons la Planete Principale.

A l'égard des Satellites qui sont plusieurs autour d'une Planete, tels que ceux de Jupiter & de Saturne, leurs *Facilités* à s'appercevoir qu'ils ne sont que Satellites, par l'Inégalité du mouvement apparent du Soleil dans leurs Syzygies, sont entre elles en raison renversée de la grandeur de leurs Circulations autour de la Planete Principale. Car selon leurs distances, & leurs periodes connues, ou, plus généralement, selon la Regle de *Kepler*, les temps de leurs revolutions étant comme les Racines quarrées des Cubes de leurs distances, ou,

ce qui revient au même, de leurs Périphéries, qui sont les chemins parcourus, & ces chemins devant être comme les temps multipliés par les vîteses, on trouvera que leurs vîteses sont entre elles reciproquement comme les Racines quadrées de leurs Périphéries, ou de leurs distances. D'où il est clair, qu'il doit naître d'autant plus d'Inégalité dans le mouvement, & dans le temps vrai de chacune de ces Planetes, relativement aux Phases, & à la revolution apparente de celle qui occupe le centre de leur Tourbillon, que la Circulation se fait plus près de ce centre.

Ainsi les distances des Satellites de Jupiter, par exemple; à commencer par le premier, & prises en diametres de Jupiter, étant  $2\frac{5}{6}$ ,  $4\frac{1}{2}$ ,  $7\frac{1}{6}$ ,  $12\frac{2}{3}$ , ou, reduisant à même denomination, & en 6<sup>mes</sup> de ce diametre, 17, 27, 43, 76; leurs vîteses ou leurs Facilités seront entre elles reciproquement,  $V_{76}$ ,  $V_{43}$ ,  $V_{27}$ ,  $V_{17}$ , & à peu près comme les nombres  $8\frac{7}{10}$ ,  $6\frac{5}{10}$ ,  $5\frac{1}{10}$ ,  $4\frac{1}{10} :: 87, 65, 51, 41$ .

Quant à leurs Facilités absolües, & à l'Inégalité additive, ou soustractive, qui resulte de leur mouvement secondaire, rapporté au mouvement periodique de la Planete Principale, & au mouvement apparent du Soleil dans les Syzygies, on les trouvera par la Methode que nous avons employée pour la

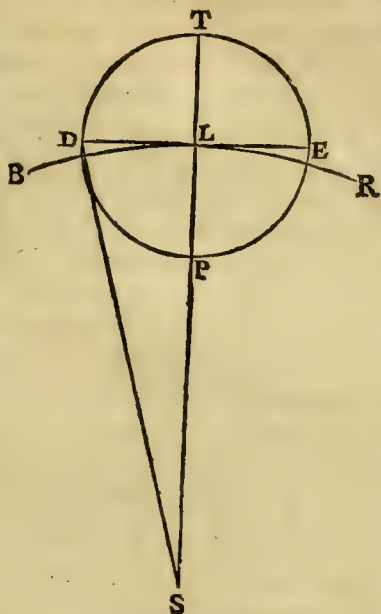
*Ci-dessus*, Lune, & par la Formule  $\frac{cT}{Ct}$ , appliquée à l'un des quatre.  
n. 70.

Après quoi on aura celle des autres, ou par la même Formule, ou par l'analogie de leurs Facilités relatives. Nous ne considerons toujours que la revolution moyenne & uniforme de ces Planetes autour de leur Planete Principale, & nous ne touchons point aux irrégularités qui se tiroient de leurs Anomalies, qui sont peut-être fort semblables à celles de la Lune.

Cela posé, pour trouver, par exemple, la Facilité absolüe du premier Satellite de Jupiter, par rapport aux Inégalités apparentes du mouvement Solaire à ses Syzygies, *TLS*, *LPS*, je fais  $c$ , où la distance,  $TL$ , du centre de revolution  $= 2\frac{5}{6}$



diam. de Jup.  $= 62 \frac{1}{2}$   
 demi-diametres Terrestres, dont je suppose que le diametre de Jupiter contient 22; *C*, où la distance moyenne, *LS*, de Jupiter au Soleil  $= 114424 \frac{1}{2}$  demi-diametres Terrestres, qui resultent de la regle de *Kepler*, & de la supposition ci-dessus, que la distance moyenne de la Terre en contient 22000;  $t = 1^j, 18^h, 28', 36'' = 2548'$ ; & *T* (Revol. Period.)  $= 11^a, 10^m, 17^j, 12^h, 20', 25'' = 6238820'$ .



D'où l'on tire  $\frac{cT}{Ct} =$

$$\frac{62 \frac{1}{2} \times 6238820}{114424 \frac{1}{2} \times 2548} = \frac{388886447}{291552861}$$

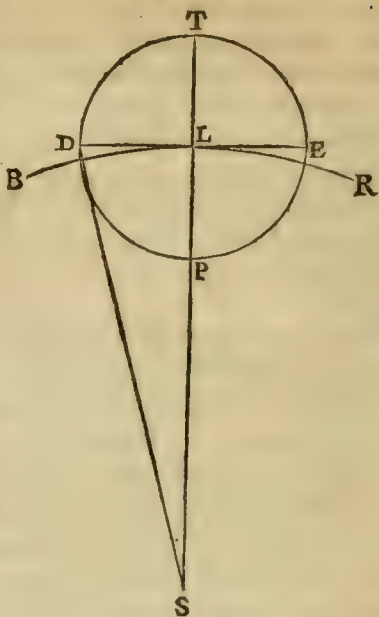
$$= 1 \frac{97333586}{291552861} = 1 \frac{1}{3}; \text{ qui montre que la vitesse du}$$

premier Satellite de Jupiter dans son Orbite, surpasse la vitesse de Jupiter dans la sienne, ou celle du mouvement apparent du Soleil vû de ce Satellite, de  $\frac{1}{3}$  de ce mouvement. Desorte que le premier Satellite de Jupiter doit voir son moyen mouvement du Soleil, qui est d'environ  $12''$  par heure, plus que doublé de  $\frac{1}{3}$ , c'est-à-dire en tout de  $28''$ , dans les Conjonctions de sa Planete Principale, au point *T*. Environ  $4^h 50'$  après, en allant vers *E*, dans le  $42^{\text{me}}$  degré de son Orbite, à compter du point *T*, le moyen mouvement du Soleil

lui doit paroître doublé tout juste; parce que  $\frac{cT}{Ct}$  y devient

égale à ce mouvement ;  
comme il est aisé de voir  
par la Méthode ci-dessus,  
p. 73 & 74. Mais à mê-  
me distance de l'Opposi-  
tion, en deçà de *P*, c'est-  
à-dire  $4^h 50'$  avant que  
d'y arriver, dans le  $139^{\text{me}}$   
degré de son Orbite, cette

égalité de  $\frac{cT}{Ct}$  avec le  
mouvement moyen du So-  
leil rendra le Soleil station-  
naire ; parce que le mou-  
vement propre du Satelli-  
te est contraire à celui de la  
Planete Principale dans  
tout le demi-cercle infe-  
rieur *DPE*. Et comme ce  
mouvement vû du Soleil,  
*S*, ou rapporté au diametre *DE*, augmente toujors jusqu'en *P*,



où  $\frac{cT}{Ct}$  devient  $= 1 \frac{1}{3}$ , il faut que le Soleil lui paroisse retro-  
grade en *P*, de la quantité  $\frac{1}{3}$ . Enfin les mêmes apparences devant  
arriver à distances égales de part & d'autre des Syzygies *T*, &  
*P*, il est clair que  $4^h 50'$  après l'Opposition & de *P* vers *D*,  
dans le  $222^{\text{me}}$  degré de son Orbite, le Satellite retrouvera le  
Soleil stationnaire, comme il en reverra le mouvement doublé,  
 $4^h 50'$  avant la Conjonction de la Planete Principale avec le  
Soleil, en allant de *D* vers *T*, dans le  $319^{\text{me}}$  deg. de son Or-  
bite ; & tout cela en moins de deux en deux de nos jours.

Si nous eussions habité une semblable Planete, il n'y a  
pas d'apparence que nous nous fussions flatés long-temps de  
l'immobilité de nôtre habitation.

Les trois autres Satellites éprouveront de semblables

Inégalités, en de pareils points de leurs Orbites, mais moindres, en raison de leurs moindres vîteses, & des Racines reciproques de leurs distances.

Le second aura encore le Soleil retrograde dans les Oppositions de sa Planete Principale, d'environ la 18<sup>me</sup> partie du mouvement moyen du Soleil. Car  $\frac{cT}{Ct} =$

$$\frac{99 \times 6238820}{114424\frac{1}{5} \times 5118} = \frac{617643180}{585623056} = 1 \frac{32020124}{585623056}$$

$$= 1 \frac{1}{18 \frac{22}{320}} \text{ \&c.}$$

ce point, à environ 18 à 19 degrés de part & d'autre.

Au troisiéme, la retrogradation manque totalement; il s'en faut d'environ la 12<sup>me</sup> partie de son moyen mouvement du Soleil, qu'il ne le puisse voir retrograder.

Au Quatriéme, il s'en faut de plus d'un tiers. Ce n'est plus qu'une simple alteration apparente dans le mouvement Solaire, telle que la doit voir nôtre Satellite, la Lune, mais environ 18 fois plus grande.

Comme toutes les Syzygies des trois premiers Satellites de Jupiter sont écliptiques, la supérieure, en *T*, ou la Conjonction de la Planete Principale donnant au Satellite une Eclipsé de Soleil toujours totale avec demeure de deux ou trois de nos heures, & l'inférieure en *P*, ou l'Opposition une Eclipsé de sa grande Lune, ou de Jupiter, toujours partielle, en raison à peu près du disque du Satellite à celui de Jupiter; il est évident que l'accélération apparente du Soleil que nous avons donnée au 1<sup>er</sup> Satellite, par exemple, ne sçauroit être visible, à la rigueur, qu'autour du point *T*, avant ou après la sortie de l'ombre. Et parce qu'il y a toujours à compter tout au moins 1<sup>h</sup> 3 ou 4' de part & d'autre du point *T*, & environ 10 deg. il suit que l'accélération visible du mouvement du Soleil sera un peu moins grande que nous ne l'avons calculée pour le point *T*. Mais en général la circonstance des Syzygies écliptiques bien

loin de diminuer la Facilité des Satellites pour s'appercevoir de leur mouvement propre autour d'un centre commun,  $L$ , doit au contraire l'augmenter : puisque les Eclipses font déterminer avec plus d'exactitude & le lieu, & le mouvement des Planetes, en fournissant à l'Observateur de quoi comparer, & rapporter à celle qu'on connoît mieux, ce que l'on a vû dans celle qu'on ne connoissoit pas si bien. Tout au moins les Eclipses partiales que les interpositions du Satellite produisent sur la Planete Principale, quand il arrive en  $P$ , doivent-elles l'aider à juger de sa Circulation autour d'elle, & lui donner par-là un spectacle assés singulier. Car outre la retrogradation sensible, qu'il peut appercevoir dans le Soleil, si c'est, par exemple, le premier Satellite de Jupiter, il doit voir courir son ombre comme une tache circulaire, ou ovale, & tantôt plus ou moins oblongue, pendant plus de deux heures, & en sens contraire, sur le disque de Jupiter, dont elle n'occupe pas la 400<sup>me</sup> partie, quoi-qu'elle y paroisse 3 ou 4 fois aussi grande que nôtre Lune; car le disque de Jupiter, vû de son premier Satellite, y doit paroître plus de 1300 fois plus grand que ne nous paroît celui de la Lune. Il doit aussi par-là, comme il est aisé de le déduire des différentes distances, y réfléchir 38 fois plus de lumière que ne nous en donne la Lune.

Quant aux Satellites de Saturne, ils devroient, ce semble, avoir des Inégalités encore plus marquées que les Satellites de Jupiter. Car leurs distances du centre commun n'étant pas plus grandes, ni même aussi grandes dans les premiers, que celles des Satellites de Jupiter, ils ont cela de plus, que leur Planete Principale n'est pas tout à fait deux fois aussi loin du Soleil que la leur, tandis que le temps de sa revolution, qui est de près de 30 années, est beaucoup plus que double de celui de la revolution de Jupiter, qui n'est que de 12; ce qui devoit rendre sa vitesse absolüe plus petite, & le rapport de  $cT$  à  $Ct$  d'autant plus grand. Mais l'avantage que les Satellites de Saturne ont à cet égard, se trouve surmonté par le plus de temps qu'ils employent à circuler dans de moindres Orbites, & diminue encore le rapport preced-

dent,



dent, en augmentant la valeur de  $Ct$ . Car il est clair, que si l'Inégalité croît en raison des temps employés par la grande Planete à faire sa revolution, elle décroît en raison de ceux que la Planete Secondaire employe à faire la sienne.

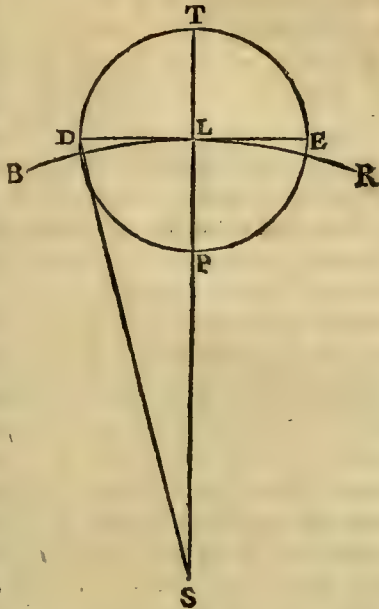
Aussi le premier Satellite de Saturne qui n'est éloigné de son centre que d'environ le diametre de l'Anneau, ou de 43 demi-diametres Terrestres, ne peut-il voir retrograder le Soleil, dans les Oppositions de la Planete Principale, que de la 6<sup>me</sup> partie de son mouvement moyen; une fois moins par conséquent que le premier Satellite de Jupiter, qui le voit retrograder de  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{6}$ . Car la Formule nous donnant ici  $c=43$ .

$$T=10739^i 6^h 36' = 15464556', C=209836, \& \\ t=1^i 21^h 19' = 2719'. \text{ On a } \frac{cT}{Ct} = \frac{43 \times 15464556}{209836 \times 2719} \\ = \frac{664976908}{570544084} = 1 \frac{1}{6 \frac{3947140}{94432824}}.$$

Par un semblable Calcul, on trouvera que le second Satellite ne sçauroit voir de retrogradation sensible; puisqu'elle ne peut guère être que de  $\frac{1}{100}$ . Le Soleil lui paroîtra donc stationnaire, pendant quelques heures, autour de l'Opposition, à environ 8 à 9 deg. de part & d'autre. L'Inégalité diminue encore au 3<sup>me</sup>, & au 4<sup>me</sup>; & enfin au 5<sup>me</sup> elle se reduit à moins que le tiers du mouvement moyen, & il s'en faut

*Mem. 1727.*

.N

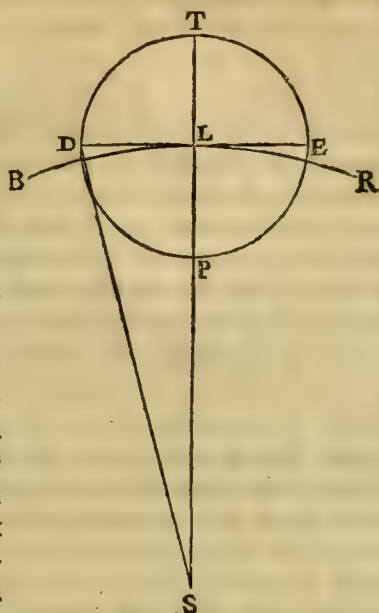


par consequent de plus des 2 tiers de ce mouvement, qu'il ne puisse voir le Soleil retrograde.

Mais il y a encore ici une compensation digne de remarque. Pendant que les Facilités des Satellites, pour s'appercevoir de leur mouvement, par l'Inégalité, dans leurs jours de Syzygie, augmentent en raison reciproque des Racines des distances au centre commun, leurs Facilités en consequence de l'Inégalité annuelle, qui peut resulter de l'incommensurabilité de leurs revolutions avec celle de leur Planete Principale, croissent en sens tout contraire, & en raison directe de ces mêmes distances. Car il est évident par la Theorie de la page 76, & par l'exemple qui en a été donné pour la Terre, que l'année de chaque Satellite doit varier d'autant plus, qu'il peut se trouver plus éloigné du rayon synodique  $TS$ , au commencement, ou à la fin de la revolution annuelle de sa Planete Principale. Puisque l'angle au Soleil  $DST$ , augmente par rapport à chaque Satellite en raison de sa distance au centre  $L$ , & que l'Inégalité dont il s'agit est déterminée par la grandeur de cet angle. Ainsi les derniers Satellites & les plus éloignés de la Planete Principale auront l'avantage à cet égard, comme les premiers & les plus proches l'avoient à l'égard des Syzygies. Or je trouve sur ce pied-là, & par la methode ci-dessus, que le 4<sup>me</sup> Satellite de Jupiter peut voir differer deux de ses années de près de 3 jours &  $\frac{1}{2}$ . Car  $LS$  étant de  $114424 \frac{1}{5}$  demi-diametres Terrestres, &  $DL$  de  $279 = 12 \frac{2}{3}$  diam. de Jupiter; on a par l'analogie du Sinus total  $SL$ , à la Tangente  $LD$ , l'angle au Soleil  $TSD$ , d'environ  $8' 26''$ . Ce qui donne environ 40 heures &  $\frac{1}{2}$  au mouvement annuel, pour porter le Satellite de  $D$  en  $L$ . Et parce que la différence peut être doublée, lorsque ce Satellite se trouvera en  $E$ , au commencement, ou à la fin d'une autre revolution annuelle, on aura en tout  $81^h$ , ou 3 jours & 9 heures de différence entre les deux revolutions.

Par un semblable raisonnement on trouvera que l'Inégalité annuelle du 5<sup>me</sup> Satellite de Saturne peut être d'environ 9 jours, sur une année qui en vaut 30 des nôtres.

Le 1<sup>er</sup> Satellite de Jupiter, qui par sa proximité du centre, & par le temps de sa revolution ne pourroit avoir qu'environ 18 heures d'Inégalité annuelle, se trouve encore en ceci tout à fait inferieur à tous les autres, & a sensiblement 0 d'Inégalité, par la circonstance singuliere, & peut-être unique, de la commensurabilité de sa revolution avec celle de sa Planete Principale. Ce que l'on verra aisément, si l'on compare entre eux les temps  $T, t$ , de la Formule ci-dessus, p. 93; la division de l'un par l'autre donnant, à quelque seconde près, le rapport de 2448 à 1.



Je ne puis me dispenser ici d'avertir, qu'à l'égard de Jupiter & de ses Satellites, j'ai plutôt déterminé son diametre en consequence des Digressions & des distances de ses Satellites, que je n'ai déterminé leurs distances par le veritable diametre qu'on doit lui attribuer. Il est vrai cependant, que les distances des Satellites de Jupiter ont presque toujourns été données, & mesurées en diametres de la Planete, tant par feu M. *Cassini*, que par les Astronomes les plus modernes : & c'est aussi pour me conformer à cet usage, que je les ai exprimées de même\* dans les Calculs precedens. Mais comme je n'a-

\* p. 92.

vois besoin, pour le sujet que je traite, que des distances des Satellites au centre de leurs revolutions, & que d'ailleurs le diametre de Jupiter qui en resulte, differe peu de celui que les dernieres Observations lui donnent, je n'ai cherché qu'à bien déterminer ces distances. Car j'ai pris garde, que

\* V. Chr. bien qu'il y ait une grande diversité \* entre les Astrono-  
 Kirchii mes touchant le diametre de Jupiter, & que depuis M. Hu-  
 Disquis. de guens \*, qui le fait de plus de 40 demi-diametres Terrestres,  
 Diam. Jov. il s'en trouve qui ne le font pas de 18, ou même de 17; ils  
 in Misc. s'accordent presque tous néanmoins à donner les mêmes dis-  
 Berol. Con- tances de ses Satellites, en même proportion avec la Planete  
 tin. 2. p. Principale, en même nombre de ses diametres, & à peu près  
 150. conformément à ce que feu M. Cassini en avoit déterminé  
 \* Cosmoth. long-temps auparavant. Et cela sans que les autres Elemens  
 p. 101. du Calcul, tels que les différentes distances moyennes qu'ils  
 donnent de la Planete au Soleil, puissent rétablir l'analogie.  
 Il est clair cependant que la distance des Satellites, celle du  
 4<sup>me</sup>, par exemple, ne sçauroit être sujette aux mêmes appa-  
 rences, & aux mêmes erreurs d'Optique que le diametre de  
 Jupiter. Car on sçait qu'une des principales difficultés pour  
 déterminer le diametre de Jupiter, vient de l'extreme clarté, &  
 d'une espece de rayonnement de cette Planete, qui font  
 paroître son disque un peu plus grand qu'il n'est. Or cette  
 erreur doit influencer d'autant moins sur les Elongations du Sa-  
 tellite, qu'elles sont plus grandes; parce qu'il n'est vû que  
 comme un point lumineux, & que l'intervalle entre ce point  
 & le disque de la Planete, n'est diminué que par la seule  
 clarté de ce disque, & peut-être un peu par la sienne pro-  
 pre, en raison arithmetique, & non autant de fois que cette  
 distance contient de diametres de la Planete. Donc si M.  
 Cassini jugea le diametre apparent de Jupiter, dans sa plus  
 petite distance de la Terre, de 51'', qui donnent environ  
 22 demi-diametres Terrestres, lorsqu'il détermina la distance  
 du 4<sup>me</sup> Satellite de  $12\frac{2}{3}$  diametres de Jupiter, & si l'on  
 trouve que cette détermination, que je suppose exacte, revient  
 à 279 demi-diametres Terrestres; quand par des inductions  
 ou des observations particulieres au disque de Jupiter, je  
 viendrai à augmenter ou à diminuer son diametre, je dois  
 changer en raison inverse le nombre de ces diametres que  
 j'assigne à la distance du Satellite, sans changer l'angle appa-  
 rent de ses Digressions. Donc si, toutes choses demeurant



d'ailleurs les mêmes, je ne fais le diametre de Jupiter que de 18 demi-diametres Terrestres, par exemple, je dois dire que son 4<sup>me</sup> Satellite est éloigné de son centre de  $15\frac{1}{2}$  de ses diametres, ou au contraire, si je supposois avec M. *Huguens*, le diametre de Jupiter de 40 demi-diametres Terrestres, il ne faudroit faire la distance de son 4<sup>me</sup> Satellite que d'environ 7 de ses diametres, & toujours de 279 demi-diametres Terrestres, dans l'un & dans l'autre Cas. C'est sur cette idée que je fais l'angle sous lequel Jupiter seroit vû du Soleil à ses moyennes distances, d'environ 40", & de 22 demi-diametres Terrestres, & que je suppose la plus grande Digression de son 4<sup>me</sup> Satellite de 8' 26", & de 279 demi-diametres Terrestres. Et c'est moins par rapport au sujet de ce Memoire, où une telle spéculation est peu essentielle, que je mets ici cette Remarque, que pour donner lieu à de nouvelles Observations, & à quelque éclaircissement sur cette matiere. En attendant, j'ajouterai qu'ayant observé plusieurs fois le passage du centre de Jupiter, & celui de son 4<sup>me</sup> Satellite dans ses plus grandes Digressions, par les fils d'une excellente Lunete de 14 pieds, selon la Methode de *Borelli* \*, le Calcul que j'en ai fait m'a redonné à peu près la distance que j'ai adoptée ci-dessus.

\* *Theori-  
cæ Medi-  
ceorum*, l.  
2. c. 4.

Les Facilités des Satellites en vertu de leurs irregularités annuelles, quoi-que fort marquées en apparence, ne sont pas cependant, à beaucoup près, aussi considerables que celles qu'on tire de l'irregularité du mouvement apparent du Soleil aux Syzygies. Nôtre Lune a à peu près le même avantage à cet égard, que les derniers Satellites de Jupiter & de Saturne, qui sont pourtant ceux qui en ont le plus. L'Inégalité annuelle du 4<sup>me</sup> Satellite de Jupiter est, comme nous avons vû \*, de 3 jours 9 heur. & celle du 5<sup>me</sup> de Saturne de 9 jours; celle de la Lune n'est que de 7 heures dans le Cas le plus favorable \*; mais comme son année ne vaut que la 12<sup>me</sup> partie de l'année de Jupiter & de ses Satellites, & la 30<sup>me</sup> de celle de Saturne, les rapports de Facilité qui en resultent doivent être composés des raisons directes de 7<sup>h</sup> à

\* p. 98.

\* p. 79.

$3^i 9^h = 81^h$ , &  $7^h$  à  $9^i = 216^h$ , & des raisons inverses de  $1^a$  à  $12^a$ , &  $1^a$  à  $30^a$ ; d'où il suit que la Facilité absolue de la Lune à cet égard, sera à la Facilité du 4<sup>me</sup> Satellite de Jupiter ::  $7 \times 12. 81 \times 1 :: 84. 81 :: 28. 27$ . & à celle du 5<sup>me</sup> Satellite de Saturne ::  $7 \times 30. 216 \times 1 :: 210. 216 :: 35. 36$ .

L'inégalité annuelle des Satellites ne sçauroit donc leur donner de preuve bien évidente de leur mouvement autour de la Planete Principale. Car, outre la difficulté en général d'avoir par observation le commencement précis de l'année, ou de telle autre époque, il est clair que cette sorte de preuve ne peut revenir que rarement, tant à cause de la longueur des années Solaires des Planetes Principales, que par le long intervalle, & le nombre de revolutions que peuvent exiger les retours des Satellites dans la position requise, selon la commensurabilité plus ou moins éloignée de leurs Orbites, & de leurs revolutions. Sans compter plusieurs circonstances, telles que l'obliquité de l'Ecliptique à l'axe de ces Planetes, & leurs Librations, si elles en ont comme la Lune, qui peuvent rendre leur année solaire très difficile à déterminer, si ce n'est par de grandes masses & de grandes Perodes. Au lieu que l'argument tiré du mouvement apparent aux Syzygies, se trouve par la grandeur de l'Inégalité, & par sa fréquence, très susceptible d'observation : Et rien n'est comparable à la retrogradation rapide que le premier Satellite de Jupiter voit dans le Soleil, en moins de deux en deux de nos jours.

Le premier Satellite de Jupiter demeurera donc selon toute apparence, & toutes compensations faites, celui de tous les Corps Celestes qui nous sont connus, dont les habitans auroient la plus grande Facilité pour s'appercevoir du mouvement de leur Planete; & cela à cause du plus grand rapport de sa vitesse propre à la vitesse de sa Planete Principale, c'est-à-dire, par les mêmes circonstances, qui font la promptitude & la fréquence de ses Eclipses dans l'Ombre de Jupiter, & qui l'ont rendu celui de tous les Corps Celestes qui donne

à la Terre, & aux autres Planetes du Tourbillon la plus grande Facilité pour connoître les Longitudes.

Tâchons, avant que de finir, d'approfondir encore un peu cette Theorie, & de la ramener à nôtre premier objet.

Tous les Satellites dont nous venons de parler, employent donc, comme on voit, d'autant moins de temps à faire leur revolution autour du centre commun & de la Planete Principale, qu'ils sont plus près de ce centre. La Planete Principale elle-même est soumise en partie à cette Loy; je dis en partie, parce que la Regle de *Kepler*, invariablement observée entre les differentes Planetes d'un même Tourbillon, souffre quelque exception à la surface de celle qui en occupe le centre. Cette surface ne tourne pas en aussi peu de temps qu'elle devrait tourner en vertu de la Regle, & de sa petite distance du centre commun des revolutions. Mais toujours est-il certain, qu'elle tourne en moins de temps qu'aucune des Planetes secondaires qui circulent autour d'elle. Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, celui de tous dont le mouvement est le plus prompt, employe 42 heures à faire sa revolution autour de Jupiter. Jupiter, selon la Regle, devrait faire la sienne sur son propre centre en moins de 3 heures; il ne la fait qu'en un peu moins de 10, ce qui n'est pas encore le quart du temps employé par le premier Satellite, dont la distance du centre commun ne va pas à 3 diametres du globe de Jupiter. Le Soleil se trouve dans ce cas, eu égard aux Planetes Principales qui tournent autour de lui. Sa surface devrait faire une revolution entiere sur son axe dans 3 heures ou environ, elle ne la fait qu'en  $25\frac{1}{2}$  jours. Mais la Planete de Mercure qui est la plus proche de toutes, & dont la distance n'est pas de 40 diametres Solaires, ne fait la sienne autour de cet Astre qu'en 2 mois & 28 jours. Ce qui est constant, c'est qu'il n'y a pas deux Corps Celestes dans l'Univers connu, qui fassent leurs revolutions en des temps égaux autour du même centre. Et c'est peut-être de toutes les absurdités du sisteme de *Ptolomée* la plus grande, que l'égalité parfaite de mouvement diurne, qu'il attribue à tous

les Astres autour de la Terre de 24 en 24 heures, malgré la prodigieuse inégalité de leurs distances à ce centre commun.

Or je tire de là, si ce n'est une preuve, du moins une induction assez forte contre la nouvelle hypothese.

Car si la Terre tourne autour de la Lune, elle acheve donc sa revolution périodique autour d'elle, dans un temps précisément égal à celui que la Lune sa Planete Principale emploie à tourner sur son propre centre. Ce qui est évident, puisque la Lune nous presente toujours la même face, & un seul de ses hemispheres. Nous suivrions donc son mouvement autour du centre, comme si nous étions attachés à la circonférence d'une même rouë, dont elle représenteroit le moyeu; & nous tournerions avec elle dans le même temps autour d'un centre commun, qui est le sien en ce cas, quoi-que nous en soyons éloignés de plus de 100 de ses diametres. Je ne parle point de sa Libration qui ne fait rien à mon sujet. Ce seroit donc là un exemple unique dans ce genre, une égalité de temps & de revolutions, entre la Planete Principale, & son Satellite, où la suite des siecles n'auroit apporté ni laissé entrevoir la plus petite différence. Egalité suspecte, pour ne pas dire absolument contraire à la Loy générale, & à l'équilibre que gardent entre elles des couches du fluide si différentes, & si éloignées, dans un même Tourbillon.

Enfin nous ne devons pas omettre ici une circonstance de même nature que la precedente, & qui s'est peut-être déjà présentée plusieurs fois à l'esprit du Lecteur; c'est que toutes les Planetes incontestablement Satellites & Secondaires sont beaucoup plus petites que la Planete Principale autour de laquelle elles tournent, & que c'est là le cas où se trouve la Lune à l'égard de la Terre. Ce sont de ces preuves d'analogie & de convenance, qui ne sçauroient jamais conclure au préjudice des preuves directes, mais qui doivent être admises quand elles concourent toutes au même but.

La preuve tirée de la petitesse du globe Lunaire, en comparaison du nôtre, ne sera donc pas d'un petit poids contre la nouvelle hypothese, après avoir été precedée des preuves directes



directes & Astronomiques. Mais je suis fort trompé s'il n'y a ici quelque chose de plus que la simple convenance. Car quoi-que nous ne sçachions pas précisément ce qui détermine le Tourbillon d'une Planete à être de telle, ou de telle grandeur, & à avoir telle ou telle force pour entraîner les corps durs ou fluides, qui se rencontrent dans la sphere de son activité, nous pouvons cependant presumer avec beaucoup de vrai-semblance, que dans le conflict de deux Tourbillons voisins, celui d'une Planete 50 ou 55 fois plus grosse qu'une autre, comme est la Terre par rapport à la Lune, a dû l'emporter sur le Tourbillon de celle-ci, le détruire, ou le contraindre à circuler avec lui en second.

Ce que doit faire à cet égard la grandeur proportionnelle des Tourbillons dans le système *Cartesien*, l'action respective des corps à raison de leurs masses le fera dans le système *Newtonien*. Car bien que selon les principes de ce système, la densité du corps de la Lune soit plus grande que celle du globe Terrestre, & en raison à peu près de 11 à 9; cependant comme son volume est tout au moins 50 fois plus petit, & que les quantités de matiere propre, ou les masses de deux corps sont entre elles en raison composée de leurs densités & de leurs volumes, la Lune demeurera toujours de moindre masse que la Terre, & sa quantité de matiere propre ne sera à celle de la Terre tout au plus que comme 1 est à 40. Ainsi elle devra toujours céder à l'action du globe Terrestre. Mais si nous voulons pénétrer plus avant dans l'esprit de ce système, qui n'est ici que la Theorie des *Forces Centrales*, nous trouverons que l'induction prise de la grosseur, ou de la masse de la Terre, à l'égard de celle de la Lune, peut devenir une veritable démonstration. Cette Theorie bien entendue nous apprend qu'on ne peut pas dire en rigueur d'une Planete Principale, qui a une, ou plusieurs Planetes Secondaires autour d'elle, qu'elles tournent l'une autour de l'autre. Car réellement elles ne tournent qu'autour de leur centre commun de Gravité. Et c'est ce centre, & non la Planete Principale, qui ne quitte jamais la Périphérie

de l'Orbe annuel, & dont les rayons menés au Soleil ou au Foyer de cet Orbe qu'on suppose être une Ellipse, décrivent des Aires proportionnelles aux temps. Ainsi la Terre & la Lune, Jupiter & ses Satellites, le Soleil même & les Planetes de son Tourbillon, tournent reciproquement autour d'un pareil centre, soit qu'on les considere deux à deux, & separement, ou en tel nombre qu'on voudra, & en total. Car il y a un centre commun général, qui est le seul point immobile du Tourbillon. Il faut donc entendre par un Corps Celeste quelconque qui tourne autour d'un autre, celui des deux qui est le plus éloigné du centre de Gravité commun, qui décrit une plus grande Courbe autour de ce centre, & qui, par cette courbe, renferme le second, & la courbe semblablement décrite par celui-ci autour du même point. C'est-là, à parler exactement, ce qui constitue la Planete du second ordre & le Satellite. D'où l'on voit qu'il est essentiel à tout Satellite d'être plus petit, ou de moindre masse que la Planete Principale. Car les bras de levier qui sont les rayons descripteurs, & qui s'étendent de part & d'autre du centre de Gravité commun, sont entre eux en raison renversée des masses, dont les centres propres sont à l'extremité de ces bras. Et ce qui rend comme insensible le mouvement de la Planete Principale autour du centre commun, par rapport au mouvement de ses Satellites, c'est la grandeur de sa masse, ou plutôt la petitesse du bras de levier qui lui repond, & le peu de distance qu'il y a de son centre propre au centre commun. Cela posé, & la superiorité de masse de la Terre une fois admise, il est évident que la Lune doit décrire une plus grande courbe autour du centre de Gravité commun, ou pour parler le langage ordinaire, il est évident qu'elle doit se mouvoir autour de la Terre, lui être extérieure, & la renfermer dans la Périphérie qu'elle décrit, en un mot être son Satellite.

Ce n'est pas ici le lieu d'examiner comment ce balancement mutuel de la Lune, & de la Terre pourroit concilier l'explication du Flux & Reflux de la Mer, dans les princi-

pes de *Galilée*, avec les Phases & les mouvements Lunaires; c'est ce que je ferai peut-être dans une autre occasion. Il me suffit presentement d'avoir montré qu'on ne sçauroit trouver aucune Loi de pesanteur, d'équilibre, ni de mouvement dans l'Astronomie Physique, qui ne tende à subordonner la petite Planete à la grande, & à la faire tourner autour d'elle.

Voilà ce que j'ai pensé sur ce sujet, à l'occasion de la nouvelle Dissertation, qui établit pour principe le mouvement de la Terre autour de la Lune. L'Academie de Bordeaux, qui adjugea le prix à cet ouvrage l'année dernière, & qui l'a rendu public avec éloge, nous avertit \*, qu'elle n'adopte pas les *hypothèses de toutes les Dissertations qu'elle couronne....* & que si elle n'adjugeoit le prix qu'à des systèmes nouveaux, établis sur des preuves incontestables, elle auroit trop souvent le déplaisir de ne pouvoir pas le distribuer, ce qui rendroit insensiblement inutile l'objet qu'elle se propose d'avancer le progrès des Sciences, en excitant l'émulation des Sçavans. J'ai donc cru que cette célèbre Compagnie en couronnant la Dissertation dont il s'agit, n'avoit pas seulement songé à en récompenser le merite, mais qu'elle avoit encore voulu inviter ceux qui la lisoient, à éclaircir une question aussi curieuse & aussi intéressante que celle du mouvement de la Terre autour de la Lune. Ce n'est du moins que dans cet esprit, que j'ai pris la plume contre cet article d'un Ouvrage dont je fais cas d'ailleurs, tant par lui-même, que par le sort qu'il a eu dans une Compagnie à qui j'ai l'honneur d'appartenir comme membre, & dont je suis plus intéressé que personne du monde à faire respecter les suffrages.

\* Edition  
de Bor-  
deaux.



O B S E R V A T I O N S  
 SUR  
 UNE PAIRE DE CORNES  
 D'UNE GRANDEUR  
 ET FIGURE EXTRAORDINAIRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

IL y a plusieurs années que Monsieur *Doyly*, homme fort curieux, & dont une certaine Etoffe d'Eté porte le nom, trouva dans une Cave, ou Magasin, à *Wapping*, une paire de Cornes d'une grandeur extraordinaire, & d'une figure tout à fait étrange. Elles étoient assés gâtées, & les vers les avoient rongées fort avant dans la surface en divers endroits. Elles avoient été dans ce Magasin si long-temps, que lorsque M. Doyly les acheta, personne ne put l'informer de quel pays elles étoient venuës, ni en quel temps & de quelle maniere elles avoient été mises là. Elles ressembloient en diverses choses à des Cornes de Chevres, tellement que plusieurs personnes les prirent pour des Cornes d'un Animal de cette espece, qui devoit probablement être aussi grand en son genre, que le *Moufedeer*, espece de Cerf de l'Amerique. La Société Royale ayant été informée de cette affaire, M. Hient, alors leur Operateur, en fit un dessin, & M. le Docteur Hook lût un Memoire là-dessus à une des assemblées. Je crois que ce dessin & ce Memoire se sont perdus, mais je me souviens, qu'il conjectura, que c'étoient les Cornes du *Sukotyro*, comme les Chinois l'appellent, ou *Sucotario*, bête très grande, & d'une figure tout à fait bizarre. *Nicuhof* fait mention de cette bête dans ses Voyages aux Indes Orientales \*, & il en donne la figure & la description suivante : Il est, dit-il, de la grandeur d'un grand Bauf, ayant le museau approchant à celui d'un Cochon, deux oreilles longues & rudes, une queue épaisse & touffue. Les yeux sont placés perpendiculai-

\*p. 360.  
 de l'Édi-  
 tion An-  
 gloise.



rement dans la tête, d'une manière tout à fait différente de ce qu'ils sont dans d'autres Animaux. De chaque côté de la tête, tout proche des yeux, il sort une longue Corne, ou plutôt une Dent, non pas tout à fait aussi épaisse que la Dent d'un Elephant, Il paît l'herbe, & est pris fort rarement. Mais pour revenir, plusieurs personnes allèrent voir ces Cornes chés M. Doyly, & il en refusa une bonne somme d'argent : mais quelque temps après l'ayant traité dans une maladie, fort à sa satisfaction, il m'en fit présent.

Elles sont assés droites à une distance considérable de la base, & puis se courbant, elles vont insensiblement se terminer en pointe. Elles ne sont pas rondes, mais un peu plates & comprimées, avec des *fulci* ou sillons larges & transversaux sur leur surface, ondées par dessous. Elles ne sont pas tout à fait de la même grandeur, en ayant mesuré une (*Fig. 1.*) le long de sa circonférence, depuis le point *A* de la base *AB* jusqu'au point *D*; j'en trouvois la longueur *ACD* de six pieds six pouces & demi, mesure d'Angleterre; depuis *B* jusqu'à *D*, mesurant en droite ligne, il y avoit quatre pieds cinq pouces & un sixième. Le diamètre de la base *AB* étoit de six pouces & trois quarts, & la circonférence d'un pied cinq pouces. Elle pesoit 21 livres 10 onces, & contenoit dans sa cavité cinq quarts d'eau. Dans l'autre, (*Fig. 2.*) la circonférence *ACD* étoit de six pieds quatre pouces, la ligne *BD* de quatre pieds sept pouces, le diamètre de la base *AB* sept pouces, & sa circonférence un pied six pouces. Celle-ci pesoit 21 livres treize onces & demi, & contenoit dans sa cavité quatre quarts d'eau & demi; mais elle en auroit contenu davantage si elle n'avoit pas été fort rongée vers la base.

Le Capitaine d'un Vaisseau des Indes ayant vû ces Cornes, me dit qu'il avoit observé une grande espece de Bœufs dans les Indes, qui en portoient de semblables. Et plusieurs raisons me portent à croire que ce sont les Cornes d'une grande espece de Bœuf, ou de Vache qui se trouve dans l'Ethiopie & d'autres Contrées au milieu de l'Afrique, &

qui a été décrite par les anciens Ecrivains, quoi-que, ce qui doit paroître étrange, fort peu des Auteurs modernes en ayent fait mention.

Agatharchide le Cnidien qui vecut autour de la 126<sup>e</sup> Olympiade, environ cent quatre-vingts ans avant la naissance de Jesus-Christ, est le premier parmi les Anciens qui fasse mention de ce Bœuf, grand & carnacier; il en donne une description fort ample (dans les restes de son Traité de la Mer Rouge, conservé par Photius dans la Bibliothèque \*, & qui ont été pareillement imprimés avec sa vie dans les *Geographiæ veteris Scriptores Græci minores*, publiés par M. Hudson :) & il paroît par ce qui suit, que la plupart des Auteurs qui ont vecu après lui, n'ont fait que le copier. (A) Je transcrirai ici tout le Chapitre où il traite de cet Animal, selon la traduction de Laurentius Rhodomannus. *De Tauro Carnivoro. Omnium, quæ adhuc commemoravi, immanissimum & maximè indomitum est Taurorum genus, quod carnes vorat, magnitudine crassius domesticis, & pernitate antecellens, insigniter rufum. Os ei ad aures*

## R E M A R Q U E.

(A) Cet Agatharchide fleurissoit principalement sous Ptolomée Philometor : plusieurs Ecrivains anciens font mention de lui comme d'un Historien & Philosophe Peripateticien. M. le Clerc. (Histoire de la Medecine, p. 387.) le range parmi les Medecins de ce temps-là, quoi-que ce n'étoit pas proprement sa profession, mais parce que dans son histoire il parle d'une maladie dont Hippocrate ni les autres Medecins qui l'ont précédé, n'ont rien dit. Nous sommes redevables de cette Observation à Plutarque, qui nous informe sur l'autorité d'Agatharchide, que les peuples, qui habitent autour de la Mer Rouge, parmi d'autres maladies étranges auxquelles ils sont sujets, sont souvent tourmentés de certains petits Dragons, ou petits Serpents, qui se trouvent dans

leurs jambes ou dans leurs bras, & leur mangent ces parties. Ces Animaux montrent quelquefois un peu la tête, mais sitôt qu'on les touche, ils rentrent, & s'enfoncent dans la chair, où s'y tournant de tous côtés, ils y causent des inflammations insupportables. Plutarque ajoute, qu'avant le temps de cet Historien, ni même depuis, personne n'avoit rien vu de semblable en d'autres lieux. C'est certainement le Dragonneau ou Vena Medeni des Auteurs Arabes (dont voyés mon Histoire Naturelle de la Meque, vol. 1. pag. 126, & vol. v. p. 190. 336.) qu'Agatharchide décrit ici, maladie qui subsiste encore aujourd'hui, non seulement parmi les Peuples dont il est parlé ici, mais aussi sur les Côtes de la Guinée, & dans les parties Meridionales de la Perse.

usque deductum. Visus glauco colore magis rutilat quam Leoni. Cornua aliàs non secus atque aures movet, sed in pugna, ut firmo tenore consistant, facit. Ordo pilorum inversus contra quam aliis animantibus. Bestias etiam validissimas aggreditur, & ceteras omnes venatur, maximeque greges incolarum infestos reddit maleficio. Solum est arcu & lancea invulnerabile. Quod in causa est, ut nemo id subigere, (quamvis multi id tentarint) valuerit. In fossam tamen aut similem ei dolum, si quando incidit, præ animi ferocia citò suffocatur. Ideo rectè putatur, etiam a Troglodytis, fortitudine Leonis, & velocitate equi, & robore Tauri præditum, ferroque cedere nescium. Diodore de Sicile, dans le troisième livre de sa Bibliothèque, n'a fait que copier Agatharchide, même jusqu'à se servir, à peu de chose près, de ses propres paroles : Il a ajouté néanmoins les particularités suivantes, que ses yeux reluisent de nuit, qu'après avoir tué d'autres bêtes il les devore, & que ni la force & le courage des Bergers, ni le grand nombre de Chiens ne sont capables de l'effrayer quand il attaque des troupeaux de Bétail. Le passage suivant qui a du rapport au même Animal, est tiré de Strabon \*.

*Sunt & ibidem (in Arabia) Tauri feri ac qui carnem edant, nostros & magnitudine & celeritate longe superantes, colore rufi.*

Pline \* paroît aussi avoir copié Agatharchide. Ses paroles sont : *Sed atrocissimos habet (Æthiopia) Tauros Sylvestres majores agrestibus, velocitate ante omnes, colore fulvos, oculis cæruleis, pilo in contrarium verso, rictu ad aures dehiscente juxta cornua mobilia, tergori duritia silicis omne respuens vulnus. Feras omnes venantur, ipsi non aliter quam fovea capti feritate semper intereunt.* Le même Auteur (dans le 45<sup>me</sup> Chapitre du VIII<sup>e</sup> Livre de son Histoire naturelle) fait mention d'une espèce de Bœufs d'Inde : *Boves Indici, quibus Camelorum altitudo traditur, cornua in latitudinem quaternorum pedum.* Il est très probable, que ces Bœufs d'Inde sont les mêmes avec ceux d'Éthiopie décrits ci-dessus, principalement si on suppose que les Copistes de Pline ont écrit *latitudinem*, au lieu d'*altitudinem*. Solinus \* n'a fait que copier Pline, avec cette seule différence, qu'il les appelle *Indicos Tauros, Taureaux des Indes*, Salmas.

\* Geogr. l.

xvi. p.

775. Ed.

Cassaub.

\* Histor.

Nat. lib.

viii. cap.

xxi.

\* Poly

Hist. l. i. r.

cap.

p. 58. Ed.



au lieu que Pline lui-même les décrit parmi les Animaux d'Ethiopie. Ceci ne doit pas pourtant paroître étrange, quand on considère aussi que l'Ethiopie a été comprise parmi les Indes par quelques Auteurs anciens. La description qu'Elie

\* *Histor.*  
*Anim. lib.*  
*XVII. c.*  
45.

\* *Histor.*  
*Anim. lib.*  
*III. c.*  
*XXXIV.*

donne de ces Animaux \* est parfaitement conforme à celle d'Agatharchide, & il semble l'avoir empruntée de lui : Il en fixe la grandeur au double de la grandeur des Bœufs ordinaires de la Grece. Il y a un autre passage dans Elie \*, qui semble avoir du rapport à cette grande espece de Bœufs d'Ethiopie, aussi-bien qu'aux grandes Cornes décrites ci-dessus : Ses paroles sont, *Ptolomæo secundo ex Indiâ cornu allatum ferunt, quod tres amphoras caperet : unde conjicere possumus bovem illum, à quo ejusmodi tantum cornu extitisset, maximum fuisse.*

\* *Lib. I.*  
*c. 10.*

\* *Lib. III.*  
*c. 11.*

\* *Comment.*  
*ad Histor.*  
*Æthiop. P.*  
145.

Ludolf dans son Histoire d'Ethiopie \*, parlant de ces grands Bœufs Ethiopiens, conjecture que ce sont les *Taurelephantes* que Philostorgius le Cappadocien \* dit avoir vû à Constantinople de son temps. Les paroles de Philostorgius, citées par Ludolf \*, sont *Habet & Terra illa maximos & vastissimos Elephantas ; imo & Taurelephantes, ut vocantur, quorum genus quoad cætera omnia bos maximus est, corio verò coloreque Elephas, & ferre etiam magnitudine.*

Il paroît des passages que je viens de citer, qu'il y a en Ethiopie (& selon toutes les apparences aussi dans les Contrées Méditerranées de l'Afrique, où fort peu de Voyageurs ont jamais pénétré) une très grande espece de Bœufs, pour le moins deux fois aussi grands que nos Bœufs ordinaires, avec des Cornes d'une grandeur proportionnée, quoi-qu'autrement ils en diffèrent en bien des choses. Je ne sçaurois nier que les relations que les anciens Ecrivains nous ont laissé des choses extraordinaires, ne peuvent pas toujours être passées sans restriction, le fabuleux y étant fort souvent mêlé avec ce qui est vrai. Mais quant à cette grande espece de Bœufs, il y a quelques Auteurs modernes, qui nous assurent qu'il y a un pareil Animal dans ce pays-là, quoi-qu'aucun, que je sçache, nous en aye donné une description aucunement satisfaisante.

\* *Lib. I.*  
*c. 10.*

Ludolf dans son Histoire d'Ethiopie \*, remarque qu'il y a dans



dans ce pays-là des Bœufs d'une grandeur extraordinaire, deux fois aussi grands que les Bœufs de Hongrie & de la Moscovie, & qu'ayant montré quelques Bœufs d'Allemagne des plus grands à Gregoire Abyssinien, (les écrits & la conversation duquel lui fournissoient les Memoires pour cet Ouvrage) il en fut assuré, qu'ils n'étoient que d'une grandeur moyenne à comparer à ceux de son pays. Il est fait mention aussi dans divers endroits de Lettres des Jesuites, de la grandeur de ces Bœufs, & le même Ludolf \* cite le passage suivant, tiré d'une Lettre d'Alphonse Mendez, Patriarche d'Ethiopie, datée le 1. Juin 1626 : *Buoi grandissimi, di corna snisuramente grosse è lunghe, talmente che nella corna di ciascuno di esse potea capire un otre piccolo di vino* : c'est-à-dire, des Bœufs très grands, avec des Cornes si longues & si épaisses, que chacune pourroit contenir un petit uter de Vin. Bernier, dans sa relation des Estats du grand Mogol \*, remarque que parmi plusieurs presents qui devoient être présentés par deux Ambassadeurs de l'Empereur d'Ethiopie, à Aureng Zeb, il y avoit une Corne de Bœuf prodigieuse, remplie de Civette, que l'ayant mesurée, il trouva que la base avoit demi-pied en diametre. Il ajoute que cette Corne, quoi-qu'elle fût apportée par les Ambassadeurs à *Dehli*, où le grand Mogol tenoit alors sa Cour, ne lui fut pas pourtant présentée, parce que se trouvant courts d'argent, ils avoient vendu la Civette longtemps avant que de venir-là.

\* *Comment.  
in Histor.  
Æthiop.*

\* *Tome II,  
P. 43.*

Après tout, il me paroît fort probable, que les Cornes que j'ai dans ma collection, décrites ci-dessus, comme aussi la Corne dont Bernier fait mention, sont les Cornes d'une très grande espece de Bœufs ou de Vaches, qui se trouve en Ethiopie, & autres Contrées Mediternanées d'Afrique, & qui a tant de rapport au *Taureau Carnivore*, décrit par Agatharchide, Pline, & les autres Ecrivains anciens mentionnés ci-dessus, qu'il paroît que ce soit le même. Mais je ne sçau-rois déterminer si c'est précisément le *Sucotorio*, ou *Sukotyra* de Nieuhof, la description qu'il donne de cet Animal n'étant pas assez étendue pour cela, quoi-qu'il y aye lieu de croire

*Mem. 1727.*

. P

\* *Icon.*  
*Anim.*  
*Quadr. Ed.*  
*2. Figur.*  
*1560. p.*  
*34*

114 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
que ce soit le même. *Gesner* \* parle, & nous donne la figure  
d'une Corne fort grande, qu'il dit avoir vû suspenduë à une  
des colonnes dans la Cathedrale de Strasbourg, & qui pa-  
roît être de la même espece avec les Cornes en question. Il  
dit, que l'ayant mesurée le long de la circonférence extérieure,  
il trouvoit qu'elle avoit quatre verges romaines en longueur,  
& il conjecture que ç'avoit été la Corne d'un grand & vieux  
*Urus*, que vrai-semblablement on avoit suspenduë-là à cause  
de sa grandeur extraordinaire, peut-être deux ou trois cens  
années avant son temps. Finalement, quant aux Cornes, qui  
se trouvent dans ma Collection, la conjecture qui me paroît  
la plus vrai-semblable, est, que du temps que les Anglois  
avoient un grand commerce à *Ormus*, elles furent portées-là  
avec quelques autres marchandises, & ensuite envoyées ou  
apportées en Angleterre par quelque personne curieuse.

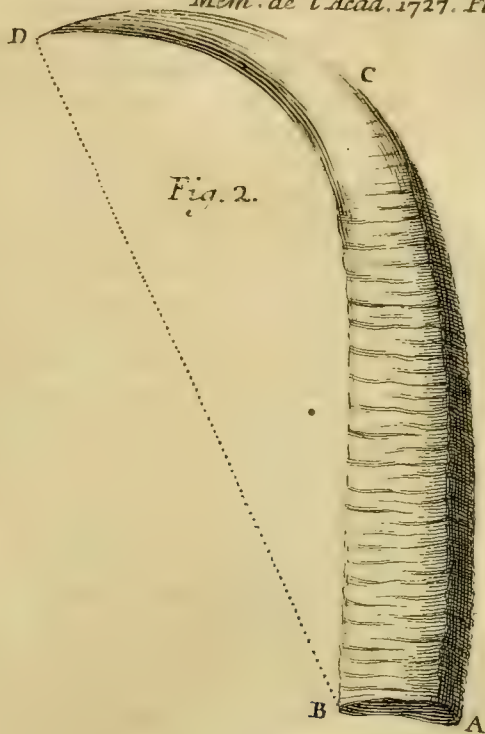
---

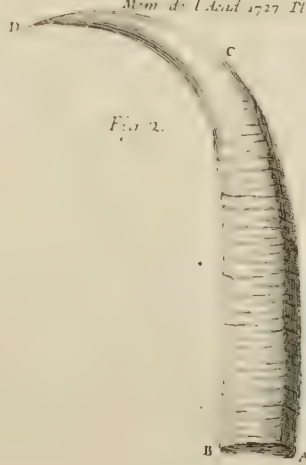
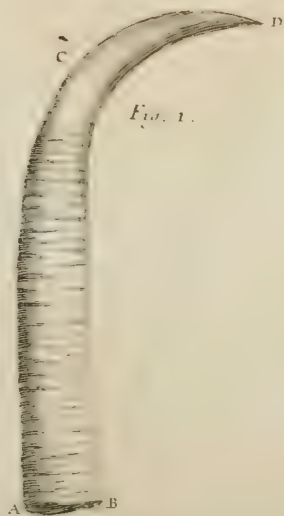
O B S E R V A T I O N S  
SUR LE MESLANGE  
DE  
QUELQUES HUILES ESSENTIELLES  
AVEC  
L'ESPRIT DE VIN.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DANS les différentes operations que j'ai eû à faire sur  
les Huiles Essentielles, j'en ai mêlé plusieurs avec l'Es-  
prit de Vin; & l'examen de ce mélange m'ayant fait con-  
noître que ces deux liqueurs produisoient un refroidissement  
assés sensible, j'ai crû que je pouvois communiquer mes  
Observations sur ce Phénomène qui m'a paru nouveau.

Comme l'Esprit de Vin est une Huile étherée très in-  
flammable, & que d'un autre côté les Huiles Essentielles sont  
des Souffres exaltés, si prêts à prendre feu, qu'il ne faut  
qu'un esprit acide pour les allumer subitement & avec explo-







sion; ainsi que je l'ai fait voir l'année dernière, je ne pouvois présumer que le mélange de ces Huiles avec l'Esprit de Vin dût occasionner aucune sorte de froid réel, puisque c'est joindre, pour ainsi dire, deux feux ensemble. J'eus donc recours au Thermometre qui donne en pareil cas la preuve la plus exacte & la plus décisive; & en le plongeant dans le mélange de l'Esprit de Vin avec différentes Huiles Essentielles, je vis la liqueur descendre très sensiblement. La singularité de ce fait méritant d'être confirmée par des expériences variées, je vais, dans la suite de ce Memoire, rendre compte de celles que j'ai faites.

Un Phénomène tout opposé, sur lequel j'ai donné des Observations en 1713, n'est pas moins surprenant; c'est que l'Esprit de Vin, qui paroîtroit devoir être temperé par le mélange de l'Eau pure, s'échauffe au contraire très vivement avec elle, & fait monter la liqueur du Thermometre à une hauteur très considérable.

Ces deux Phénomènes méritent assurément quelque attention; car il ne paroît pas naturel que des Souffres exaltés produisent du froid en s'unissant, & que l'eau jointe à l'un de ces Souffres, échauffe au lieu de refroidir. C'est aussi une singularité remarquable, que l'eau ne produise pas sur les Huiles Essentielles ce que j'ai fait voir qu'elle opere sur l'Esprit de Vin.

Avant que de risquer des conjectures pour expliquer ces Phénomènes, je vais donner les faits tels que je les ai observés.

J'ai pris de l'Huile rectifiée de Térébenthine, je l'ai versée sur de l'Esprit de Vin où elle a eû de la peine à se dissoudre; quoi-que la bonne Térébenthine, toute grossière qu'elle est, s'y dissolve parfaitement, mêlée à parties égales. L'une & l'autre blanchissent d'abord l'Esprit de Vin, auquel elles s'unissent en les agitant ensemble, & la Térébenthine reste toute entière unie à l'Esprit de Vin, aussi-bien que la résidence de son Huile Essentielle après la rectification; mais cette même Huile Essentielle rectifiée ne se joint à cet esprit qu'en petite quantité, puisque dans une once d'Esprit de Vin, il ne peut

s'en dissoudre qu'un gros trois grains, & que le surplus s'en sépare en se précipitant. On voit par-là, que plus une Huile est subtile, moins elle est disposée à se joindre à l'Esprit de Vin, & que cette union se fait plus aisément avec des matieres sulphureuses plus grossières.

C'est en observant ce qui se passoit dans ces mélanges que je remarquai ce froid assés sensible dont j'ai parlé. Pour m'en assurer avec exactitude, je plongeai un Thermometre dans chacune de ces liqueurs séparément, & je trouvai que dans l'une & dans l'autre il s'arrêtoit à la même hauteur. En effet, j'ai éprouvé que les liqueurs, qu'on appelle chaudes ou froides, à cause de leurs différentes propriétés pour l'usage interieur, ont toutes le même degré extérieur de chaud ou de froid, pourvû qu'elles ayent été suffisamment exposées à l'air libre. Je fis ensuite un mélange de deux onces d'Esprit de Vin & d'autant d'Huile rectifiée de Térébenthine, j'y plongeai le même Thermometre; & au moment que ces deux liqueurs s'unissoient, je vis descendre la liqueur du Thermometre d'une ligne & demie. Ayant fait un autre mélange avec une Huile moins rectifiée, à même poids, le Thermometre descendit de deux lignes à deux lignes & demie. Enfin dans le mélange de la Térébenthine elle-même avec l'Esprit de Vin à parties égales & au poids de deux onces chacun, le Thermometre descendit encore au-dessous.

Le mélange d'une once de Camphre avec une once du même Esprit de Vin fit baisser la liqueur du Thermometre de quatre jusqu'à quatre lignes & demie.

En faisant le même essai sur d'excellent Baume de Copaiï, mêlé avec l'Esprit de Vin, au poids de deux onces chacun, le Thermometre est descendu de trois lignes & demie, quoique dans ce mélange le Baume n'ait pas été entierement dissous, puisqu'il s'est séparé ensuite, pour la plus grande partie, d'avec l'Esprit de Vin.

L'Essence de Lavande mêlée de même avec l'Esprit de Vin, à parties égales, & au poids d'une once, s'y joint très intimément, & ne produit aucun changement au Thermometre.

L'Huile de Citron se dissout dans l'Esprit de Vin, presque aussi difficilement que l'Huile rectifiée de Térébenthine, & mêlée avec cet Esprit au poids d'une once chacun, elle fait baisser le Thermometre de deux lignes & demie.

L'Huile Essentielle d'Anis, qui, comme on le sçait, a la propriété de se figer en forme de Crystaux dans les temps froids, s'unit pour l'ordinaire assés intimément avec l'Esprit de Vin, & étant mêlée avec cet Esprit à même dose, elle fait baisser la liqueur du Thermometre de quatre à cinq lignes.

L'Essence de Limette, dont une once d'Esprit de Vin ne dissout que trois Dragmes & demie, fait descendre le Thermometre de trois lignes.

L'Huile Essentielle de Gérofle se mêle parfaitement avec l'Esprit de Vin, mais elle ne produit aucun changement à la hauteur du Thermometre.

Toutes ces différentes observations meritoient d'être comparées aux experiences dont j'ai parlé dans mon Memoire de 1713, du mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin : je les ai repetées cette année, & j'ai plongé un Thermometre dans ce mélange, qui en a fait monter la liqueur de treize lignes. J'ai fait aussi ces experiences sur d'autres liqueurs aqueuses, mais chargées de parties Salines, pour observer ce qui en resulteroit. J'ai choisi d'abord l'Urine, qui est en même temps huileuse & saline, mais où l'Huile & le Sel nagent dans une grande quantité de flegme. En la mêlant avec l'Esprit de Vin, le Thermometre n'a monté que de dix lignes; ainsi la partie huileuse & saline paroît ôter, dans l'Urine, à la partie purement aqueuse, une faculté d'augmenter la chaleur, qui mesurée par le Thermometre, se trouve de trois lignes.

Le mélange de l'Esprit de Vin avec le Vinaigre distillé à pareille dose, ou avec le Vin lui-même, a produit un effet semblable au precedent sur le Thermometre.

Sçachant que le Sel Ammoniac mêlé avec l'eau simple, en rallentit le mouvement de fluidité, & qu'il fait baisser considérablement la liqueur du Thermometre, j'ai voulu voir quel seroit son effet en le mêlant avec l'Esprit de Vin.

J'ai jetté un gros de ce Sel en poudre sur une once de cet Esprit, où le Thermometre étoit déjà plongé; ce qui l'a fait descendre d'une ligne & demie. Mais comme une liqueur si spiritueuse est peu propre à dissoudre ce Sel, j'ai versé par dessus une once d'eau. J'avois lieu de croire que par cette addition de flegme les Sels étant plus dissous, ils feroient baisser encore la liqueur du Thermometre, cependant tout le contraire est arrivé, & la liqueur est remontée de sept lignes & demie; effet qu'on ne peut attribuer, à ce que je crois, qu'au mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, & comme ce mélange, s'il eust été d'eau seule & sans l'addition précédente du Sel Ammoniac, auroit dû faire monter la liqueur du Thermometre à treize lignes & demie, on voit par cette expérience, que la dissolution de ce Sel suspend l'effet du mélange de l'eau seule de la quantité de cinq lignes & demie. Cette dissolution agit donc plus puissamment que l'Urine, qui toute saline qu'elle est, laisse monter la liqueur du Thermometre jusqu'à la hauteur de dix lignes, quand on la mêle avec l'Esprit de Vin.

Le Sel volatile Ammoniac étant plus aisé à dissoudre par l'Esprit de Vin dont il est déjà pénétré, a fait descendre le Thermometre de trois lignes, au lieu que le Sel Ammoniac simple ne l'avoit fait descendre que d'une ligne & demie.

Il paroît par toutes ces Observations, que les liqueurs empreintes de Sels, étant mêlées avec l'Esprit de Vin, causent un ralentissement du mouvement, & par conséquent une diminution de chaleur; d'où il est naturel de conjecturer que les Huiles Essentielles étant chargées de parties salines, comme je l'ai fait voir, doivent ralentir le mouvement de l'Esprit de Vin dans lequel on les mêle, & faire baisser par conséquent la liqueur du Thermometre.

Pour rendre raison du Phénomène opposé, qui est la chaleur du mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, il faut considérer que dans le mélange de deux liqueurs, ou elles s'unissent en agissant l'une sur l'autre, ou elles s'unissent sans action. Or dans le mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, ces deux



liqueurs se pénétrant mutuellement & avec beaucoup de vitesse, il arrive que les Souffres contenus dans l'Esprit de Vin produisent en se développant une effervescence qui fait monter la liqueur du Thermometre de plus d'un pouce.

J'ai fait remarquer que l'Huile Essentielle de Lavande & celle de Girofle, ce qui peut aussi arriver à quelqu'autre, s'unissoient à l'Esprit de Vin, sans exciter ni chaud ni froid sensible, puisqu'il n'arrive aucun changement dans le Thermometre. On en peut inférer que ces liqueurs se mêlent ensemble sans action reciproque, comme l'Eau & le Vin, dont les parties en s'unissant ne font que se placer les unes auprès des autres : ainsi il n'arrive ni condensation ni raréfaction. Les Sels de ces sortes d'Huiles Essentielles, qui pourroient produire une espece de condensation, ne sont pas apparemment assez abondans ou assez dissous pour le faire & comme les Souffres ne se développent point, parce que les liqueurs mêlées n'ont aucune action l'une sur l'autre, ils ne produisent non plus aucune raréfaction.

A l'égard de l'Huile d'Anis qui se mêle assez intimement avec l'Esprit de Vin, & dont le mélange fait descendre la liqueur du Thermometre de cinq lignes ou environ, il paroît que les Souffres étant fortement condensés par les Sels abondans dans cette Huile, ne peuvent se développer dans son union avec l'Esprit de Vin, qui est lui-même condensé par ces mêmes Sels ; ce qui produit le degré de froid qui fait descendre le Thermometre si considérablement.

Que l'eau ne produise pas dans son mélange avec les Huiles Essentielles la même effervescence qu'avec l'Esprit de Vin, la raison en paroît assez claire. C'est que l'Eau & l'Huile Essentielle ne s'unissent jamais : quelque agitation qu'on leur donne, elles ne se pénètrent point ; & comme les Huiles Essentielles sont ou plus legeres ou plus pesantes que l'eau, elles s'en séparent, ou en surnageant, ou en se précipitant au fond.

L'Esprit de Vin au contraire quoi-que plus leger que l'eau en est facilement pénétré. Outre l'experience qui doit nous

en convaincre, il faut considérer qu'il est un Souffre d'une autre nature que les Huiles Essentielles, & j'ai fait voir dans mon Memoire de 1718 que le Souffre de l'Esprit de Vin le plus rectifié, nage dans une très grande quantité de flegme, de même nature, de même poids & de même saveur que l'eau pure : Il n'est donc pas étonnant que l'Eau & l'Esprit de Vin s'unissent si parfaitement, & que ces deux liqueurs se penetrent mutuellement. Les Huiles Essentielles au contraire contiennent un Souffre beaucoup moins étendu par le flegme que ne l'est celui de l'Esprit de Vin; aussi sont-elles impénétrables à l'eau, & par conséquent incapables de se mêler avec elle.

---

## TROISIEME MEMOIRE

SUR

### LA GONIOMETRIE

### PUREMENT ANALYTIQUE.

Par M. DE LAGNY.

9 Juillet  
1727.

APRÈS ce que j'ai donné dans les Memoires de 1724 & 1725 sur les mesures purement Geometriques & purement Analytiques des Arcs de Cercle & des angles rectilignes mesurés par ces Arcs, il ne reste plus, pour épuiser entièrement cette partie de la Goniometrie, qu'à adjoûter les trois articles suivans.

1<sup>o</sup> La Formule generale & exemplaire qui represente seule tous les Termes infinis en nombre de la Serie Goniometrique, & qui peut les former.

2<sup>o</sup> La Formule exemplaire d'approximation indéfinie; terminée à chaque Terme de la même Serie. Ensorte que l'on puisse toujours sçavoir promptement & précisément à quel Terme on doit s'arrêter pour approcher de la valeur de l'angle cherché à moins d'une cent milliême, d'une  
millionième,

millionième, d'une cent millionième, &c. près, & en general à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, & par conséquent aussi l'arc à moins d'une partie aliquote quelconque du cercle, à moins de  $\frac{1}{1a}$ , ou entre  $\frac{1}{1a}$  &  $\frac{1}{a+1}$  de ce même cercle, ou enfin suivant l'expression ordinaire, à moins d'un degré, d'une minute, d'une seconde, d'une tierce, &c. Ce second Article est essentiel pour la pratique.

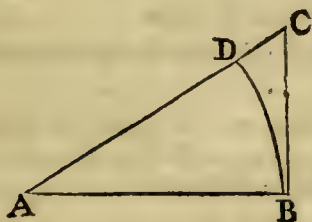
3° Enfin il faut déterminer les *Maximum* & les *Minimum* du Calcul Goniometrique. Ce dernier Article est le plus curieux, par rapport à la Theorie. J'ajouterai par occasion une nouvelle Méthode de Calcul integral pour les Series infinies & incomplexes fondées sur la comparaison de l'ante-infinitième terme avec l'Infinitième. *Ce sera le sujet d'un autre Memoire.*

## ARTICLE PREMIER.

Soit le rayon ou demi-diametre du Cercle  $AB=1$ .

Soit l'Arc de Cercle  $BD=1x$  mesure de l'angle  $BAC$ , cherché mediatement ou immediatement, & soit sa Tangente

$$BC = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{R}. \text{ Voyés}$$



la Figure ci-à-côté. Je suppose que, suivant les préparations préliminaires données dans les Memoires de 1725, cet angle cherché est toujours moindre que la sixième partie de l'angle droit, ou que de

15 degrés, & que par conséquent  $R$  est toujours nécessairement plus grand que  $2+\sqrt{3}$ . Cette Remarque est nécessaire pour déterminer le *Maximum* du Calcul Goniometrique; parce que c'est le Cas où le rayon étant  $=1$ , la Tangente est  $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$  ou  $2-\sqrt{3}$ . Et c'est la plus grande Tangente qui soit possible dans le Triangle subsidiaire.

Or en substituant  $r+1$ , & ses puissances au lieu de  $R$ .

*Mem. 1727.*

. Q

Et de ses puissances j'aurai cette Equation en Serie toute positive, sans aucun mélange des Signes  $+$  &  $-$ , comme il y en a dans ma première & ancienne Serie, j'aurai, dis-je, cette nouvelle Equation, qui est en ce sens plus commode

$$\text{pour le Calcul, sçavoir } x = \frac{3rr+6r+2}{1 \times 3 R^3} + \frac{7rr+14r+2}{5 \times 7 R^7} \\ + \frac{11rr+22r+2}{9 \times 11 R^{11}}, \text{ \&c. à l'infini, ou } x = \frac{3rr+6r+2}{3 R^3} \\ + \frac{7rr+14r+2}{35 R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99 R^{11}}, \text{ \&c. à l'infini.}$$

Je dis presentement, que si l'on désigne par  $a+1$ , l'Exposant de chaque terme de cette Serie, l'on aura cette dernière Equation en Formule exemplaire.

$$x = \frac{\frac{4a+3}{4a+3} \left\{ rr + \frac{8a+6}{4a+3} \right\} r + 2}{\frac{4a+3}{4a+3} \times \frac{4a+1}{4a+3} \times R^{\frac{4a+3}{4a+3}}}, \\ \text{ou } x = \frac{\frac{4a+3}{16aa+16a+3} \left\{ rr + \frac{8a+6}{16aa+16a+3} \right\} r + 2}{R^{\frac{4a+3}{16aa+16a+3}}}.$$

Car en substituant dans cette dernière Formule exemplaire les valeurs de  $a$ , successivement égale à 0, à 1, à 2, à 3, &c. à  $\infty$ , l'on aura successivement tous les Termes de la Serie ci-dessus;

$$\frac{3rr+6r+2}{3 R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35 R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99 R^{11}}, \text{ \&c. à l'infini : Ainsi supposant } a=0, \text{ l'on aura}$$

$$\begin{aligned} 4a+3 &= 3 \\ 8a+6 &= 6 \\ 16aa+16a+3 &= 3. \end{aligned}$$

$$\text{Et par conséquent le premier Terme sera } \frac{3rr+6r+2}{3 R^3}.$$

Ensuite supposant  $a=1$ , l'on aura

$$\begin{aligned} 4a+3 &= 7 \\ 8a+6 &= 14 \\ 16aa+16a+3 &= 35 = 5 \times 7 = 16+16+3. \end{aligned}$$



Et par conséquent le second Terme sera  $\frac{77r+14r+2}{35R^7}$ .

Et supposant  $a=2$ , l'on aura

$$4a+3=11$$

$$8a+6=22$$

$$16aa+16a+3=99=64+32+3.$$

Et par conséquent le 3<sup>me</sup> Terme sera  $\frac{1177+22r+3}{99R}$ , & ainsi de suite à l'infini.

Enfin si l'on suppose  $a=\infty$ , l'on aura

$$4a+3=4\infty+3$$

$$8a+6=8\infty+6$$

$$16aa+16a+3=16\infty^2+16\infty+3.$$

Et par conséquent le penultième ou l'ante-infinitième

terme sera  $\frac{4\infty+3\{77+8\infty+6\}r+2}{16\infty^2+16\infty+3 \times R^{4\infty+3}}$ , & l'infinitième

sera  $\frac{4\infty+7\{77+8\infty+14\}r+2}{16\infty^2+48\infty+35 \times R^{4\infty+7}}$ .

### REMARQUE I.

Chacun de ces deux Termes est infiniment petit, parce que le Dénominateur dans chacun est infiniment plus grand que le Numerateur correspondant, & d'ailleurs ces deux Termes sont *analogiquement* égaux, n'y ayant d'inégalité dans les Numerateurs & les Dénominateurs que par des Infiniments petits du 1<sup>er</sup> & du 2<sup>d</sup> genre.

### REMARQUE II.

Il est absolument impossible d'intégrer analytiquement, exactement & en general la Formule exemplaire ci-dessus, par aucune Equation d'un degré fini & déterminé, non plus que ses deux Converses, lorsque  $x$  étant exprimé par

$x = \frac{4a+3\{77+8a+6\}r+2}{16aa+16a+3 \times R^{4a+3}}$ , supposé donné avec le

Q ij

rayon, l'on demande la Tangente, ou que  $x$  étant supposé donné avec la Tangente, l'on demande le rayon, c'est-à-dire que le rapport du rayon à la Tangente d'un Arc étant donné, ou en nombres ou en Equation numerique finie & déterminée quelconque, il est impossible de trouver une Equation numerique qui exprime le rapport de ce rayon & de cette Tangente à l'Arc correspondant. Il est par conséquent impossible de résoudre ce Probleme Geometriquement par l'intersection de deux Courbes geometriques, & de même le rapport du rayon à l'Arc étant donné ou supposé donné en nombres quelconques ou en Equation numerique quelconque, il est impossible de déterminer ni en nombres ni en Equation numerique quelconque la Tangente correspondante à cet Arc, ni le rapport de cet Arc à la circonference entiere. Enfin il est de même impossible (le rapport de l'Arc à sa Tangente étant donné ou supposé donné) de trouver en nombres ni en Equation numerique quelconque le rapport du rayon à cette Tangente, ni de l'Arc à la circonference entiere.

## D É M O N S T R A T I O N.

Il est impossible de déterminer exactement & analytiquement par une seule & même Equation d'un degré déterminé, les rapports des Tangentes des Arcs simples aux Tangentes des Arcs doubles, triples, quintuples, &c. des Arcs sous-doubles, sous-triples, sous-quintuples, &c. ni à plus forte raison les rapports en general en raison donnée quelconque de nombre à nombre. Car il faut une Equation ou Formule du 2<sup>d</sup> degré pour les Tangentes des Arcs doubles ou sous-doubles; il faut une Equation ou Formule du 3<sup>me</sup> degré (même dans le Cas irréductible) pour les Tangentes des Arcs triples & sous-triples en general; il faut une Equation du 5<sup>me</sup> degré pour les Tangentes des Arcs quintuples & sous-quintuples, &c. Il faudroit donc une Equation Transcendante ou de l'infinitième degré pour résoudre par elle seule les rapports du Rayon à toutes ces Tangentes à l'infini, ou en

general le rapport de la Tangente de l'Arc  $ix$  à la Tangente de l'Arc  $\frac{ax}{b}$ . Or une Equation de l'infinitième degré est une Equation absolument impossible. Donc le rapport de l'Arc à l'Arc d'un même Cercle étant donné en general, comme de  $a$  à  $b$ , il est absolument impossible de déterminer par aucune Equation finie & déterminée le rapport des Tangentes des deux Arcs  $x$  &  $\frac{bx}{a}$ , & reciproquement, &c. Mais si l'on pouvoit integrer en general la Serie representée dans la Formule exemplaire ci-dessus par une Equation d'un degré fini quelconque, on trouveroit par une seule & même Equation ou Formule exacte, les rapports du rayon & de la Tangente quelconques, & à plus forte raison le rapport composé de ces deux lignes droites aux Arcs correspondants à ces Tangentes, & reciproquement, &c. Ce qui vient d'être démontré impossible. Donc ni la Serie ci-dessus ni la Formule exemplaire qui la represente, ne peuvent être intégrées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## C O R O L L A I R E.

Il n'y a que les Problemes qui peuvent se reduire en Equations analytiques finies & déterminées, qui puissent être résolus Geometriquement, par l'interfection des lignes Courbes geometriques. Donc la rectification des Arcs de Cercle en general par le rayon & par leurs Tangentes est impossible geometriquement, comme elle est impossible analytiquement.

## R E M A R Q U E   I I I.

La ligne circulaire seule, à l'exclusion de toutes les autres especes de lignes courbes à l'infini, a cette propriété, que tout Arc de Cercle étant pris où l'on voudra sur la circonférence entiere, égal à un autre Arc quelconque du même Cercle, ces deux Arcs sont en même temps égaux & parfaitement semblables, à cause de la parfaite uniformité de la courbure du Cercle. La ligne droite a aussi cette même propriété

126 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
commune avec le Cercle, à cause de la parfaite uniformité  
de situation de tous ses points.

Il suit de-là, que la rectification exacte & Geometrique  
d'aucun Arc de Cercle en particulier, n'est pas plus possible  
que la rectification de tout autre Arc en general. Or on  
vient de démontrer l'impossibilité de cette rectification en  
general. Elle est donc également impossible dans tout Arc  
en particulier, puisqu'il est impossible de concevoir aucune  
raison de difference à cet égard entre deux Arcs d'un même  
Cercle, d'ont l'un seroit supposé rectifiable, & l'autre ne le  
seroit pas, ni même aucun autre Arc qui ne seroit pas préci-  
sément à ce premier Arc, comme nombre à nombre.

#### R E M A R Q U E I V.

Cette espece de Démonstration Metaphysique & Trans-  
cendante, n'est en soy ni moins exacte, ni moins certaine,  
ni moins convaincante que celle des trois Propositions sui-  
vantes, lesquelles sont pourtant reçues generalement, & ap-  
prouvées par tous les Geometres, comme étant bien dé-  
montrées.

##### I.<sup>o</sup>

Ayant déterminé arbitrairement (comme on le peut tou-  
jours) le Logarithme d'un nombre premier quelconque,  
autre que l'unité. Par exemple du nombre 10, il est abso-  
lument impossible de déterminer exactement, ni en nombres  
rationnels, ni en nombres irrationnels, le Logarithme d'au-  
cun autre nombre premier à celui qu'on a pris d'abord. Par  
exemple, il est impossible d'exprimer exactement le Loga-  
rithme du nombre 7, on ne peut qu'en approcher indéfini-  
ment par des Series rationnelles.

Remarqués que la Courbe Logarithmique n'est nullement  
uniforme, comme l'est le Cercle dans sa courbure.

##### I I.<sup>o</sup>

La Trissection de l'angle est un Probleme qu'on ne peut  
resoudre par le Cercle & la ligne droite.



L'invention des deux Moyennes proportionnelles entre deux lignes données, est également impossible par le Cercle & la ligne droite.

## COROLLAIRE II.

Il ne reste donc rien à souhaiter sur la rectification des Arcs de Cercle, & sur la mesure des angles qui en dépendent nécessairement, si ce n'est de déterminer le plus simplement, le plus promptement, le plus exactement, & le plus généralement qu'il soit possible, les limites d'approximation de chaque terme de la Serie, puisque l'integration parfaite de cette Serie est impossible. Et voici la Formule generale & exemplaire des limites de cette approximation.

## ARTICLE II.

## THEOREME.

*Si à la somme de tant de Termes qu'on voudra de la Serie Cyclometrique & Goniometrique ci-dessus, dont le dernier Terme fini est donné, & peut toujours être représenté par la Formule exemplaire ci-dessus, dans laquelle  $a+3$  représente l'Exposant du dernier terme dans son ordre*

*naturel* 
$$\frac{\frac{4a+3}{2} \{ r r + 8a+6 \} \frac{r+2}{2}}{16aa+16a+3 \times R^{\frac{4a+3}{2}}}$$
, si, dis-je, l'on

*ajoute à cette somme, la valeur* 
$$\frac{1}{4a+5 \times R^{\frac{4a+5}{2}}}$$
, *on aura les limites d'approximation que l'on cherche.*

## DÉMONSTRATION.

La Démonstration se tire aisément de la Serie primitive de rectification des Arcs par leurs Tangentes, le rayon étant exprimé constamment par  $R$ , toujours plus grand que la Tangente  $T$  exprimée par  $\frac{1}{R}$ , & l'Arc correspondant par  $x$ ,

$$\text{on a } x = \frac{1}{R^1} - \frac{1}{3R^3} + \frac{1}{5R^5} - \frac{1}{7R^7} + \frac{1}{9R^9} - \frac{1}{11R^{11}}$$

&c. suivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1719. Or joignant deux à deux les Termes de cette Serie, il en resulte une nouvelle Serie, sçavoir

$$x = \frac{3RR-1}{3R^3} + \frac{7RR-5}{35R^7} + \frac{11RR-9}{99R^{11}}, \text{ \&c.}$$

Enfin supposant  $r+1=R$ , & substituant cette valeur dans les Numerateurs, on a cette dernière Serie toute composée de termes positifs,

$$\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}, \text{ \&c.}$$

Or par la construction & la nature même de la première de ces trois Series, à quelque Terme en nombre pair qu'on s'arrête, la somme de tous ces Termes approche de la valeur de l'Arc par défaut; mais si l'on y ajoute le terme immédiatement suivant, la somme en approchera par excès : c'est-à-dire, que  $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3}$  &  $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{1}{5R^5}$  & de même  $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7}$ , & le même Arc  $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{1}{9R^9}$ , & ainsi de suite à l'infini.

Donc les limites d'approximation sont en general exprimées par  $\frac{1}{4a+5 \times R^{4a+5}}$ , ajouté à la somme d'un nombre fini quelconque de Termes de la 2<sup>de</sup> ou de la 3<sup>me</sup> Serie d'une part, & cette même somme de l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ainsi soit la somme de tous ces Termes  $= \frac{b}{c}$  qui est indéfiniment peu moindre que l'Arc qui sert de mesure à l'angle cherché; si l'on y ajoute  $\frac{1}{4a+5 \times R^{4a+5}}$ , la somme

sera

fera plus grande que l'Arc, & la différence entre ces deux sommes peut devenir indéfiniment petite, & elle devient d'abord aussi petite qu'on peut le souhaiter dans la Goniometrie pratique & sensible. Il faut se souvenir que le rayon étant  $=1$ , la Tangente est toujours moindre que  $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$  suivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1725. Je prends pour exemple le premier & le plus simple des Triangles rectangles en nombres; sçavoir, 3, 4, 5, dont je veux trouver l'angle aigu opposé au petit côté 3.

Comme ce petit côté 3 est plus que la moitié de l'hypothénuse 5, le Probleme se reduit au premier de mes deux Theoremes, en supposant le rayon constant  $=1$ , & la Tangente  $=\frac{4-3}{4+3}=\frac{1}{7}$ ; ce qui donne  $r=6$  &  $R=7$ . Cette Tangente  $\frac{1}{7}$  est la Tangente de l'angle qui sert de complement à l'angle cherché pour le demi-droit ou 45 degrés.

J'ai donc pour premier Terme de la Serie  $\frac{377+67+2}{3R^3}$   
 $=\frac{146}{1029}$ , & pour limite  $\frac{1}{4a+5 \times R^{\frac{4a+5}{5}}}$  puisque  
 $a=0$ . Or  $\frac{1}{5R^5}=\frac{1}{5 \times 16807}=\frac{1}{84035}$ . Et je suis assuré  
 que l'arc cherché immédiatement est entre  $\frac{146}{1029}+$  &  $\frac{146}{1029}$   
 $+\frac{1}{84035}$  du rayon, ce qui me donne  $8^{\circ} 7' 48''$ , &c. &  
 par conséquent l'angle cherché médiatement est de  $36^{\circ} 52'$   
 $11''$ , &c. il n'y a qu'environ une tierce de différence. J'ai  
 ces  $8^{\circ} 7' 48''$ , &c. par une Regle de trois ou par simple  
 soustraction, sans aucune Table de Sinus, Tangentes & Se-  
 cantés, ou par la seule Table contenuë dans une petite page  
 imprimée à la fin des Memoires de 1725, p. 317.

Le second Terme  $\frac{777+147+2}{35R^7}$  donne  $\frac{338}{28.824.005}$ , &  
 la somme de ces deux premiers Termes approche de la veri-  
 table valeur de l'Arc cherché ou de l'angle cherché, auquel  
 cet Arc sert de mesure, cette somme, dis-je, en approche  
*Mem. 1727.* R

à moins de  $\frac{1}{9R^9}$ ; c'est-à-dire, à moins de  $\frac{1}{363 \cdot 182 \cdot 463}$ ;

& ainsi de suite à l'infini, enforte que lorsque

$\frac{1}{4a+5 \times R^{\frac{4a+5}{9}}}$  sera plus petit que la partie aliquote quel-

conque du rayon à laquelle on s'est fixé, le Probleme sera pleinement & parfaitement résolu, & comme en poussant le Calcul jusqu'à moins d'une minute du dixième genre près, j'ai démontré dans les Memoires de 1725 que cette minute du dixième genre étoit entre  $\frac{1}{34 \cdot 644 \cdot 566 \cdot 880 \cdot 952 \cdot 299 \cdot 166}$  & la  $\frac{1}{34 \cdot 644 \cdot 566 \cdot 880 \cdot 952 \cdot 299 \cdot 167}$  du rayon. Pour sçavoir jusques à quel Terme de la Serie il faut pousser le Calcul pour trouver la valeur de l'angle cherché, à moins d'une minute du dixième genre près, il n'y a dans ce Cas. qu'à égaier le Dénominateur  $4a+5 \times R^{\frac{4a+5}{9}}$  au Dénominateur  $34 \cdot 644 \cdot 566 \cdot 880 \cdot 952 \cdot 299 \cdot 166$ , & l'on trouvera que c'est entre le 6<sup>me</sup> & le 7<sup>me</sup> Terme. La Regle est generale, & c'est ce que l'on verra plus sensiblement dans l'usage de la grande Table Goniometrique, qui sera expliquée dans un autre Memoire.

## R E M A R Q U E.

Les Numerateurs de la Serie ci-dessus, sont  
146, 338, 530, 722, 914, 1106, 1298, &c.  
dont les exposans sont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Et les Dénominateurs, sont  
 $3R^3, 35R^7, 99R^{11}, 195R^{15}, 323R^{19}, 483R^{23}, 675R^{27}$ , &c.  
dont les exposans sont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

C'est une progression réglée dont j'ai expliqué la formation dans les Memoires de 1725, p. 295 & 296.





## HISTOIRE

DE

CE QUI A OCCASIONNE ET PERFECTIONNE  
LE RECUEIL DE PEINTURES

DE

PLANTES ET D'ANIMAUX

SUR DES FEUILLES DE VELIN,

CONSERVE

DANS LA BIBLIOTHEQUE DU ROY.

Par M. DE JUSSIEU.

**L**Es Arts & les Sciences sont souvent redevables de leurs perfections à des circonstances qui paroissent avoir été des effets du pur hasard : on en jugera par le merite d'un Ouvrage que l'Art de Broder a occasionné, & par le fruit que la Botanique peut en tirer.

La Broderie étoit si en usage sous les Regnes de Henry IV & de Louis XIII, qu'on ne se contentoit pas d'en porter sur les habits, elle faisoit aussi l'ornement des meubles que l'on vouloit rendre plus somptueux. L'habileté des Ouvriers consistoit à imiter, par le mélange de l'Or & de l'Argent, des Soyes & des Laines de différentes couleurs, la variété des plus belles fleurs qu'ils connoissoient alors : de-là vint la nécessité des desseins de fleurs, auxquels s'appliquèrent ceux qui voulurent exceller dans cet Art de représenter avec l'aiguille les Plantes au naturel.

On ne vit paroître en aucun temps plus de livres de fleurs gravées d'après nature. Hœfnagel, Suverts, Theodore de Bry, Vande Pas, ou *Passeus*, Langlois, Lafleur & Vallet, en mirent au jour à l'envi les uns des autres : & la plupart de ceux à qui ces livres étoient utiles, les faisoient enluminer pour avoir sous leurs yeux des modelles à choisir.

Le luxe de cette mode sur les habits devint bientôt si grand,

que les fleurs ordinaires ne paroissant plus suffisantes, on en chercha d'étrangères, qu'on cultiva avec soin, pour fournir aux Brodeurs de nouveaux desseins.

C'est une obligation que la Botanique eust à la vanité du sexe; car il fallut pour l'entretenir, établir en divers endroits du Royaume, des Jardins de fleurs rares & singulières apportées des Pays les plus éloignés.

Jean Robin fut le premier qui se distingua à Paris par la culture des fleurs de ce genre, qu'il élevoit pour ce motif dans un Jardin, qui au commencement lui étoit propre, & qui devint par la suite en quelque façon celui de Henry IV & de Louis XIII, depuis que ces Princes entrant dans sa curiosité, lui eurent donné des appointements avec le titre, tantôt de leur Botaniste & tantôt de leur Simpliste.

\* Il étoit  
d'Orléans.

C'étoit en ce Jardin que Pierre Vallet \* Brodeur ordinaire de ces deux Rois, alloit copier d'après la nature les fleurs de la nouveauté desquelles il vouloit se servir pour varier ses ouvrages. Nous avons même encore de lui, sous les Titres de *Jardin du Roy Très-Chrestien Henry IV.* & de *Jardin du Roy Très-Chrestien Louis XIII*, deux éditions d'un volume *in folio* de Plantes cultivées par Robin, la dernière desquelles est imprimée à Paris en 1623, & dédiée à la Reine de Medicis: Il indique dans cet ouvrage à ceux qui en veulent enluminer les Plantes, les couleurs qu'ils doivent employer pour imiter le plus parfaitement leur coloris naturel. Et il y a apparence que c'étoit sur de pareilles instructions que tant d'Enlumineurs s'appliquoient à colorier les livres de Brunsfelsius, de Mathiole & de Fuchs, dont il nous reste encore tant d'exemplaires défigurés, par le peu de rapport que les couleurs qu'on y a appliquées, ont avec la vérité des Plantes dont ils représentent les traits.

Le nombre des étrangères augmentant par les acquisitions qu'en faisoit tous les jours le Botaniste Royal, & ne pouvant plus suffire seul aux soins de leur recherche & de leur culture, il obtint du Roy que Vespasien Robin son fils devint son adjoint. Il s'étoit acquis sous son Pere beaucoup de réputation dans ce fait, & nous en avons des preuves par un Cata-

logue Latin qu'il fit imprimer en 1624, d'environ 1800 Plantes qu'ils cultivoient tous les deux dans ce Jardin qu'ils avoient en commun.

Mais l'établissement qui deux années après se fit au Fauxbourg S.<sup>t</sup> Victor, d'un Jardin Royal, dans la vûe de l'instruction des Etudiants en Medecine, donna occasion à une telle augmentation de Plantes étrangères, que Guy de la Brosse Medecin y plaçoit par la faveur du Roy & de ses Ministres, que tous les Jardins des Curieux s'en ressentirent. On les vit bientôt se parer de presque toutes celles que cet industrieux Botaniste tiroit, non seulement de toutes les parties de l'Europe, mais encore du Canada, des Isles Antilles, & des Indes Orientales où nos François établissoient des Colonies.

Les Graveurs même, qui auparavant, & lorsque les belles fleurs étoient rares, n'en avoient pû donner des figures que par parties, trouvant ces sortes de Plantes plus multipliées, en représentèrent depuis cet établissement encore de plus entières.

Pierre Firens fut un de ceux, qui après Vallet, les fit graver par Daniel Rabel en un plus grand volume, & avec toutes leurs parties, dans un livre *in folio* imprimé à Paris en 1632, sous le nom de *Theatrum Floræ*.

Et Guy de la Brosse, dans le dessein de faire connoître la superiorité du Jardin du Roy, se servit de la main d'Abraham Bosse pour représenter en un volume *in folio*, du double plus grand, les Plantes singulières qu'il y élevoit, & qui manquoient aux autres Jardins.

C'étoit un ouvrage d'une grande entreprise, de l'échantillon duquel nous avons cinquante Planches; dans ce nombre il y a certaines especes qu'aucun Botaniste depuis lui ne peut se vanter d'avoir possédées. Ces cinquante Planches que feu M. Fagon son neveu maternel sauva long-temps après des mains d'un Chaudronnier, auquel les heritiers de la Brosse qui connoissoient peu leur merite, les avoient livrées, étoient les restes de près de quatre cens autres qui étoient déjà gravées.

Cette curiosité de fleurs se nourrissoit non seulement par

la multiplication de ces sortes de livres de desseins, mais encore par un commerce ouvert qui se faisoit à Paris, avec les autres Villes de l'Europe, de Semences, de Racines, de Bulbes & de Pieds de Plantes rares que les curieux se communiquoient, instruits par des Catalogues imprimés contenant celles qu'ils possédoient, pour apprendre à leurs correspondans ce qui leur manquoit, & ce qu'ils étoient en état de leur fournir en échange.

Les Princes même se faisoient honneur de ce commerce curieux. Gaston de France Duc d'Orleans qui fut un de ceux-là, commença d'abord à élever des Plantes rares au Luxembourg, à l'endroit où est aujourd'hui le Jardin de Madame la Princesse; & pour n'être pas privé de ce plaisir pendant les longs séjours qu'il faisoit à Blois, il y éleva aussi un Jardin pour lequel il semble avoir eû une prédilection, si l'on en juge par les trois différentes Editions qui se sont faites du Catalogue des Plantes qu'il y cultivoit.

Les avis que ce Prince fait donner au public dans ceux de 1653 & 1654, du dessein qu'il avoit d'acquérir par argent ou par échange tout ce qui lui manquoit, font foi de la passion qu'il avoit pour cette partie de l'Histoire naturelle. Mais cette passion est bien plus marquée par la dépense de l'entretien de M.<sup>rs</sup> Brunier, Laugier, Morisson & Marchant, quatre celebres Botanistes qu'il pensionnoit pour contribuer à l'embellissement de son Jardin.

Il ne se contenta pas d'y voir croître les Plantes rares de la France, & celles qu'on y apportoit des Pays les plus éloignés, il voulut encore que son Cabinet fut orné des desseins & des Peintures qu'il en faisoit faire d'après le naturel.

Entre plusieurs Dessinateurs & Peintres en Miniature, qu'il avoit employés pour ce sujet, aucun ne réussit mieux que

\* de Lan- Nicolas Robert \*, dont personne n'a pu égaler le pinceau.  
gres.

Il dépeignoit ces Plantes chacune sur une feuille de Velin de la grandeur d'un *in folio*, avec une telle exactitude, que la moindre petite partie y est exprimée dans sa perfection : & lorsqu'il se presentoit quelque Oiseau ou quelqu'autre



Animal dans la Menagerie du Prince, il les peignoit sur de semblables feüilles, enforte que Gaston se trouva insensiblement avoir un assés grand nombre de ces miniatures pour en pouvoir former divers porte-feüillés, dont la vûë frequente lui servoit d'une noble recreation.

Ces porte-feüilles après la mort de ce Prince, qui arriva le 3 Fevrier 1660, parurent à M. Colbert un objet digne de la curiosité de Louïs XIV, qui étoit connoisseur & amateur des belles choses, ce qui porta ce ministre à lui en proposer l'acquisition, & de faire créer en faveur d'un aussi excellent sujet la charge de Peintre du Cabinet, autant pour lui tenir lieu de quelque recompense, que pour l'engager à continuer un projet aussi avancé.

Ainsi Robert, flatté par la liberalité du Roy, s'attacha si fidèlement à son objet, que par un travail assidu, d'environ vingt ans qu'il vecut encore, on vit paroître un recüeil de figures d'Oiseaux & de Plantes, aussi singulieres par leur rareté que par la beauté & l'exactitude de leurs desseins.

On peut juger par le temps que cet excellent homme mettoit à rendre parfaites ces feüilles, & par le prix que Louïs XIV lui en donnoit, à l'exemple de Gaston, car elles lui coûtoient cent livres pieces, qu'il n'y avoit guere qu'un Prince qui pût soutenir la continuation d'un tel ouvrage.

Si cet habile Peintre, jaloux de la curiosité de son Maître, qui seul vouloit posseder les pieces de la main d'un homme unique en ce genre, a été assés fidelle pour n'en peindre dans ce goust pour qui que ce soit, il n'a pas laissé de se copier lui-même, d'une maniere, qui sans le rendre coupable, a fait connoître à toute l'Europe son talent.

Ç'a été en gravant de sa main à l'eau forte des Oiseaux, des couronnes, des vases & des Bouquets de fleurs de différente grandeur & propres aux Brodeurs. Ce dernier Recüeil a pour titre, *Icones variae ac multiformes florum appressae ad vivum*, qui se vend aujourd'hui chés Poilly à l'image S.<sup>r</sup> Benoist.

Ses peintures même d'Oiseaux & de Plantes, qui dans le

grand dessein qu'avoit M. Colbert, de faire travailler l'Académie Royale des Sciences à une Histoire generale des Plantes & des Animaux, servirent à l'exécution de ce projet, ont été recherchées dans la suite par l'exactitude & la correction du dessein qu'il s'étoit renduës familières.

C'est pour cela que l'on trouve dans quelques cabinets certaines de ses copies si fidèlement executées, qu'on les prendroit pour ses originaux. Elles sont l'ouvrage de M. le Roy & de Mademoiselle Perraut ses élèves, qu'il formoit pour la miniature; cette dernière l'a possédée assés bien pour en donner aux Princesses de la Cour des *Leçons* qu'elle a appellées *Royales* dans un petit livre *in 12*, imprimé à Paris.

Voilà comme un travail & un talent qui n'avoient eû d'abord de la part de Robert que la curiosité & la broderie & les fabriques d'ouvrages de laine & de soye en vûë, sont devenus par le goust de deux grands Princes, le fondement d'un recueil de pieces d'Histoire naturelle qui sont uniques.

Ni la mort de Robert arrivée en 1684, ni celle du Ministre qui l'avoit produit au Roy, ne firent pas cesser l'ouvrage: le S.<sup>r</sup> Joubert Peintre ordinaire de M. le Prince de Condé, devint aussi celui du Cabinet du Roi; & comme il étoit plus habile à peindre des paisages, qu'à représenter des Plantes, il se servit de différentes mains, & se reposa enfin de ce soin sur le S.<sup>r</sup> Aubriet, qu'il avoit en partie formé dans la miniature.

Celui-ci excité par le zele ardent qu'avoit pour la Botanique feu M. Fagon Professeur des Plantes au Jardin Royal & Medecin alors de la Reine, au lieu d'environ douze scüilles que son predecesseur avoit coûtume d'en presenter au Roy chaque année, en livra d'abord une trentaine, qui sous les yeux de M. Fagon acqueroient une nouvelle perfection.

La Ménagerie de Versailles qui se remplissoit alors de tous les animaux les plus rares, amenés des pays les plus éloignés, & sur-tout d'un nombre prodigieux d'Oiseaux singuliers, fournissoit au nouveau Peintre de nouveaux sujets de perfectionner son talent.

Mais

Mais quel accroissement ne reçût point alors ce recueil, lorsque cet illustre amateur de la Botanique & des autres parties de l'Histoire naturelle, parvenu à la charge de premier Medecin de Louis XIV, se fut déclaré le protecteur des Botanistes, le S.<sup>r</sup> Aubriet gratifié d'un logement au Jardin Royal, & assuré de la survivance de Joubert, pouvoit à peine suffire pour tout ce qui y arrivoit de curieux, sous les auspices de celui que le Roi en venoit de faire le Sur-Intendant.

Celui-ci tâcha de faire revivre en ce peintre le genie & le goust naturel, qui avoit rendu Robert sans égal; à quoi ne contribua pas peu l'attention qu'eust M. de Tournefort à lui faire tirer d'après nature toutes les parties détachées de chaque Plante, d'une maniere si exacte, qu'elles ont depuis servi à établir les classes & les genres dont est formé le système des Elements de ce celebre Botaniste.

M. Fagon jugea même qu'en donnant ce peintre à M. de Tournefort, lorsque Louis XIV l'envoya dans le Levant, pour y faire des recherches utiles à la Botanique, il pourroit non seulement se perfectionner dans ce genre de dessin, à la vûe des Plantes étrangères, telles qu'elles sont sur les lieux; mais encore y faire une provision d'esquisses, qui à son retour lui fourniroient une ample matiere pour augmenter considerablement ce recueil; en effet, le nombre des miniatures qu'il y a ajoutées dans l'espace d'environ vingt-cinq ans, excède de beaucoup celui de Robert.

M. le Premier Medecin qui voyoit avec plaisir l'utilité de ce travail, qui se continuoît à la vûe & à la satisfaction du Roi, se proposant d'y donner un arrangement qui servit de regle à ceux, qui dans la suite travailleroient à cet ouvrage, obtint de Louis XIV d'être pendant quelque temps dépositaire de tous ces volumes : mais la mort de ce Prince qui arriva en 1715, ne lui ayant pas permis de les garder plus long-temps, il les remit au cabinet du Roi, d'où par ordre de feu M. le Duc d'Orleans, alors Regent, ils furent transportés à la Bibliotheque du Roy entre les mains de

M. l'Abbé Bignon son successeur dans cette charge, touché de la celsation de cet ouvrage, par un amour du progrès des Sciences & des Arts qui lui est naturel, & dont il a donné tant de preuves, a fait son possible pour faire continuer cet œuvre; & si par la circonstance des affaires du temps, il n'a pas encore pû y réussir, au moins est-il entré dans les vûes de M. Fagon, & a jugé qu'afin que ce thresor fut de quelque utilité au public, il étoit important d'arranger ces miniatures par les classès & les genres ausquels elles peuvent se rapporter : ce qui au premier coup d'œil doit être également instructif pour les amateurs des Plantes & des Oiseaux; qui en voudront sçavoir les caracteres, & utile à ceux qui seront chargés du soin de faire peindre dans la suite les especes ou les nouveaux genres qu'on voudra y ajoûter.





DE LA POUSSEE DES TERRES  
 CONTRE  
 LEUR REVESTEMENT,  
 ET  
 DE LA FORCE DES REVESTEMENTS  
 QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

SECONDE PARTIE.

Où l'on examine la Poussée des Terres contre des Revêtements dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & où l'on détermine les épaisseurs que les Revêtements doivent avoir pour leur résister.

DANS la première partie de ce Mémoire, j'ai toujours regardé les Revêtements comme des corps parfaitement polis, & dans cette hypothèse, l'effort des Terres a dû être horizontal, c'est-à-dire perpendiculaire à la surface polie & verticale du Revêtement contre laquelle elles pouffoient, & par conséquent appliqué à un levier égal aux deux tiers de la hauteur du Revêtement. *Comme je l'ai fait voir.* 11 Janv. 1727.

Mais si l'on veut considérer les Revêtements comme des corps graveleux, la poussée des terres ne sera plus horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la hauteur du revêtement, mais perpendiculaire aux grains ou inégalités du revêtement sur lesquels cet effort se fera.

Et pour lors la Poussée des Terres ne sera plus appliquée au levier vertical, égal aux deux tiers de la hauteur du revêtement, mais à un levier incliné qui sera beaucoup plus court.

Comme les revêtements sont composés de pierres ou briques, chaux & sable, qui ne donnent jamais des surfaces

polies, je crois qu'il est nécessaire d'examiner quelle sera la Poussée des Terres contre ces surfaces graveleuses & inégales, & de donner la construction des revêtements capables de résister à l'effort des Terres qui poussent contre ces surfaces.

Cet examen est d'autant plus nécessaire, qu'il se trouve une différence notable entre l'épaisseur des revêtements que nous avons regardé comme polis, & celle de ceux dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & que l'épaisseur de ces nouveaux revêtements graveleux, comme ils le sont tous, approche plus de celle que l'expérience a fait connoître à nos plus habiles Ingénieurs & Architectes, quoi-qu'ils n'aient pas déterminé quelle est la quantité du revêtement employée pour faire équilibre avec l'effort des Terres, ni connu ce qui leur restoit pour la solidité du revêtement.

Mais comme les Terres prennent différents talus, nous avons examiné les Terres sur tous ces différents talus, & nous avons déterminé les bases des revêtements qui leur conviennent.

Pour cela nous avons premièrement considéré les Terres comme des grains ou petits boulets qui sont chacun appuyé sur trois autres grains, ce qui forme des Tétraèdres.

Suivant cette hypothèse de l'arrangement des Terres, nous avons examiné deux différents talus, sçavoir celui qui est formé par la face du Tétraèdre, & celui qui est formé par l'arrête du même Tétraèdre.

Secondement, nous avons considéré les Terres comme des grains appuyés, chacun sur quatre autres grains, ce qui forme des pyramides dont les bases sont quarrées, & nous avons examiné le talus formé par les faces de ces pyramides quarrées.

Quoi-que le talus de la face de la pyramide quarrée soit égal à celui qui est formé par l'arrête du Tétraèdre, cependant les Terres qui sont sur la face de la pyramide quarrée, poussent davantage que celles qui sont sur un talus formé par l'arrête du Tétraèdre.

Et comme les Terres qui sont sur un talus formé par la face du Tétraèdre, poussent encore autrement que celles qui

sont sur l'arrête du Tétraèdre, & sur la face de la pyramide quarrée, j'ai examiné ces trois différentes poussées, & j'ai cherché les bases des revêtements qu'il faut opposer à ces trois especes de poussées, & j'ai donné des Tables où l'on trouve les bases de ces revêtements pour les trois talus différents.

## THEOREME I.

*La hauteur, la base & la longueur d'un talus formé par les faces d'un Tétraèdre, sont entr'elles comme*

$$\sqrt{8}, 1 \text{ \& } 3.$$

## DÉMONSTRATION.

Si du sommet *A* du Tétraèdre l'on abbaïsse une perpendiculaire *AN* sur sa base *BCD*, elle sera la hauteur du Tétraèdre, & celle des talus formés par ses faces, & le point *N* sera le centre de gravité de sa base *BCD*. Fig. 1.

Maintenant si par le point *N* l'on tire *DNM*, l'on aura  $MN = \frac{MD}{3}$ .

Ainsi en faisant  $MN = 1$ , l'on aura  $MD = 3$  &  $ND = 2$ .

Enfin si par le point *M* l'on tire *MA*, cette ligne sera la longueur du talus formé par la face *BAC* du Tétraèdre, laquelle ligne *MA* étant  $= MD$ , sera  $= 3$ . Cela posé, puisque le triangle *ANM* est rectangle, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}.$$

Donc la hauteur *AN*, la base *MN*, & la longueur *MA* du talus formé par la face *BAC* du Tétraèdre, sont entr'elles comme  $\sqrt{8}, 1$  &  $3$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur *AN* du talus  $= a$ , l'on aura la base  $MN = \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$ .

Et la longueur *AM* sera  $= \frac{3a}{\sqrt{8}} = \frac{3a}{2\sqrt{2}}$ .

## THEOREME II.

Fig. 1. *Si plusieurs grains de sable arrangés chacun sur trois autres grains se soutiennent sans revêtement, la hauteur, la base & la longueur de leur plus grand talus, seront entr'elles comme  $\sqrt{2}$ , 1, &  $\sqrt{3}$ , & ce plus grand talus est l'arrête du Tétraèdre.*

## D É M O N S T R A T I O N.

Les grains de sable s'arrangeant de maniere qu'un grain est, par l'hypothese, toujours appuyé sur trois autres grains, tous les grains formeront ensemble un Tétraèdre, ou prendront des talus semblables à ceux d'un Tétraèdre.

Or le plus grand talus d'un Tétraèdre est celui qui est formé par son arrête  $AD$ .

Donc le plus grand talus que puissent prendre les sables est égal à celui qui est formé par l'arrête  $AD$  d'un Tétraèdre.

Mais la hauteur  $AN$ , la base  $ND$ , & la longueur  $AD$  de cette arrête, sont entr'elles comme  $\sqrt{2}... 1... \& \sqrt{3}$ .

Car si du sommet  $A$  du Tétraèdre l'on abaisse une perpendiculaire  $AN$  sur sa base  $BCD$ , cette perpendiculaire tombera sur le centre de gravité  $N$  de cette base, & si de l'angle  $D$  de cette même base on tire une ligne  $DNM$  par son centre de gravité  $N$ , l'on aura  $MD = 3MN$  &  $ND = 2MN$ .

Mais  $MD = AM$ , parce que les faces du Tétraèdre sont égales. Donc  $AM$  est aussi  $= 3MN$ .

Ainsi en faisant  $MN = 1$ , l'on aura  $AM = 3$ , &  $ND = 2$ .

Et à cause de l'angle droit  $ANM$ , l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}.$$

Et à cause de l'angle droit  $AND$ , l'on aura l'arrête

$$AD = \sqrt{AN^2 + ND^2} = \sqrt{8 + 4} = \sqrt{12}.$$

Donc la hauteur  $AN$ , la base  $ND$  & la longueur  $AD$



du talus de l'arrête, sont entr'elles, comme  $\sqrt{8}... 2... \& \sqrt{12}...$   
ou comme  $\sqrt{2}... 1... \& \sqrt{3}$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## COROLLAIRE.

Si l'on appelle  $a$  la hauteur  $AN$  du Tétraèdre, la base  $ND$  du talus sera  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ , & la longueur  $AD$  sera  $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

Car puisque nous avons trouvé la hauteur  $AN$ , la base  $ND$ , & la longueur  $AD$  entr'elles, comme  $\sqrt{2}... 1... \& \sqrt{3}$ , nous aurons la base  $ND$  par cette analogie,  
 $\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}}$ , dont le quatrième terme  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  sera la valeur de la base  $ND = AH$ , l'on aura de même la longueur  $AD$  du talu de l'arrête par cette analogie

$\sqrt{2} : \sqrt{3} :: a : \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ , dont le quatrième terme sera la valeur de la longueur  $AD$  du talu formé par l'arrête du Tétraèdre.

Ainsi la hauteur, la base, & la longueur d'un talu formé par l'arrête d'un Tétraèdre, seront exprimées par  $a$ ,  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ , &  $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## THEOREME III.

*La hauteur, la base & la longueur du talus formé par la face de la pyramide quarrée, sont entr'elles ::  $\sqrt{2}, 1$ , &  $\sqrt{3}$ , comme dans l'arreste du Tétraèdre.* Fig. 25.

## DÉMONSTRATION.

Soit un grain  $A$  appuyé sur quatre autre grains, si du centre  $A$  de ce grain l'on tire des lignes  $AB, AC, AE, AG$ , aux centres des quatre grains qui soutiennent le grain  $A$ , & si l'on tire les lignes  $EB, BC, CG, GE$ , c'est-à-dire, si l'on joint par des lignes droites les centres des grains qui se touchent, toutes ces lignes droites seront égales, & formeront une pyramide qui aura pour base le quarré  $BCGE$ , & pour faces les quatre triangles équilatéraux  $ABC, ACG, AGE, AEB$ .

Maintenant si du sommet  $A$  l'on tire une perpendiculaire  $AN$  sur la base, le point  $N$  sera le milieu de cette base, & la perpendiculaire  $AN$  sera la hauteur de la pyramide.

Enfin si du point  $N$ , milieu du carré qui sert de base à la pyramide, l'on tire  $ND$  au milieu de  $BC$ , & si l'on tire  $AD$  il est évident que  $AD$  sera la longueur du talu formé par la face  $ABC$ , &  $ND$  sera le fruit ou la base de ce talu.

Puisque les lignes  $AB$ ,  $BC$ ,  $BE$ , &c. qui joignent les centres des grains qui se touchent, sont égales, si l'on fait chacune de ces lignes  $= 2$ , l'on aura  $BD = \frac{BC}{2} = 1$ .

On aura aussi  $DN = \frac{DF}{2} = \frac{BE}{2} = 1$ .

Et à cause du triangle rectangle  $ADB$ , l'on aura  $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4 - 1} = V_3$ .

Et à cause du triangle rectangle  $AND$ , l'on aura  $AN = \sqrt{AD^2 - DN^2} = \sqrt{3 - 1} = V_2$ .

Donc  $AN : ND : AD :: V_2 : 1 : V_3$ , c'est-à-dire que la hauteur  $AN$ , la base  $ND$  & la longueur  $AD$  du talu formé par la face  $ABC$  de la pyramide composée de cinq grains, sont  $:: V_2 : 1 : V_3$  comme la hauteur, la base & la longueur du talu formé par l'arrête du Tétraèdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

#### C O R O L L A I R E.

Si l'on fait la hauteur  $AN = a$ , l'on aura la hauteur  $AN$ , la base  $ND$  & la longueur  $AD$  du talu formé par la face de la pyramide carrée  $= a, \frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ , comme dans le Corollaire du Theoreme II.

## THEOREME IV.

*La pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait suivant la direction AM du talus formé par la face BAC du Tétraëdre, comme  $\sqrt{2}$  est à 1.*

## DÉMONSTRATION.

Soit tirée  $NQ$  parallèle au talus  $MA$ , &  $NP$  parallèle à l'arrête  $AD$  du Tétraëdre, l'on aura un parallélogramme  $APNQ$ , qui aura pour diagonale la verticale  $AN$ . Ainsi en exprimant la pesanteur du grain  $A$  par cette diagonale verticale  $AN$ , elle se décomposera en deux forces exprimées par  $AP$  &  $AQ$ . Fig. 1.

Mais la force  $AQ$  est entièrement soutenue par le grain  $Q$ . Donc il ne reste au grain  $A$  que la force  $AP$  suivant la longueur  $AM$  du talus formé par la face  $BAC$  du Tétraëdre, ainsi la pesanteur du grain  $A$  est à l'effort qu'il fait suivant  $AM :: AN : AP$ .

Mais  $AP = \frac{2AM}{3}$ . Car à cause des parallèles  $AD$ ,  $PN$ , l'on aura  $AP : AM :: ND : MD :: 2 : 3$ . Ce qui donne  $AP = \frac{2AM}{3}$ . Ainsi la pesanteur du grain  $A$  est à l'effort qu'il fait, suivant  $AM :: AN : \frac{2AM}{3}$ .

Mais par le Theoreme I.  $AN : AM :: \sqrt{8} : 3 :: 2\sqrt{2} : 3$  & par conséquent  $AN : \frac{2AM}{3} :: 2\sqrt{2} : 2 :: \sqrt{2} : 1$ . Donc la pesanteur  $AN$  du grain  $A$  est à l'effort  $AP$ , ou  $\frac{2AM}{3}$  qu'il fait suivant la longueur  $AM$  de la face du Tétraëdre  $:: \sqrt{2} : 1$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## THEOREME V.

*La pesanteur d'un grain A est à l'effort qu'il fait sur chacun des trois grains qui le soutiennent ::  $\sqrt{6} : 1$ , & cet effort se fait toujours suivant l'arrête d'un Tétraèdre.*

## D É M O N S T R A T I O N .

Fig. 1. Soit tirée  $NP$  parallèle à  $AD$  qui passe par les centres des boulets de l'arrête du Tétraèdre, &  $NQ$  parallèle à  $AM$ , l'on aura un parallélogramme  $APNQ$ , qui aura pour diagonale la verticale  $AN$ .

Ainsi en exprimant la pesanteur du grain  $A$  par cette diagonale verticale  $AN$ , elle se décomposera en deux forces exprimées par  $AP$  &  $AQ$ .

Mais la force  $AP$  étant dans le plan du triangle  $ABC$ , est entièrement soutenue par les grains des deux arrêtes  $AB$ ,  $AC$ , enforte qu'il ne reste au grain  $A$  que la force  $AQ$  pour presser le grain  $Q$  dans la direction de l'arrête  $AD$ .

Mais  $AQ = \frac{AD}{3}$ . Car à cause des parallèles  $MA$ ,  $NQ$ , l'on aura  $AQ : AD :: MN : MD :: 1 : 3$ . Ce qui donne  $AQ = \frac{AD}{3}$ .

Donc la pesanteur d'un grain  $A$  est à l'effort qu'il fait sur un grain  $Q$  qui le soutient ::  $AN : \frac{AD}{3}$ .

Mais puisque par le Theoreme II.  $AN : AD :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$ , l'on aura  $AN : \frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$ , c'est-à-dire, la pesanteur  $AN$  d'un grain  $A$  : l'effort  $AQ$  ou  $\frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Mais  $\sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3} :: \sqrt{18} : \sqrt{3} :: \sqrt{6} : 1$ .

Donc la pesanteur du grain  $A$  est à l'effort qu'il fait suivant l'arrête  $AD$  sur le grain  $Q$  qui le soutient ::  $\sqrt{6} : 1$ .

Et comme le grain  $A$  presse également les trois grains  $G$ ,  $Z$ ,  $Q$  qui le soutiennent, il s'ensuit que la pesanteur du grain  $A$  est à l'effort qu'il fait sur chacun des grains qui le



soûtiennent ::  $V6 : 1$ , & que cet effort est toujours suivant les arrêtes d'un Tétrædre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## THEOREME VI.

*La pesanteur d'un grain A appuyé sur quatre autres grains de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'il fait suivant la longueur AD du talus formé par la face de la même pyramide ::  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$  ou bien ::  $1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .*

Fig. 2.

## D É M O N S T R A T I O N.

Si l'on tire  $NP$  parallèle à la longueur  $AF$  de la face  $AGE$ , &  $NQ$  parallèle à la longueur  $AD$  de la face ou talus formé par la face  $ABC$ , l'on aura un parallélogramme  $APNQ$ , qui aura pour diagonale la verticale  $AN$ , & dont le côté  $AP$  sera  $= \frac{AD}{2}$ . Car  $NP$  étant parallèle à la ligne  $AF$ , & coupant  $FD$  en deux parties égales, coupera aussi  $AD$  en deux également.

Ainsi exprimant la pesanteur du grain  $A$  par la diagonale verticale  $AN$ , elle se décomposera en deux forces  $AQ$ ,  $AP$ . Mais la force  $AQ$  étant dans le plan du triangle  $AGE$ , est soûtenüe par les grains  $G$ ,  $E$ . Donc il ne reste au grain  $A$  que la force  $AP$  suivant la longueur  $AD$  du talus formé par la face  $ABC$ .

Ainsi la pesanteur du grain  $A$  est à l'effort qu'il fait, suivant  $AD$  ::  $AN : AP$  : ou bien ::  $AN : \frac{AD}{2}$ .

Mais par le Theoreme III,  $AN : AD : V2 : V3$ , & par conséquent  $AN : \frac{AD}{2} :: V2 : \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Donc la pesanteur  $AN$  est à l'effort  $AP$  ou  $\frac{AD}{2}$  que le grain  $A$  fait suivant la longueur  $AD$  du talus formé par la face  $ABC$  ::  $V2 : \frac{\sqrt{3}}{2} :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$  ou ::  $1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## COROLLAIRE POUR LES THEOREMES IV, V &amp; VI.

**Fig. 1.** Puisque nous regardons les Revêtements comme des corps graveleux, c'est-à-dire, des corps dont les surfaces sont inégales & grenées telles que des murailles bâties de pierres; chaux & sable, les doivent avoir; il est évident que ces Revêtements présenteront aux sables qu'ils doivent retenir, une surface sur les grains de laquelle les grains de sable s'appuieront, comme le grain *A* s'appuie sur le grain *Q*, lorsque les Terres présentent au revêtement un talus formé par l'arrête d'un Tétraèdre, comme dans la figure première, & comme le grain *A* s'appuie sur les grains *G* & *Z*, lorsque les Terres présentent au revêtement un talus formé par la face d'un Tétraèdre, c'est-à-dire, quand un grain *A* appuyé sur trois grains, est appuyé sur deux grains *G* & *Z* du côté du revêtement, (*fig. 1.*)

**Fig. 2.** Et comme le grain *A* s'appuie sur les grains *B* & *C*, (*fig. 2.*) lorsque les Terres présentent au revêtement un talus formé par la face d'une pyramide quarrée, c'est-à-dire, lorsqu'un grain *A* appuyé sur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, est appuyé sur deux grains *B*, *C*, du côté du revêtement, & par deux autres grains *G*, *E*, du côté du terreplain.

**Fig. 1.** Mais le grain *A* qui est appuyé sur trois grains *G*, *Z*, *Q*, fait sur le grain *Q* qui le soutient du côté du revêtement, un effort qui est à sa pesanteur ::  $1 : \sqrt{6}$  suivant le Théoreme V, & cet effort se communique jusqu'au grain *D* du revêtement suivant l'arrête du Tétraèdre, lorsque le revêtement est du côté de cette arrête, & comme chaque grain qui se trouve dans les arrêtes aboutissantes au revêtement, fait contre le revêtement le même effort que le grain *A*, il s'ensuit que tous les grains qui sont dans le triangle *ADH*, c'est-à-dire, entre le talus naturel *AD* des Terres & le revêtement *HD*, font contre le revêtement un effort qui est à leur pesanteur totale ::  $1 : \sqrt{6}$ .

**Fig. 1.** Le même grain *A* qui s'appuie sur deux grains *G*, *Z*, du côté de la face du Tétraèdre, faisant des efforts qui se commu-

niquent par les arrêtes  $AC$ ,  $AB$  jusqu'au revêtement qui feroit du côté de la face du Tétraèdre, fait un effort composé suivant la longueur  $APM$  de cette face qui est à la pesanteur ::  $1 : \sqrt{2}$ , suivant le Théorème IV; & comme tous les grains qui sont dans des faces de Tétraèdre communicantes au revêtement sont contre le revêtement le même effort suivant la longueur de la face du Tétraèdre, il s'ensuit que tous les grains qui sont entre le revêtement & le talus  $ABC$  que les Terres prennent naturellement du côté de la face du Tétraèdre, sont contre le revêtement un effort total qui est à leur pesanteur totale ::  $1 : \sqrt{2}$ , lorsque le revêtement est du côté de la face du Tétraèdre.

Lorsque le grain  $A$  est appuyé sur quatre grains  $B, C, G, E$ , Fig. 21. c'est-à-dire, sur deux grains  $B, C$  du côté du revêtement, & sur deux grains  $E$  &  $G$  du côté du terreplain du Rempart, il fait deux efforts suivant les arrêtes  $AB, AC$  de la pyramide quarrée, qui se communiquent jusqu'au revêtement, & de ces deux efforts il en résulte un suivant la longueur  $AD$  de la face de la pyramide quarrée, qui est à la pesanteur du grain  $A$  ::  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$  suivant le Théorème VI, & comme tous les grains qui sont sur le talus  $ABC$  font le même effort contre le revêtement qu'on suppose du côté de ce talus, il s'ensuit que la pesanteur de tous les grains qui poussent contre le revêtement, c'est-à-dire, qui sont entre le revêtement & le talus formé par la face de la pyramide quarrée, est à l'effort total qu'ils font contre ce revêtement, comme  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ .

#### AVERTISSEMENT I.

Nous exprimerons toujours la pesanteur des Terres ou Sables dont le terreplain du Rempart est formé & chargé, par leur profil.

#### AVERTISSEMENT II.

Soient les Terres  $ADH$  qu'il faut soutenir par un revêtement  $HDB$ , si par l'extrémité  $B$  de la base du revêtement.

Fig. 22.

l'on tire une ligne *BO*, cette ligne *BO* divisera le revêtement en deux parties *HFB*, *FDB*, & les Terres en deux parties *OFH*, *ADFO*.

Or il est évident que la partie *ADFO* des Terres ne fera aucun effort pour renverser le revêtement, puisqu'elle s'appuyera sur la partie *FDB* du revêtement, comme elle s'appuyeroit sur un pareil volume de Terre, mais qu'au contraire elle feroit effort pour retenir cette partie *FDB* du revêtement, en cas que l'autre partie *HFB* voulût l'entraîner avec elle en cas de renversement.

Donc il ne faut point comprendre la partie *ADFO* des Terres dans celles qui font effort pour renverser le revêtement, mais seulement la partie *OFH*.

Et si l'on veut se mettre dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire, dans le cas où le revêtement est plus facile à renverser, il faut supposer que la partie *HFB* du revêtement n'est pas liée avec l'autre partie *FDB*, & que par conséquent le revêtement cassera suivant *FB*, & qu'il n'y aura que la partie *HFB* qui sera renversée, parce que l'autre partie *FDB*, est, comme nous l'avons dit, retenue par les Terres *ADFO*. Au lieu que si nous le faisons casser suivant l'horizontale *DB*, le revêtement seroit plus difficile à renverser, puisque la partie *HFB*, contre laquelle poussent les Terres, seroit obligée d'entraîner avec elle la partie *FDB*, & de vaincre la résistance des Terres *ADFO*.

En un mot le revêtement sera toujours plus difficile à casser horizontalement que parallèlement au talus *AD* des Terres; car si l'on veut le faire casser suivant une ligne horizontale *FR*, il est évident que pour lors les Terres *OFTZ* feront effort pour retenir la partie *TFR*, & pour empêcher que le revêtement ne casse suivant *FR*, de la même manière que la partie *ADFO* des Terres retenoit la partie *FDB* du revêtement.

Donc le revêtement sera toujours plus facile à casser suivant *FB*, ou suivant *TR* parallèlement au talus *AD* des Terres, car pour lors les Terres ne feront aucun effort pour le retenir.



C'est, suivant cette hypothèse, que j'ai résolu les Problèmes suivants.

## PROBLEME I.

*Déterminer l'énergie des Terres pour renverser le Revêtement.*

## SOLUTION.

Soit  $ADH$  le profil des Terres qu'il faut soutenir.

$HDB$  le revêtement qui les doit soutenir.

Fig. 31

Et  $AD$  le talus quelconque que les Terres prendroient pour se soutenir elles-mêmes sans revêtement.

Par l'extrémité  $B$  de la base du revêtement, soit tirée  $BO$  parallèle au talus  $AD$  des Terres, cette ligne divisera les Terres  $ADH$  en deux parties  $ADFO$ ,  $OFH$ , dont la première  $ADFO$  ne contribuera point à renverser le revêtement, puisqu'elle se soutiendra sur la partie  $FDB$  du revêtement, de la même manière qu'elle se soutiendrait sur des Terres mises en sa place.

Il n'y aura donc que la partie  $OFH$ , qui fera effort pour renverser le revêtement, en le cassant suivant la ligne  $FB$ .

Maintenant soit la hauteur  $AN$  des Terres, comme aussi celle  $HD$  du revêtement.....

La base  $ND$  du talus que prennent les Terres.....  $= a$

Le talus  $AD$ .....  $= b$

La base  $DB$  du revêtement.....  $= c$

A cause des triangles semblables  $AND$ ,  $FDB$ , l'on aura

$ND : DB :: AN : FD$ , c'est-à-dire,  $b : x :: a : FD = \frac{ax}{b}$ ,

& par conséquent  $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$ .

Et à cause des parallèles  $OB$ ,  $AD$ , l'on aura  $AO = DB = x$ ,

& par conséquent l'on aura  $OH = AH - AO = b - x$ .

Multipliant cette valeur de  $OH$ , qui est  $b - x$ , par la moitié de la valeur de  $HF$ , c'est-à-dire, par  $\frac{ab - ax}{2b}$ , le produit  $\frac{abb - abx - abx + axx}{2b} = \frac{abb - 2abx + axx}{2b}$  sera la sur-

face du triangle  $OFH$ , c'est-à-dire, le profil des Terres qui pousſent pour renverſer le revêtement, par lequel profil nous exprimerons toujours la peſanteur des Terres.

Soit cette peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font parallèlement à leur talus  $AD :: f : \phi$ , l'on aura l'effort deſdites Terres  $OFH$ , par cette analogie  $f : \phi :: \frac{abb - 2abx + axx}{2b}$  :  $\frac{\phi abb - 2\phi abx + \phi axx}{2bf}$ , dont le quatrième terme ſera l'effort que les Terres  $OFH$  font contre le revêtement  $HDB$ , parallèlement à leur talus  $AD$ .

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité  $P$  du triangle  $OFH$ , & ſe faiſant ſuivant  $PV$ , parallèle au talus  $AD$ , eſt appliqué au bras de levier  $BV$  tiré du point d'appui  $B$  perpendiculairement ſur  $PV$ .

Il faut donc chercher ce levier  $BV$  pour le multiplier par l'effort que nous avons trouvé ſuivant  $PV$ .

Soit  $BL$  parallèle à  $NA$ , les triangles rectangles  $AND$ ,  $LVB$  ſeront ſemblables, l'on aura donc  $AD : ND :: LB : BV$ .

Mais  $AD = c$ ,  $ND = b$ , &  $LB = SF$ , & à cauſe que  $PV$  paſſe par le centre de gravité  $P$  du triangle  $OFH$ , & qu'elle eſt parallèle à ſon côté  $OF$ ,  $SF = \frac{HF}{3} = \frac{ab - ax}{3b}$ .

Ainſi l'analogie  $AD : ND :: LB : BV$  ſe change en celle-ci.....  $c : b :: \frac{ab - ax}{3b} : BV$ . D'où l'on tire  $BV = \frac{abb - abx}{3bc} = \frac{ab - ax}{3c}$ .

Multipliant cette valeur du levier  $BV$  par l'effort des Terres  $OFH$ , qui lui eſt appliqué, le produit

$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\phi aa}{3c}$  ſera l'énergie des Terres  $OFH$ , qui font effort pour renverſer le revêtement. *Ce qu'il falloit trouver.*

## PROBLEME II.

*Trouver l'énergie d'une masse de Terre AI, dont le terre-plain du Rempart seroit chargé.*

## SOLUTION.

Soit comme dans le Probleme précédent la hauteur  $QL$  des Terres.....  $= a$  Fig. 4.  
 La base  $LX$  de leur talus ou  $QH$ .....  $= b$   
 La longueur  $QX$  de ce talus.....  $= c$   
 La base  $ZX$  du revêtement.....  $= x$   
 Si par l'extrémité  $Z$  du revêtement, l'on tire  $AZ$  parallèle au talus  $QX$ , l'on aura  $AQ$ .....  $= ZX = x$   
 Et par conséquent  $AH$ .....  $= b - x$

Cela posé, il est évident que de toutes les Terres dont on pourra charger le terre-plain, il n'y aura que celles qui seront sur  $AH$  qui feront effort pour renverser le revêtement, puisque celles qui seront sur  $AQ$  se soutiendront avec les Terres  $ADXQ$  sur la partie  $DZX$  du revêtement; comme elles se soutiendroient sur un pareil volume de Terre.

Soit pris le parallélogramme  $AI$  pour le profil des Terres qui sont sur  $AH$ , & soit la hauteur de ce parallélogramme  $= d$ . Sa surface par laquelle il faut exprimer la pesanteur des Terres dont il est le profil, sera  $= \overline{b - x} \times d = db - dx$ .

Soit comme dans le Probleme précédent la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font suivant ou parallèlement au talus  $QX$  dans le rapport de  $f$  à  $\phi$ , l'on aura l'effort des Terres, dont  $AI$  est le profil, par cette analogie,

$f : \phi :: bd - dx : \frac{\phi bd - \phi dx}{f}$ , dont le quatrième terme est l'effort que les Terres, dont  $AI$  est le profil, font contre le revêtement.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité  $P$  du profil parallélogrammique  $AI$ , & agissant suivant  $PY$ , est appliqué au bras de levier  $ZY$  tiré du point d'appui  $Z$

154 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
perpendiculairement sur  $PY$ , ainsi il faut trouver ce bras de  
levier  $ZY$ .

Pour cela soit tirée  $SZ$  parallèle à  $QL$ , les triangles rec-  
tangles semblables  $QLX$ ,  $SYZ$  donneront  $QX: LX::$   
 $SZ$ , ou  $CD: ZY$ .

Mais  $QX = c$ ,  $LX = b$ :

Et à cause que  $PY$  passe par le centre de gravité  $P$  du pa-  
rallélogramme  $AI$ , & est parallèle au talus  $QX$  ou  $AD$ , le  
côté  $AH$  du parallélogramme est coupé en deux parties éga-  
les, comme aussi  $HD$  en deux parties égales, ce qui donne  
 $CD = \frac{HD}{2}$ .

Mais  $HD$  que nous avons trouvé dans le Probleme pré-  
cédent sous le nom de  $HF = \frac{ab - ax}{b}$ . Donc  $CD =$   
 $\frac{ab - ax}{2b}$ .

Donc l'analogie  $QX: LX:: SZ$  ou  $CD: ZY$  devient  
celle-ci,  $c: b:: \frac{ab - ax}{2b}: ZY = \frac{ab - ax}{2c}$ .

Multipliant cette valeur  $\frac{ab - ax}{2c}$  du levier  $ZY$  par l'effort  
 $\frac{\phi bd - \phi dx}{f}$  des Terres qui chargent la partie  $AH$  du terre-  
plain, le produit  $\frac{\phi adbb - 2\phi adbx + \phi adxx}{2cf}$  fera l'énergie  
des Terres dont le terre-plain du Rempart est chargé, laquelle  
Formule se réduit à  $\frac{b - x}{2cf} \times \phi ad$ . *Ce qu'il falloit trouver.*

### PROBLEME III.

*Trouver l'énergie du revêtement triangulaire HDB qui  
doit soutenir les Terres qui font effort pour  
le renverser.*

### SOLUTION.

Fig. 3. Soient comme dans les Problemes précédents la hau-  
teur  $HD$  du revêtement, comme la hauteur  $AN$  des



Terres.....  $\equiv a$

La base  $BD$  du revêtement.....  $\equiv x$

La base  $ND$  du talus des Terres.....  $\equiv b$

A cause des triangles rectangles semblables  $AND, FDB$ ,

l'on aura  $FD = \frac{ax}{b}$  &  $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$ , & la

surface du triangle  $HFB = \frac{HF \times DB}{2} = \frac{abx - axx}{2b}$ .

Or de tout le revêtement  $HDB$ , il n'y a que la partie  $HFB$  qui résiste à l'effort des Terres  $OFH$  qui poussent pour renverser le revêtement.

C'est donc l'énergie de cette partie qu'il faut trouver. Pour cela soit la pesanteur de la maçonnerie à celle des Terres dans le rapport de  $p$  à  $\pi$ .

Si la partie  $HFB$  étoit de Terre, l'on exprimeroit sa pesanteur par sa surface  $\frac{abx - axx}{2b}$ ; mais comme elle est de maçonnerie dont nous avons supposé la pesanteur à celle de la Terre dans le rapport de  $p$  à  $\pi$ , l'on aura sa pesanteur par cette analogie  $\pi : p :: \frac{abx - axx}{2b} : \frac{pabx - paxx}{2b\pi}$  dont le quatrième terme sera la pesanteur de la partie triangulaire  $HFB$  du revêtement.

Comme cette partie  $HFB$  du revêtement ne peut être renversée que sur le point d'appui  $B$ , & que sa pesanteur est réunie à son centre de gravité  $Q$ , cette pesanteur est appliquée à un bras de levier  $BC$  pour s'opposer à l'effort que font les Terres pour la renverser.

Donc si l'on multiplie la pesanteur  $\frac{pabx - paxx}{2b\pi}$  de cette partie  $HFB$  du revêtement par son bras de levier  $BC = \frac{2BD}{3} = \frac{2x}{3}$ ,

Le produit  $\frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$  sera l'énergie de la partie  $HFB$  du revêtement qui peut être renversé par l'effort des Terres. *Ce qu'il falloit trouver.*

## REMARQUE.

Fig. 3. Si le Revêtement n'avoit point de fruit, c'est-à-dire, que la face extérieure  $GB$  fut parallèle à la face intérieure  $HD$ , il faut remarquer que,

1.<sup>o</sup> Si l'on suppose le point d'appui du revêtement en  $B$ , pour lors l'énergie du parallélogramme  $HFBC$  sera à celle du triangle  $HFB :: 2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$ , c'est-à-dire  $:: 1 : \frac{2}{3}$ , ou  $:: 3 : 2$ .

Car la surface du parallélogramme  $GF$  est à celle du triangle  $HFB :: 2 : 1$ .

Et le levier du même parallélogramme  $GF$  est à celui du triangle  $HFB :: \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ .

Ainsi multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura l'énergie du parallélogramme  $GF$  à celle du triangle  $HFB$ , comme  $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$  ou  $:: 3 : 2$ .

2.<sup>o</sup> Si le point d'appui n'étoit point en  $B$ , mais que les points d'appui du parallélogramme  $GF$ , & du triangle  $HFB$  fussent écartés du point  $B$  de  $\frac{1}{3}$  de leur base, il arriveroit que le parallélogramme & le triangle auroient même énergie.

Car le levier du parallélogramme seroit à celui du triangle  $:: \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{6}$ , c'est-à-dire  $:: 1 : 2$ .

Ainsi multipliant par ordre la première analogie de la Remarque, & celle-ci, l'on aura

l'énergie du parallélogramme  $GF$

à l'énergie du triangle  $HFB$ ,

comme  $2 \times 1$

est à....  $1 \times 2$ .

C'est-à-dire, l'énergie du parallélogramme égale à celle du triangle.

Donc il est indifférent d'opposer aux Terres qui veulent ébouler, ou le parallélogramme  $GF$ , ou le triangle  $HFB$ , lorsqu'on veut que le point d'appui soit éloigné du point  $B$  de  $\frac{1}{3}$  de leur base.

## PROBLEME IV.

Trouver la base  $BD$  du revêtement triangulaire  $HDB$  qui doit faire équilibre avec la Poussée des Terres, sur le point d'appui  $B$ .

## SOLUTION.

Comme le revêtement & les Terres doivent faire équilibre sur le point d'appui  $B$ , il faut que leurs énergies soient égales sur ce même appui  $B$ .

Mais nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres  $= \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\phi aa}{3c}$ .

Et nous avons trouvé dans le Probleme troisième l'énergie du revêtement triangulaire  $= \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$ .

Ce qui donne cette égalité

$$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\phi aa}{3c} = \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}. \text{ D'où}$$

l'on tire  $\frac{V_{\pi\phi abb}}{V_{2fcp} + V_{\pi\phi a}} = x$  qui est la base demandée.

Ce qu'il falloit trouver.

## PROBLEME V.

Trouver l'énergie d'un revêtement quelconque, c'est-à-dire, d'un revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, sur un point d'appui quelconque.

## SOLUTION.

Soit  $HXZT$  un revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, dont le sommet  $HT$  soit parallèle au talus naturel  $QX$  des Terres.

Soit la hauteur  $HX$  du revêtement, & celle  $QL$  des Terres.

La base  $ZX$  du revêtement.

Fig. 3.

Fig. 4.

158 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La base  $LX$  du talus naturel des Terres.....  $= b$

La longueur  $QX$  de ce talus.....  $= c$

Par l'extrémité extérieure  $Z$  de la base du revêtement, soit tirée  $AZ$  parallèle au talus  $QX$  des Terres.

Par le point  $H$ , sommet du revêtement, soit tirée  $HO$  parallèle au talus  $TZ$  du revêtement.

Par le point  $T$ , sommet du talus du revêtement, soit tirée  $TF$  parallèle à la hauteur  $HX$  du revêtement.

Enfin par le point  $B$ , où  $OH$  rencontre  $AZ$ , soit tirée  $BK$  parallèle à la base  $ZX$  du revêtement.

Toutes ces parallèles donneront le triangle  $HDB$ , semblable & égal au triangle  $TMZ$ , & le triangle  $HKB$  semblable & égal au triangle  $TFZ$ . Ce qui donnera  $KB=FZ$ , &  $HD=TM$ .

Soit  $KB=y$ , &  $XO$  égale à la base du revêtement que nous avons trouvé & déterminé dans le Probleme IV,

c'est-à-dire  $= \frac{V\pi\phi abb}{V2fcp + V\pi\phi a}$ , pour lors à cause

des triangles semblables  $QLX$ ,  $DXZ$ , l'on aura  $LX:QL::ZX:DX$ , c'est-à-dire,  $b:a::x:DX = \frac{ax}{b}$ ,

ce qui donne  $HD=HX-DX=a-\frac{ax}{b}=\frac{ab-ax}{b}$ .

Et à cause des triangles semblables  $QLX$ ,  $DKB$ , l'on aura  $LX:QL::BK:DK$ , c'est-à-dire,  $b:a::y:DK = \frac{ay}{b}$ .

ce qui donne  $HK$  ou  $HD+DK = \frac{ab-ax+ay}{b}$ .

Et à cause des triangles semblables  $HXO$ ,  $HKB$ , l'on aura  $HK:KB::HX:XO$ , c'est-à-dire,  $\frac{ab-ax+ay}{b}:y::a:$

$\frac{V\pi\phi abb}{V2fcp + V\pi\phi a}$ . Ce qui donne  $y = \frac{b-x \times V\pi\phi a}{V2fcp}$

$= BK$  ou  $FZ$ .

Multipliant cette valeur de  $y$  ou de  $BK$  ou  $FZ$  par la valeur  $\frac{ab-ax}{2b}$  de  $\frac{HD}{2}$ , le produit  $\frac{bb-2bx+xx \times aV\pi\phi a}{2bV2fcp}$



fera la surface du triangle  $HDB$  ou de son égal  $TMZ$ .

Si le revêtement étoit de terre, j'exprimerois la pesanteur de sa partie  $TMZ$  par cette surface que je viens de trouver; mais comme il est de maçonnerie, dont la pesanteur est à celle de la Terre dans le rapport de  $p$  à  $\pi$ , l'on aura la pesanteur de cette partie  $TMZ$  du revêtement par l'analogie suivante,

$$\pi : p :: \frac{bb - 2bx + xx \times a \sqrt{\pi \varphi a}}{2b \sqrt{2fc p}} : \frac{bb - 2bx + xx \times pa \sqrt{\pi \varphi a}}{2\pi b \sqrt{2fc p}},$$

dont le quatrième terme est la pesanteur de cette partie

$$TMZ \text{ du revêtement, \& se réduit à } \frac{b - x \times pa \sqrt{\pi \varphi a}}{2\pi b \sqrt{2fc p}}.$$

Comme cette partie  $TMZ$  ne peut être renversée qu'autour du point  $Z$ , sa pesanteur réunie à son centre de gravité est appliquée à un bras de levier  $\pi Z = \frac{2FZ}{3} =$

$$\frac{b - x \times 2 \sqrt{\pi \varphi a}}{3 \sqrt{2fc p}}.$$

Ainsi multipliant cette valeur  $\frac{b - x \times 2 \sqrt{\pi \varphi a}}{3 \sqrt{2fc p}}$  du levier

$\pi Z$  par la pesanteur  $\frac{bb - 2bx + xx \times pa \sqrt{\pi \varphi a}}{2\pi b \sqrt{2fc p}}$ , le produit

$$\frac{b - 3bbx + 3bxx - x \times paa \pi \varphi}{6b\pi fcp} = \frac{b - 3bbx + 3bxx - x \times a \varphi}{6bfc}.$$

fera l'énergie du triangle  $TMZ$  qui se réduit à  $\frac{b - x \times aa \varphi}{6bfc}.$

Voyons maintenant quelle est l'énergie de la partie parallélogrammique  $HDMT$  du revêtement.

Puisque nous avons trouvé  $FZ = \frac{b - x \times \sqrt{\pi \varphi a}}{\sqrt{2fc p}}$ , &

que nous avons fait  $ZX = x$ , nous aurons  $FX = ZX =$

$$FZ = x - \frac{b - x \times \sqrt{\pi \varphi a}}{\sqrt{2fc p}}.$$

Multipliant cette valeur de  $FX$  par la valeur  $\frac{ab-ax}{b}$  de  $HD$ , le produit resultant  $\frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x} \times a \sqrt{\pi \phi a}}{b \sqrt{2fcp}}$  sera la surface du parallélogramme  $HDMT$ .

Comme ce parallélogramme est un profil de maçonnerie; nous aurons la pesanteur de la maçonnerie dont il est le profil, par cette analogie,  $\pi:p::\frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a \sqrt{\pi \phi a}}{b \sqrt{2fcp}}$

est au quatrième terme  $\frac{\pi b x - p a x x}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a p \sqrt{\pi \phi a}}{\pi b \sqrt{2fcp}}$

qui est la pesanteur de la maçonnerie, dont le parallélogramme  $HDMT$  est le profil.

Mais cette pesanteur, étant réunie au centre de gravité ou milieu du parallélogramme  $HDMT$ , est appliquée au bras de levier  $EZ$  ou  $\frac{XF}{2} + FZ = \frac{x}{2} - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi \phi a}}{2 \sqrt{2fcp}}$   
 $+ \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi \phi a}}{\sqrt{2fcp}} = \frac{x}{2} + \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi \phi a}}{2 \sqrt{2fcp}}$ .

Multipliant cette valeur du bras de levier  $EZ$  par la pesanteur  $\frac{pabx-paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x} \times a p \sqrt{\pi \phi a}}{\pi b \sqrt{2fcp}}$  du parallélogramme  $HDMT$ , le produit  $= \frac{pabxx-pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times a a \phi}{4bfc}$  sera l'énergie du parallélogramme  $HDMT$ , sur un appui placé en  $Z$ .

Ajoûtant cette énergie avec celle du triangle  $TMZ$  sur le même appui  $Z$ , la somme  $\frac{pabxx-pax^3}{2b\pi} - \frac{\overline{b-x}^3 \times a a \phi}{12bfc}$  sera

fera l'énergie du Trapeze  $HDZT$  qui peut être renversé autour de l'appui  $Z$  par la poussée des Terres.

Si l'on veut un autre appui que le point  $Z$ , il est évident que ce point d'appui sera dans la ligne  $DZ$ , qui est l'endroit par lequel le revêtement peut être cassé.

Soit donc cet appui dans un point quelconque  $V$  de la ligne  $DZ$ , de telle sorte que l'on ait  $l:g::DZ:VZ$ . Si de ce nouvel appui  $V$ , l'on tire la verticale  $VG$ , l'on aura aussi  $l:g::ZX:GZ$ . C'est-à-dire,  $l:g::x:GZ = \frac{gx}{l}$ .

Or le point d'appui étant en  $V$ , les leviers  $\pi Z$ ,  $EZ$  auxquels étoient appliquées les pesanteurs des deux parties du revêtement, seront racourcis de la quantité  $GZ = \frac{gx}{l}$ .

Il faudra donc de l'énergie du revêtement que nous avons trouvé sur l'appui  $Z$ , retrancher le produit de la pesanteur du revêtement, ou plutôt du Trapeze  $HDZT$ , par ce racourcissement  $\frac{gx}{l}$  de levier; mais ajoutant ensemble la pesanteur du parallélogramme  $HDMT$ , & celle du triangle  $TMZ$ , la somme

$$\frac{pabx - paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap \sqrt{\pi \phi a}}{2\pi b \sqrt{2fc p}}$$

fera la pesanteur du Trapeze  $HDZT$ , laquelle étant multipliée par le racourcissement  $\frac{gx}{l}$  des leviers, donnera

$$\frac{pabgxx - pagx^2}{\pi bl} - \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx \sqrt{\pi \phi a}}{2\pi bl \sqrt{2fc p}} \text{ pour le produit}$$

qu'il faut retrancher de l'énergie que nous avons trouvé sur le point  $Z$ .

Enfin la soustraction étant faite, le reste  $\frac{pabxx - pax^2}{2\pi b}$

$$- \frac{\overline{b-x}^3 \times aa \phi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^2}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx \sqrt{\pi \phi a}}{2\pi bl \sqrt{2fc p}}$$

fera l'énergie d'un revêtement quelconque, sur un appui

Mem. 1727.

.X

162 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
quelconque suivant les conditions énoncées. *Ce qu'il falloit trouver.*

## PROBLEME VI.

*Trouver la base d'un Revêtement quelconque, dont l'énergie soit à celle des Terres qui poussent naturellement contre lui, plus celle dont le terreplain du Rempart seroit chargé dans le rapport de m, à n, & que ce rapport d'énergie se fasse sur un point d'appui quelconque V; & que la base XO de la partie triangulaire du Revêtement. C'est-à-dire, le fruit soit* 
$$= \frac{V\pi\phi abb}{V2fc p + V\pi\phi a}$$

*qui est la base d'un Revêtement triangulaire qui peut faire équilibre sur l'extrémité de sa base avec le terreplain seulement, suivant le Probleme IV.*

## SOLUTION.

Fig. 4. Nous avons trouvé dans le Probleme V.<sup>e</sup> l'énergie du revêtement sur un point quelconque  $V = \frac{pabxx - pax^3}{2\pi b}$

$$- \frac{\overline{b-x} \times aaf}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx V\pi\phi a}{2\pi bl V2fc p}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres qui poussent contre le revêtement  $= \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{6bfc}.$

Et nous avons trouvé dans le Probleme second l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart seroit chargé  $= \frac{\overline{b-x}^2 \times \phi ad}{2cf}.$

Mais suivant l'énoncé de ce Probleme, l'énergie du revêtement doit être à l'énergie des Terres & de la masse dont le terreplain seroit chargé, dans le rapport de m, à n, ce qui donne cette analogie  $\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} : \frac{\overline{b-x}^3 \times aao}{12bfc} =$



$$\frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx \sqrt{\pi \varphi a}}{2\pi bl \sqrt{2fc\pi}} : \frac{\overline{b-x}^3 \times \varphi aa}{6bf c}$$

$$+ \frac{\overline{b-x}^2 \times \varphi ad}{2cf} :: m:n. \text{ D'où l'on tire}$$

$$x = \frac{\sqrt{\left. \begin{aligned} &6f\varphi p\pi ncbbl \times l - 2g \times 2am + an + 6md \\ &- 9bbmnl d g \pi \varphi \sqrt{2ac\pi f \varphi} \\ &+ \frac{f\varphi p\pi ca}{2} \times 3bg n^2 + 3ld\pi \varphi mb^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &- lb\pi \varphi \times 2am + an + 3md \\ &- \frac{1}{2}nb g \sqrt{18fpc\pi \varphi a} \end{aligned}}}{6fpc ln - aln\pi \varphi - 12cf gnp - gn \sqrt{18fpc\pi \varphi a} - 2alm\pi \varphi}$$

pour la base du revêtement proposé. *Ce qu'il falloit trouver.*

### POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE TRIANGULAIRE OU TÉTRAEDRE.

#### COROLLAIRE I.

Si les grains sont arrangés de maniere qu'un grain soit appuyé sur trois autres grains, comme dans le Tétraèdre, & que le talus soit formé par la face du Tétraèdre, la hauteur étant appelée  $a$ , la base du talus formé par la face du Tétraèdre sera  $= \frac{a}{2\sqrt{2}}$ , & la longueur du talus sera  $= \frac{3a}{2\sqrt{2}}$ , suivant le Theoreme I, Corollaire I.

Ainsi dans la formule de la base que nous avons trouvée dans le Probleme VI, il faudra substituer  $\frac{a}{2\sqrt{2}}$  en la place de  $b$  qui exprimoit la base du talus.

Et substituer  $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$  en la place de  $c$  qui exprimoit la longueur du talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme IV & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur le talus formé par la face du Tétraèdre, étoit à l'effort qu'elles faisoient contre le revêtement suivant ledit talus dans le rapport de  $\sqrt{2}$  à 1.

Il faudra substituer  $\sqrt{2}$  & 1 en la place de  $f$  &  $\varphi$  que

164 MEMOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
que nous avons pris pour le rapport de la pesanteur des Terres  
à l'effort qu'elles font contre le revêtement suivant leur talus.

Ces substitutions étant faites, la Formule du Theoreme  
précédent se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{2}{8} p \pi n a \times l l - 2 l g \times 2 a m + a n + 6 m d} + \frac{27}{32} p \pi a a g g n n + \frac{9}{8} l l d d \pi \pi m m - \frac{9}{8} a m n l d g \pi \sqrt{3 p \pi}}{\left. \begin{array}{l} - \frac{l \pi}{2 \sqrt{2}} \times \frac{2 a m + a n + 3 m a}{4 \sqrt{2}} \sqrt{27 p \pi} \end{array} \right\}} - \frac{9 p l n - l n \pi - 18 g n p - g n \sqrt{27 p \pi} - 2 l m \pi}{}$$

Ce qui donne la base d'un revêtement avec un talus.

1.<sup>o</sup> En supposant que le talus, ou plutôt que la partie trian-  
gulaire formée par le talus peut faire équilibre avec la Poussée  
des Terres sur l'extrémité de sa base.

2.<sup>o</sup> Que le revêtement total a une énergie sur un point  
d'appui quelconque, laquelle énergie est à l'énergie des Ter-  
res qui poussent contre le revêtement, plus l'énergie d'une  
masse de terre dont le terreplain du Rempart seroit chargé  
dans le rapport de  $m, a, n$ .

### C O R O L L A I R E I I.

Si l'on fait encore  $m = n$ , c'est-à-dire, si l'on suppose  
que l'énergie du revêtement sur l'appui quelconque  $V$ , est  
égale à l'énergie que les Terres ont contre le revêtement plus  
l'énergie d'une masse dont le terreplain du Rempart seroit char-  
gé; ce qui dirigera l'effort composé de la pesanteur du revê-  
tement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de celles qui  
chargeroient ce terreplain vers le point quelconque donné  $V$ .

La Formule précédente se changera en celle-ci.

$$x = \frac{\sqrt{\frac{1}{8} p \pi a \times l l - 2 l g \times 3 a + 6 d} + \frac{3}{32} p \pi a a g g + \frac{1}{8} l l d d \pi \pi - \frac{1}{8} a l d g \pi \sqrt{3 p \pi}}{\left. \begin{array}{l} - \frac{l \pi}{2 \sqrt{2}} \times a + d - \frac{a g}{4 \sqrt{2}} \sqrt{3 p \pi} \end{array} \right\}} - \frac{3 p l - l \pi - 6 g p - g \sqrt{3 p \pi}}{}$$

qui nous donne la base d'un revêtement, telle

1.<sup>o</sup> Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec les Terres du terreplain.

2.<sup>o</sup> Que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers un point quelconque donné  $V$ .

## COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit de plus que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain & de la masse de terre dont le terreplain seroit chargé, fut dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, le point d'appui  $V$  tomberoit en  $Z$ . Ce qui donneroit  $ZV=0$ , & par conséquent  $g=0$ , puisque nous avons fait  $DZ:VZ::1:g$ . Fig. 4.

Substituant donc 0 en la place de  $g$  dans la Formule du Corollaire II, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{1}{8} p \pi a \times 3a + 6d + dd\pi\pi} \left\{ - \frac{a\pi - d\pi}{2\sqrt{2}} \right\}}{3p - \pi}. \text{ Ce qui}$$

donne la base d'un revêtement avec un talus, telle

1.<sup>o</sup> Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain.

2.<sup>o</sup> L'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain & de la poussée de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement.

## COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose encore que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, il faudra faire la hauteur  $d$  de cette masse  $= 0$ , & pour lors la Formule du Corollaire III se changera

en celle-ci;  $x = \frac{\sqrt{aa\pi}}{\sqrt{24p} + \sqrt{8\pi}}$ . Ce qui donne la base

d'un revêtement, qui suffit précisément pour soutenir l'effort des Terres du terreplain seulement, & par conséquent ce revêtement doit être triangulaire, puisque nous avons fait en sorte que la partie triangulaire du revêtement fut seule capable de faire équilibre avec la Poussée des Terres.

## C O R O L L A I R E V.

Si l'on suppose que le Terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, & que l'on veuille conserver le reste de l'hypothèse du Corollaire I, on aura la base du revêtement tel.

1.<sup>o</sup> Que la partie triangulaire formée par le talus du revêtement, puisse faire équilibre avec la Poussée des Terres sur un appui situé à l'extrémité de sa base.

2.<sup>o</sup> Que l'énergie du revêtement entier sur un point d'appui  $V$  donné quelconque soit à l'énergie des Terres dans le rapport de  $m$ , à  $n$ , l'on aura la base de ce revêtement en substituant  $o$  en la place de la hauteur  $d$  de la masse qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{V \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8} p \pi n a \times l l - 2 l g \times 2 a m + a n \\ + \frac{27}{32} p \pi a a g g n n \end{array} \right\} - \frac{l \pi}{2 \sqrt{2}} \times 2 a m + a n - \frac{\pi a g}{4 \sqrt{2}} \sqrt{27 p \pi}}{9 p l n - l n \pi - 18 g p n - g n \sqrt{27 p \pi} - 2 l m \pi}$$

qui donne la base du revêtement demandé.

## C O R O L L A I R E V I.

Si outre  $d=0$ , comme dans le Corollaire V, l'on vouloit encore que le point d'appui  $V$  fut à l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, c'est-à-dire, que  $g$  qui exprime  $VZ$ , fut  $=0$ , pour lors la Formule du Corollaire V se changera

en celle-ci,  $x = \frac{V \frac{1}{4} m \pi a a + n \pi a a}{\sqrt{9 p n} + \sqrt{2 m \pi + n \pi}}$ . Ce qui donne

la base d'un revêtement avec le talus, en sorte que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour résister à la Poussée des Terres.



2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de  $m$  à  $n$ .

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de manière qu'un grain soit appuyé sur trois autres grains, comme dans le Tétraèdre, mais que le talus soit formé par l'arrête du Tétraèdre.

La hauteur du revêtement étant toujours  $= a$ , comme celle des Terres.

La base du talus formé par l'arrête du Tétraèdre sera  $= \frac{a}{\sqrt{2}}$ , & la longueur du talus sera  $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ , comme nous l'avons vû dans le Corollaire I du Theoreme II.

Ainsi dans la formule des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  en la place de  $b$ , qui exprimoit la base du talus des Terres, & substituer  $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  en la place de  $c$  qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme V & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par l'arrête d'un Tétraèdre, est à l'effort qu'elles font contre le revêtement suivant ledit talus dans le rapport de  $\sqrt{6}$  à 1, il faudra substituer  $\sqrt{6}$  & 1 en la place de  $f$  &  $\phi$  que nous avons pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la formule générale des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'au revêtement qui soutiendra des Terres sur un talus formé par des arrêtes de Tétraèdre.

$$V \left\{ \begin{array}{l} 9p\pi na \times ll - 2lg \times 2ma + na + 6md \\ - \frac{9}{2} mldg\pi \sqrt{6aap\pi} \\ + \frac{27}{4} p\pi aagg\pi n + \frac{9}{2} ldd\pi\pi mm \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times 2am + an + 3md \\ - \frac{3}{2} ag\sqrt{3p\pi} \end{array} \right.$$

$$18pl - l\pi - 36gp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi$$

qui nous donne la base du revêtement telle que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire du revêtement formée par le talus peut seule faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement entier sur un point donné quelconque  $V$  est à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la masse dont le terreplain seroit chargé dans le rapport de  $m$  à  $n$ .

### COROLLAIRE II.

Si l'on fait  $m=n$ , c'est-à-dire, si l'on fait l'énergie du revêtement sur l'appui quelconque  $V$  égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la masse dont ledit terreplain seroit chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, vers le point quelconque donné  $V$ .

La Formule précédente du Corollaire I pour l'arrête du Tétraëdre, se changera en celle-ci,

$$V \left\{ \begin{array}{l} 3p\pi a \times ll - 2lg \times a + 2d \\ - \frac{1}{2} aldg\pi \sqrt{6p\pi} \\ + \frac{3}{4} p\pi aagg + \frac{1}{2} ldd\pi\pi \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times a + d \\ - \frac{1}{2} ag\sqrt{3p\pi} \end{array} \right.$$

$$6pl - l\pi - 12gp - g\sqrt{6p\pi}$$

qui donne la base d'un revêtement telle que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2.<sup>o</sup> L'effort

2.<sup>o</sup> L'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers le point quelconque donné  $V$ .

## COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, fut dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, le point d'appui  $V$  tomberoit en  $Z$ . Ce qui donneroit  $ZV=0$ , & par conséquent  $g=0$ , puisque nous avons fait  $DZ:VZ::1:g$ .

Substituant donc 0 en la place de  $g$  dans la Formule du Corollaire II précédent, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{3p\pi a \times a + 2d + \frac{1}{2}dd\pi\pi} \left\{ -\frac{\pi}{\sqrt{2}} \times a + d \right\}}{6p - \pi} \quad \text{qui est}$$

la base d'un revêtement telle que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un point d'appui situé à l'extrémité de la base dudit talus.

2.<sup>o</sup> L'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement.

## COROLLAIRE IV.

Si outre  $m=n$ , &  $g=0$ , comme dans le Corollaire précédent, l'on suppose encore  $d=0$ , c'est-à-dire, que le terreplain n'est chargé d'aucune masse, la Formule du Corol-

laire III se changera en celle-ci,  $x = \frac{V_{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$

qui est la base d'un revêtement qui suffit pour soutenir l'effort du terreplain seulement sur un appui placé à l'extrémité de la base dudit revêtement; & comme ce revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre

170 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
avec la pousée de ce même terreplain, sur un appui placé à  
cette même extrémité de base, il s'en suit que ce revêtement  
est triangulaire.

### C O R O L L A I R E V.

Si l'on suppose que le terreplain n'est chargé d'aucune masse  
de terre, & que l'on veuille conserver le reste du Corollaire  
I du présent article pour l'arrête du Tétraèdre, on aura la  
base du revêtement, en substituant 0 en la place de la hauteur  
 $d$  de la masse qui charge le terreplain dans la Formule du  
Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{9p\pi na \times ll - 2lg \times 2am + an} + \frac{27}{4}p\pi aaggnn}{18pln - ln\pi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times 2am + an \\ -\frac{3}{2}ang\sqrt{3p\pi} \end{array} \right.$$

qui donne la base du revêtement demandé.

### C O R O L L A I R E V I.

Si outre  $d=0$ , l'on vouloit encore que le point d'appui  
 $V$  fut à l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, l'on auroit  
 $VZ=0$ , & par conséquent  $g=0$ , puisque nous avons  
fait  $DZ:VZ::l:g$ .

Substituant donc 0 dans la Formule précédente du Corol-  
laire V, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa \times 2m + n}}{\sqrt{36np + \sqrt{4m\pi + 2n\pi}}} \quad \text{qui est la base d'un revête-}$$

ment tel que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire suffit seule pour résister à la  
Poussée des Terres.

2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement entier sur l'extrémité  $Z$  de  
la base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de  $m$  à  $n$ .



DES SCIENCES. 171  
POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE  
QUARRÉE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de manière qu'un grain soit appuyé sur quatre autres grains, comme dans les pyramides quarrées, le talus des terres sera formé par la face de cette pyramide.

Pour lors la hauteur du revêtement & celle des terres étant  $a$ , la base du talus des terres sera  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ , & la longueur de leur talus sera  $= \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ , suivant le Theoreme III.

Ainsi dans la Formule générale des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  en la place de  $b$  qui exprimoit la base du talus des terres, &  $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  en la place de  $c$  qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme VI & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par la face de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'elles font contre un revêtement suivant ledit talus, dans le rapport de 1 à  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ , il faudra substituer 1 &  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$  en la place de  $f$  &  $\phi$ , que nous avons pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la Formule générale des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'aux revêtements qui soutiennent les Terres sur un talus formé par des faces de pyramides quarrées,

$$x = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} p \pi n a \times l l - 2 l g \times 2 a m + a n + 6 m d \\ - 3 a m n l d g \pi \sqrt{p \pi} \\ + \frac{9}{8} p \pi a a g g n n + \frac{9}{8} l l d d \pi \pi m m \end{array} \right\} - \frac{V 2 l \pi}{4} \times 2 a m + a n + 3 m d}{3 p l n - \frac{1}{2} l n \pi - 1 2 g n p - 3 g n \sqrt{p \pi} - l m \pi}$$

qui est la base d'un revêtement tel que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de la base de ladite partie.

2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement entier sur un point donné quelconque  $V$  est à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la masse dont il est chargé dans le rapport de  $m$  à  $n$ .

### COROLLAIRE II.

Si l'on fait  $m=n$ , c'est-à-dire, si l'on fait l'énergie du revêtement sur l'appui quelconque  $V$  égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la masse dont il est chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain, & de la poussée des Terres dont il est chargé, vers le point quelconque donné  $V$ , la Formule du Corollaire I se changera en celle-ci,

$$x = \frac{V \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} p \pi a \times ll - 2 l g \times 3 a + 6 d \\ - 3 a l d g \pi \sqrt{p \pi} \\ + \frac{9}{8} p \pi a a g g + \frac{9}{8} l l d d \pi \pi \end{array} \right\} - \frac{V 2 l \pi}{4} \times 3 a + 3 d}{6 p l - \frac{3}{2} l \pi - 12 g p - 3 g \sqrt{p \pi}}$$

qui donne la base d'un revêtement tel que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire  $HXO$  suffit pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité  $O$  de la base.

2.<sup>o</sup> L'effort composé de la pesanteur du revêtement, de l'effort du terreplain & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers un point quelconque donné  $V$ .

### COROLLAIRE III.

Si outre  $m=n$ , comme dans le Corollaire II, l'on suppose encore le point d'appui  $V$  placé à l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, l'on aura l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, ce qui donnera  $ZV$ , & par conséquent  $g=0$ , puisque nous avons fait  $DZ:VZ::l:g$ .

Substituant donc  $o$  en la place de  $g$  dans la Formule du Corollaire II, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}p\pi a \times 3a + 6d + \frac{2}{8}dd\pi\pi} \left\{ -\frac{3\pi V^2}{4} \times a + d \right\}}{6p - \frac{3}{2}\pi}$$

qui est la base d'un revêtement tel que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire  $HXO$  suffit pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité  $O$  de sa base.

2.<sup>o</sup> L'effort composé de la pesanteur du revêtement de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement.

#### COROLLAIRE IV.

Si outre  $m=n$ , &  $g=o$ , comme dans le Corollaire précédent, l'on suppose encore  $d=o$ , c'est-à-dire, que la hauteur de la masse dont le terreplain est chargé est  $=o$ , la Formule du Corollaire III se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}, \text{ qui est la base d'un revêtement qui}$$

peut soutenir l'effort du terreplain seulement sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

Et comme ce revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec ce même terreplain, sur un appui aussi placé à l'extrémité de sa base, il s'ensuit que ce revêtement est triangulaire.

#### COROLLAIRE V.

Si l'on fait seulement la hauteur  $d$  de la masse de terre dont le terreplain est chargé  $=o$ , la Formule du Corollaire I se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}p\pi na \times ll - 2lg \times 2am + an} \left\{ -\frac{l\pi V^2}{4} \times 2am + an \right.}{+\frac{2}{8}p\pi aaggnn \left. -\frac{3}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}p\pi} \right\}}$$

qui est la base d'un revêtement tel que

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire  $HXO$  peut faire équilibre avec la poussée du terreplain, sur l'extrémité  $O$  de sa base.

2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement entier sur un point d'appui quelconque donné  $V$ , est à l'énergie du terreplain dans le rapport de  $m$  à  $n$ .

## COROLLAIRE VI.

Si outre  $d=0$ , comme dans le Corollaire V, l'on fait encore  $g=0$ , c'est-à-dire,  $VZ=0$ , le point d'appui  $V$  tombera à l'extrémité  $Z$  de la base du revêtement, & la Formule du Corollaire V se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{2\pi maa + \pi naa}}{\sqrt{2+pn} + \sqrt{4m\pi + 2n\pi}} \quad \text{qui donne la base d'un revêtement tel que}$$

1.<sup>o</sup> La partie triangulaire  $HXO$  peut faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité  $O$  de sa base.

2.<sup>o</sup> L'énergie du revêtement sur l'extrémité  $Z$  de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de  $m:n$ .

## SCHOLIE.

Comme les Corollaires II nous donnent la manière de diriger l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé; vers un point quelconque  $V$  de la ligne  $DZ$ , dans laquelle le revêtement peut casser, & qu'il nous fournit un talus  $TZ$ , tel qu'ayant mené par le sommet  $H$  du revêtement une ligne  $HO$  parallèle à ce talus, l'on a un triangle  $HXO$ , capable de faire seul équilibre avec la poussée du terreplain. Je crois que ces Corollaires II fournissent la méthode la plus sûre & la plus convenable pour construire les revêtements.

C'est pourquoi je m'attacherai à ces Corollaires II pour construire des Tables, où l'on pourra trouver les bases & les talus des revêtements.

Et comme ces revêtements contiendront les revêtements



des Corollaires IV, lesquels font équilibre avec la poussée du terreplain seulement, il faudra aussi nous servir de ces Corollaires IV pour trouver les bases  $XO$  des parties triangulaires  $HXO$  de nos revêtements : c'est ce que nous allons faire dans l'application suivante.

*Application des Corollaires II & IV à l'usage.*

Si l'on fait la pesanteur  $p$  de la maçonnerie à celle  $\pi$  de la Terre, dans le rapport de 3 : 2, & si l'on place le point d'appui  $V$  de manière que  $DZ:VZ::l:g::3:1$ ,

On aura.....  $\left\{ \begin{array}{l} p=3 \\ \pi=2 \\ l=3 \\ g=1 \end{array} \right.$

Soit de plus la hauteur  $d$  de la masse dont le terreplain est chargé = 10.

*POUR LA FACE DU TÉTRAÈDRE.*

Suivant les grandeurs assignées aux indéterminées  $p, \pi, l, g, d$ , la Formule  $x = \frac{V_{\pi a a}}{V_{8\pi} + V_{24p}}$  du Corollaire IV, pour la face du Tétraèdre, se changera en celle-ci,  $x = \frac{113a}{1000}$  qui servira pour trouver le fruit du revêtement, c'est-à-dire, la base de sa partie triangulaire  $HXO$ .

Et la Formule que nous avons trouvée pour la face du Tétraèdre, dans le Corollaire II, se changera en celle-ci,

$x = \frac{V_{117aa + 1650.8844a + 7200} - 11.48526a - 84.8526}{-4.97052}$  qui servira avec la Formule  $x = \frac{113a}{1000}$  pour construire la Table qui appartient à la face du Tétraèdre.

176 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

Substituant de même les grandeurs déterminées  
 3, 2, 3, 1, 10,  
 en la place des indéterminées.....  $p, \pi, l, g, d,$

La Formule  $x = \frac{V\pi aa}{V_{12p} + V_{2\pi}}$  que nous avons trouvé  
 pour l'arrête du Tétraèdre dans le Corollaire IV, se changera  
 en celle-ci,  $x = 0.177a = \frac{177a}{1000}$  qui servira pour trouver  
 la base XO de la partie triangulaire HXO du revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour l'arrête du Tétraèdre, se changera en celle-ci,

$x = \frac{V_{117aa + 1800a + 3600} - 9a - 60}{8.48}$  qui servira à  
 trouver la base entière du revêtement.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE  
 QUARRÉE.

Substituant de même les grandeurs déterminées  
 3, 2, 3, 1, 10,  
 en la place des indéterminées.....  $p, \pi, l, g, d,$

La Formule  $x = \frac{V\pi aa}{V_{8p} + V_{2\pi}}$  que nous avons trouvé  
 pour la face de la pyramide quarrée dans le Corollaire IV, se  
 changera en celle-ci,  $x = 0.205a = \frac{205a}{1000}$  qui servira pour  
 trouver la base XO de la partie triangulaire HXO du revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour la face de la pyramide quarrée, se changera en celle-ci,

$x = \frac{V_{156aa + 2292.12a + 7200} - 11.949a - 84.853}{2.204}$  qui  
 servira à trouver la base entière du revêtement.

C'est,

C'est, suivant les Formules de ce Scholie, que sont construites les trois Tables suivantes, où l'on suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de 3 : 2, où l'on a évalué les efforts accidentels à une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé, & où l'on a placé le point d'appui  $V$  vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé de manière que  $VZ = \frac{DZ}{3}$ .

*Voyez les  
trois Tables  
à la fin de ce  
Mémoire.*

La première colonne de chaque Table contient les hauteurs des revêtemens de cinq pieds en cinq pieds jusqu'à cent.

La seconde colonne contient les bases  $XO$  des parties triangulaires  $HXO$  qui peuvent seules faire équilibre avec le terreplain, sur l'extrémité  $O$  de la base  $XO$ .

La troisième colonne contient la base  $OZ$  de la maçonnerie  $HOZT$ , adossée à la partie triangulaire  $HXO$ , afin que le revêtement entier  $HXZT$  puisse soutenir la poussée du terreplain & des efforts accidentels, & que le point  $V$  vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, soit dans la distance  $\frac{DZ}{3}$  de l'extrémité  $Z$  de la base.

Cette base  $OZ$  peut se prendre pour l'épaisseur  $HR$  au cordon.

Enfin la quatrième colonne contient la base entière  $XZ$  du revêtement.

#### R E M A R Q U E.

Comme nous avons supposé les Terres composées de parties toutes détachées les unes des autres, & parfaitement roulantes, il est évident que les revêtemens que nous avons trouvé pour les soutenir, soutiendront encore mieux les terres qui ont quelque tenacité, comme il est certain qu'elles en ont toutes.

M. l'Abbé du Fay dans son Livre intitulé, *Manière de Fortifier, suivant la Méthode de M. de Vauban*, donne une Table des Epaisseurs des Revêtemens, dans laquelle il fait

*Mem. 1727.*

. Z

toûjours leur épaisseur au cordon de 4 pieds & demi, & ajoute un talus dont la base est égale à la cinquième partie de la hauteur du revêtement ; mais il est évident que suivant cette méthode, l'on donneroit trop de force aux revêtemens peu élevés.

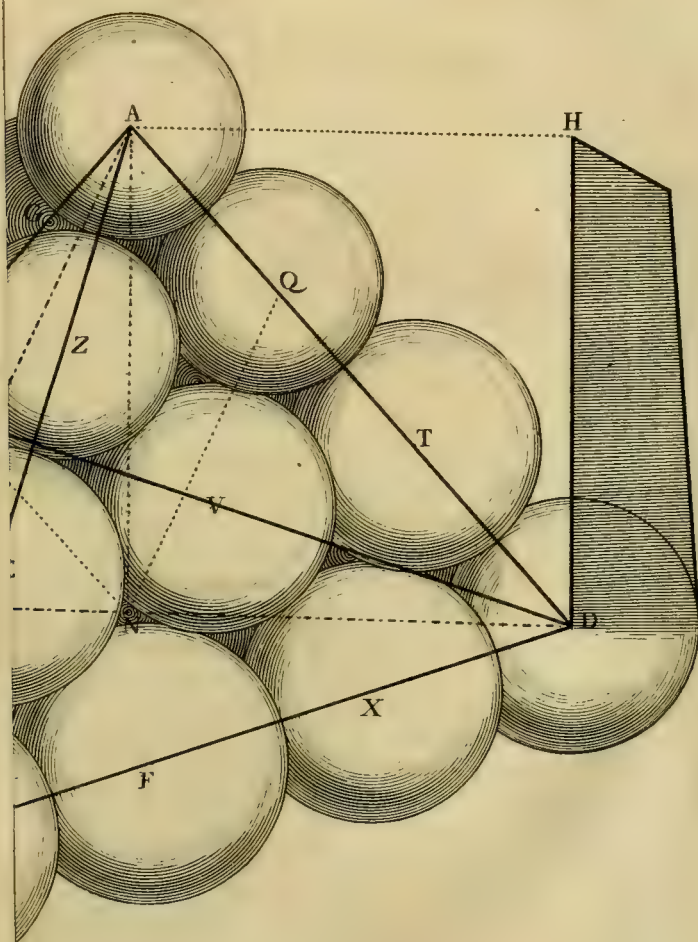
Les Tables que je propose étant faites pour trois différentes hypotheses d'arrangement de terres, sont toutes trois différentes, mais il faut remarquer que la troisième, qui est celle de la pyramide quarrée, donnant un talus égal à la cinquième partie de la hauteur plus  $\frac{1}{200}$ , est assés approchante de celle de M. de Vauban pour le talus seulement, puisqu'il ne differe que de  $\frac{1}{200}$  de la hauteur du revêtement, mais elle est differente par rapport aux épaisseurs au cordon, puisque les épaisseurs au cordon qu'elle contient augmentent, au lieu que celles de M. de Vauban sont constantes.

Il faut aussi remarquer que cette troisième Table est assés conforme à celle que donne M. Gautier pour les revêtemens de Terrassés.

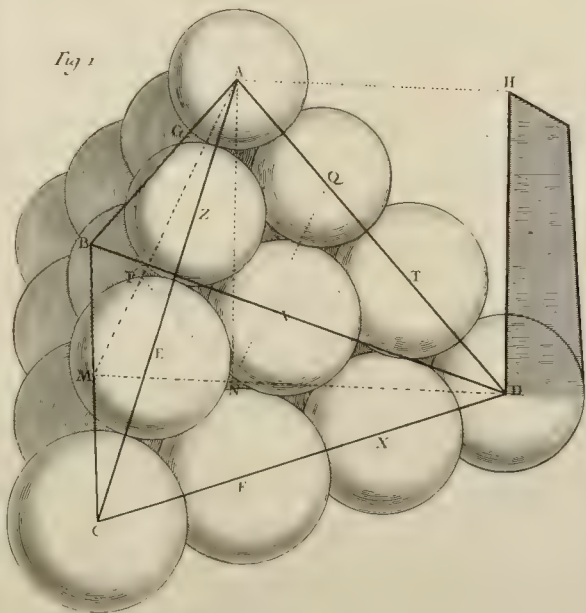
Enfin l'on peut remarquer que les bases que nous donne cette troisième Table de la Pyramide quarrée, sont plus grandes que les bases qui sont dans les autres Tables.

La Theorie de ce Mémoire se peut appliquer à la Poussée des Voutes contre leurs piédroits & piliers butans, & à la recherche des bases desdits piédroits & piliers butans, mais comme ce Mémoire est déjà assés long, j'en reserve l'application aux Voutes pour un autre Mémoire, avant lequel je donnerai une suite de celui-ci, où je ferai voir l'utilité des Contreforts, pour ne rien laisser à desirer sur la Poussée des Terres, & la construction des revêtemens.





*Fig. 1*



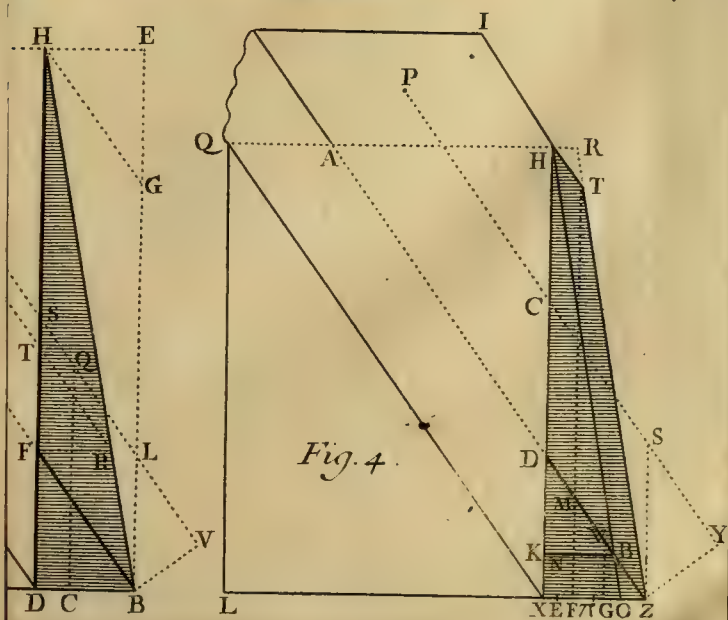
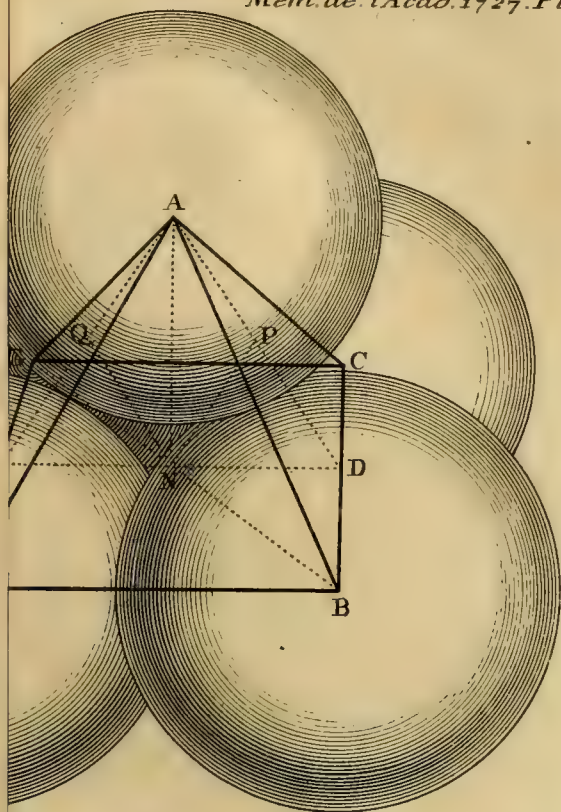


Fig 2

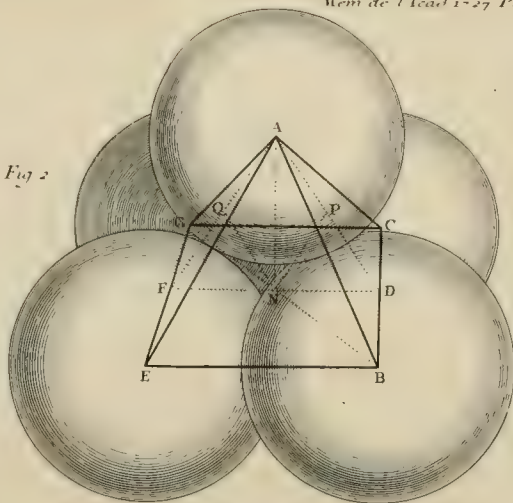


Fig 3

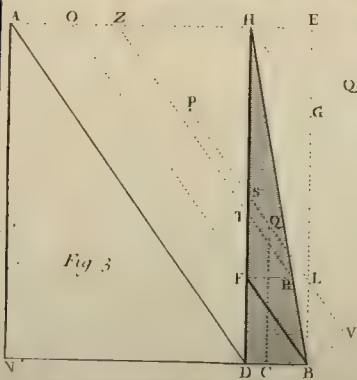


Fig 4

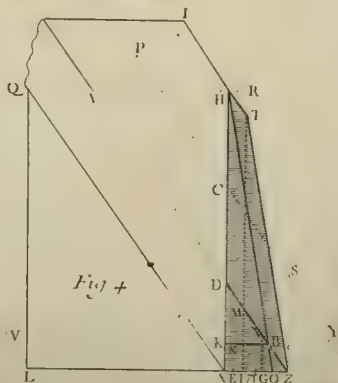




Fig. 4.

## TABLE PREMIERE.

Où l'on trouve les bases des Revêtemens qu'il faut opposer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les faces d'un Tétraèdre.

1.<sup>o</sup> On suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.<sup>o</sup> On évalué les efforts accidentels à la poussée d'une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé.

3.<sup>o</sup> On dirige l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la Poussée des Terres & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.<sup>o</sup> La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terreplain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire <i>HXO</i> du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
5	0	6	9	0	9	5	1	4	2
10	1	1	7	1	2	3	2	3	10
15	1	8	4	1	5	7	3	1	11
20	2	3	1	1	8	2	3	11	3
25	2	9	11	1	10	3	4	8	2
30	3	4	8	2	0	2	5	4	10
35	3	11	5	2	2	0	6	1	5
40	4	6	3	2	3	8	6	9	11
45	5	1	0	2	5	4	7	6	4
50	5	7	10	2	6	11	8	2	9
55	6	2	7	2	8	6	8	11	1
60	6	9	4	2	10	0	9	7	4
65	7	4	2	2	11	5	10	3	7
70	7	10	11	3	0	10	10	11	9
75	8	5	8	3	2	3	11	7	11
80	9	0	6	3	3	7	12	4	1
85	9	7	3	3	5	0	13	0	3
90	10	2	0	3	6	4	13	8	4
95	10	8	10	3	7	8	14	4	6
100	11	3	7	3	9	0	15	0	7



Fig. 4.

## TABLE SECONDE.

Où l'on trouve les bases des Revestemens qu'il faut opposer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les Arrêtes d'un Tétraèdre.

1.<sup>o</sup> On suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.<sup>o</sup> On évaluë les efforts accidentels à la poussée d'une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du Rempart seroit chargé.

3.<sup>o</sup> On dirige l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres, & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.<sup>o</sup> La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terre-plain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire <i>HXO</i> du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
5	0	10	7	1	5	1	2	3	8
10	1	9	2	2	0	9	3	9	11
15	2	7	10	2	5	11	5	1	9
20	3	6	5	2	9	1	6	3	6
25	4	5	0	3	1	7	7	6	7
30	5	3	8	3	4	6	8	8	2
35	6	2	3	3	7	6	9	9	9
40	7	0	10	3	10	3	10	11	1
45	7	11	6	4	1	1	12	0	7
50	8	10	1	4	3	6	13	1	7
55	9	8	8	4	6	2	14	2	10
60	10	7	3	4	8	7	15	3	10
65	11	5	11	4	11	0	16	4	11
70	12	4	6	5	1	6	17	6	0
75	13	3	1	5	3	11	18	7	0
80	14	1	9	5	6	4	19	8	1
85	15	0	4	5	8	8	20	9	0
90	15	11	10	5	10	1	21	9	11
95	16	9	7	6	0	10	22	10	5
100	17	8	2	6	2	6	23	10	8





Fig. 4.

## TABLE TROISIEME.

Où l'on trouve les bases des Revestemens qu'il faut opposer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les faces d'une Pyramide quarrée.

1.<sup>o</sup> On suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.<sup>o</sup> On évaluë les efforts accidentels à la poussée d'une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du Rempart seroit chargé.

3.<sup>o</sup> On dirige l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres, & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.<sup>o</sup> La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terre-plain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire <i>HXO</i> du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
5	1	0	4	1	6	2	2	6	6
10	2	0	7	2	3	0	4	3	7
15	3	0	11	2	9	1	5	10	0
20	4	1	2	3	1	7	7	2	9
25	5	1	6	3	5	6	8	7	0
30	6	1	10	3	9	1	9	10	11
35	7	2	1	4	0	4	11	2	5
40	8	2	5	4	3	5	12	5	10
45	9	2	8	4	6	5	13	9	1
50	10	3	0	4	9	3	15	0	3
55	11	3	4	5	0	0	16	3	4
60	12	3	7	5	2	10	17	6	5
65	13	3	11	5	5	6	18	9	5
70	14	4	2	5	8	2	20	0	4
75	15	4	6	5	10	9	21	3	3
80	16	4	9	6	1	5	22	6	2
85	17	5	1	6	4	0	23	9	1
90	18	5	5	6	6	7	25	0	0
95	19	5	8	6	9	3	26	2	11
100	20	6	0	6	11	8	27	5	8



## IDEE GENERALE

*Des différentes manières dont on peut faire la Porcelaine ;  
& quelles sont les véritables matières de celle  
de la Chine.*

Par M. DE REAUMUR.

Nous devons à l'action du feu, sur des terres, sur des 26 Avril  
sables, sur des pierres, & sur de combinaisons de ces 1727.  
différentes matières, soit entre elles, soit avec des préparations  
minérales ou métalliques, trois sortes de productions qui  
nous procurent une infinité de commodités & d'agrémens ;  
la Terre cuite, le Verre & la Porcelaine ; la dernière est celle  
dont on a fait jusqu'ici le plus de cas ; son prix a été porté  
bien au-delà de celui des deux autres ; l'Europe à qui elle  
étoit étrangère, n'a rien épargné depuis plusieurs siècles pour  
s'en fournir ; & ce qui est peut-être moins à la gloire de la  
Porcelaine qu'à celle des Chinois, c'est qu'à la Chine même,  
où se fait la plus parfaite, & où on ne fait que de vilain  
Verre, il y en a qui est mise au rang des choses précieuses.

Que ce soit par raison, ou par caprice, que nous sommes  
plus touchés de la vivacité & de la constance de ses cou-  
leurs que de l'admirable transparence du Verre, qui semble  
lui rendre propre la couleur du liquide qu'il contient, tou-  
jours reste-t-il à la Porcelaine pour avantages réels sur le  
Verre, d'être en état, quoique froide, de recevoir la liqueur  
la plus chaude, de ce que après l'avoir reçûe, les doigts la  
touchent avec moins de risque de se brûler, & enfin d'être  
moins fragile.

L'Europe l'a trop enviée à la Chine pour qu'on n'y ait  
pas cherché à en composer de pareille ; si on n'y est pas par-  
venu, au moins a-t-on réussi à l'imiter en quelque sorte.  
Nous avons depuis plusieurs années une Manufacture de

*Mem. 1727.*

*. Aa jndg*

Porcelaine, établie à S.<sup>t</sup> Cloud, qui s'est fort perfectionnée dans ces derniers temps : depuis trois à quatre ans, on a fait des Porcelaines grossières pour des manches de couteau dans plusieurs Fayenceries du Royaume. Les Pays étrangers n'ont pas négligé cette recherche. On y a travaillé en Hollande. Les Nouvelles publiques nous ont parlé d'établissements tentés en differens endroits, dont j'ignore le succès. Mais il y en a un en Saxe, où l'on compose une belle espece de Porcelaine, & qui est surtout remarquable par l'éclat de l'or dont est revêtu tout l'interieur de certaines tasses blanches. Il n'est pas bien sûr que quand on eût fait en Europe, ou au moins en France, de la Porcelaine aussi bonne & aussi belle que celle de la Chine, que l'étrangere ne lui eût pas été préférée. Mais il est certain que celle qui jusqu'ici a été faite en Europe, n'est pas précisément de la nature de celle de la Chine, qu'elle n'en a pas toutes les qualités. Quoique des Sçavans du premier ordre se soient exercés sur cette matiere, & qu'ils ayent assuré y avoir travaillé avec succès, ils ne nous ont même rien laissé de propre à nous mettre sur la voye des tentatives. L'Académie a eu un de ses Membres, M. Tschirnaus, qui a trouvé le secret d'une composition de Porcelaine, qui selon les apparences est la même dont on fait usage en Saxe ; il ne la confia en France qu'au seul M. Homberg, encore ce fut à condition qu'il ne la communiqueroit à personne qu'après sa mort. M. Homberg lui a trop bien tenu parole ; il a survécu M. Tschirnaus de plusieurs années, & n'a rien appris de ce secret au public, ou, ce qui eût été la même chose, à l'Académie.

L'Etude particulière que j'ai faite depuis long-temps des pratiques des Arts, ne pouvoit gueres me permettre d'ignorer tranquillement la nature d'une des plus belles matières dont nous leuons soyons redevables. Et je me suis livré volontiers à une recherche où je me trouvois engagé par une sorte de nécessité, dès qu'il m'a paru qu'on pouvoit y être conduit par ces principes clairs qui menent sûrement au but, quelque n'est point effrayé par le nombre d'expériences qu'ils exigent.



Ils se tirent ici, ces principes qui doivent être des guides sûrs, de la nature de la Porcelaine ; pour la déterminer, il ne faut pas s'arrêter à ses ornemens extérieurs, au bleu, au rouge, au vert & à l'or qui la parent ; les plus rares Porcelaines, les plus chères sont entièrement blanches, & ne sont estimées que pour une certaine nuance de blanc. Ce n'est pas encore assés de l'avoir dépouillée de ses couleurs, il faut lui enlever son écorce ; le poli vif, brillant, éclatant avec lequel nous paroît toute Porcelaine lui est aussi étranger que ses couleurs. Ce n'est qu'un enduit luisant, un vernis d'un verre transparent qui ne lui appartient pas plus en propre que les vernis ordinaires appartiennent au bois, ou que les vernis des Poteries communes & des Fayences appartiennent aux terres dont elles sont faites. Nous ne voyons donc la Porcelaine qu'au travers d'un voile, de rudes frottemens peuvent le lui enlever ; mais pour la voir immédiatement, pour bien reconnoître ce qui constitue son caractère, nous n'avons qu'à considérer les cassures de divers fragmens. Nous y observerons sa tiffure, nous reconnoîtrons qu'elle est moyenne entre celle du Verre, & celle des Terres cuites, ou des Poteries ; nous n'y trouverons point ce brillant, cet œil verni que nous offrent les cassures de tout Verre, ni une pareille continuité de parties. Nous y demêlerons une grainure, qui, à la vérité, est fort différente de celle des terres cuites par sa finesse, & même par une sorte d'éclat ; d'où il est aisé de juger que l'état de Porcelaine est un état moyen entre celui du verre, & celui des terres simplement cuites ; que de-là vient en partie qu'elle est moins transparente que le verre, & qu'elle l'est plus que les poteries ; que de-là vient, que quoique froide, elle résiste à l'eau chaude à laquelle le verre froid ne résiste pas. Cet état moyen est susceptible d'une infinité de degrés qui composent des Porcelaines de qualités différentes ; les unes par la grosseur de leurs grains, se rapprochent plus des poteries, & les autres par la finesse des leurs, se rapprochent plus du verre. Toujourns reste-t-il certain par le degré de transparence de la Porcelaine, & par l'éclat de

son grain qu'elle tient beaucoup du verre, & qu'on la doit regarder comme une vitrification imparfaite, ou comme une demi-vitrification.

C'est de-là que nous devons partir. Nous devons nous proposer de faire des demi-vitrifications, & que ces demi-vitrifications aient la blancheur qui plaît dans la Porcelaine. Deux manières différentes d'y parvenir se présentent. Pour prendre une idée de la première, remarquons que si après avoir pulvérisé certains sables, certaines terres, on en fait une pâte, au moyen d'un peu d'eau; ou si encore on fait entrer certains sels dans cette pâte, & qu'ensuite on l'expose à l'action d'un feu modéré, qu'elle y devient une terre cuite, pareille à celle de nos poteries. Si la chaleur est rendue plus violente, cette même matière sera transformée en verre. Ce passage de l'état de simple terre cuite à l'état d'un verre parfait, se fait apparemment par bien des états moyens, dont les uns ne sont que des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications. Reste donc à découvrir quelles sont les matières qui sont blanches dans ces états moyens, & qui y peuvent être saisies; car les états moyens ne sont pas toujours aisément saisissables. Un morceau de glace, un morceau d'un certain métal, peuvent être rendus fluides; mais il n'est pas aisé de les saisir dans un état de mollesse semblable à celui d'une pâte, qui doit cependant se trouver entre leur solidité la plus parfaite & leur fluidité.

Dans l'espece de demi-vitrification que nous venons de considérer, chaque grain de la pâte a été rendu verre jusqu'à un certain point. Nous pouvons concevoir une autre espece de demi-vitrification, sçavoir, celle d'un composé où il y ait un mélange exact de parties totalement vitrifiées, & de parties qui le soient peu ou point du tout. Qu'on ait deux poudres fines, dont l'une peut être vitrifiée aisément, & dont l'autre ne le peut être qu'au plus violent degré de chaleur, ou ne le peut point être du tout; que l'on forme une pâte de ces deux poudres, qu'on lui fasse seulement souffrir la chaleur capable de fondre la matière la plus fusible, on aura alors

une composition à demi-vitrifiée, qu'on appellera Porcelaine, si elle a un certain degré de transparence, & une certaine blancheur.

Ce sont ces deux différentes voyes d'avoir des demi-vitrifications que j'ai crû pouvoir suivre avec confiance, aussi ai-je trouvé qu'elles donnent chacune plusieurs especes de Porcelaines dans lesquelles sont comprises toutes celles qu'on a faites jusqu'à present. Il y a encore une autre voye plus singulière de faire de la Porcelaine d'une espece dont il n'y a pas apparence qu'on ait tenté d'en faire jusqu'ici, je n'en parlerai point aujourd'hui : à peine aurai-je aslés de temps pour faire entrevoir ce que j'ai tiré des deux autres manières \*, & sur tout quelles sont les véritables matières dont est faite la Porcelaine de la Chine, qui est apparemment ce qu'on aura le plus d'envie de sçavoir.

Les deux manières générales de faire la Porcelaine, que nous venons d'expliquer, conduisent naturellement à une méthode pour reconnoître laquelle des deux on a suivie dans la fabrique de quelque Porcelaine que ce soit, pourvû qu'on en ait des fragmens, ou quelque piece qu'on veuille sacrifier. Car la Porcelaine qui est faite d'une matière vitrifiable, mais faisie dans le temps où elle n'étoit vitrifiée encore qu'imparfaitement, étant tenue dans un Creuset extrêmement chaud, ou pour le plus court encore étant exposée immédiatement au feu de Forge, achevera de s'y vitrifier, elle s'y transformera dans un Verre ordinaire. Toutes celles des Porcelaines faites jusqu'ici en Europe, que j'ai essayées, se sont parfaitement vitrifiées à un pareil feu. Mais on pourra exposer au feu violent d'un soufflet une composition de deux matières, dont l'une n'est point du tout, ou presque point vitrifiable, cette composition ne s'y vitrifiera pas ; & telle est celle de la Porcelaine de la Chine ; le feu l'amene à la consistance de la pâte la plus molle, mais il la laisse Porcelaine ; ce qui déjà nous donne un caractère bien marqué pour la distinguer de celles d'Europe.

\* Ce Mémoire fut lu à une Assemblée publique.



Je n'ai garde d'entrer dans le détail de différens essais; que j'ai tenté par rapport à la fabrique de celles de l'une & de l'autre espece, il doit être réservé pour un plus long ouvrage; je me contenterai de montrer la route que j'ai suivie, & qui étoit indiquée par les principes que nous venons d'établir. J'avois à essayer, quelles sont les matières qui se peuvent vitrifier aisément, quelles sont celles qui ne vitrifient que par le feu le plus violent, quelles sont celles qui ne se vitrifient point par les feux de nos fourneaux, quelles sont les couleurs des unes & des autres après avoir souffert un feu plus ou moins long, & plus ou moins violent. Tout ce qui est compris dans le genre des matières terreuses, s'offroit à ces essais; les terres de toutes especes, les crayes, les bols, les marnes, les glaises, les terres ordinaires, les sables de toutes qualités, les graviers, les pierres de tous les genres, les marbres, les agathes, les cailloux, les cristaux, les grès, les granits, les talcs, les plâtres, les ardoises, &c. L'étendue de ces essais paroitra peut-être immense, aussi ne me serois-je pas promis de les épuiser, si je n'avois cherché des voyes abrégées de les faire, & d'en faire même souvent un très-grand nombre à la fois. Celles dont je me suis servi, mériteront, je crois, d'être expliquées ailleurs au long. Qu'on ne soupçonne pas au reste, qu'il étoit inutile d'embrasser une tâche si vaste. Quand nous rendrons un compte détaillé de ce travail, on verra que telle matière, qui auroit pû être négligée parce qu'elle promettoit peu, méritoit beaucoup d'attention. Ce travail d'ailleurs a un objet utile, il nous mettra en état d'établir des caracteres plus marqués des différentes classes des matières terreuses & des matières pierreuses que ceux qu'on en a donnés jusqu'ici.

Ce n'a pas été assés d'éprouver seule chacune des matières de cette nombreuse suite, il a fallu les combiner les unes avec les autres pour nos compositions, & cela encore par un autre principe fourni par un Phénomene singulier. Quelques-fois deux matières prises chacune séparément ne sont nullement vitrifiables, qui mêlées ensemble font un composé qui se



vitriifié aisément. Enfin aux matières terreuses il falloit encore ajouter des combinaisons de sels. Les essais même des sels étoient d'autant plus nécessaires, que j'avois certitude que ce n'étoit qu'avec leur secours qu'on étoit parvenu à faire de la Porcelaine dans des Fayenceries du Royaume; & c'est ce que nous verrons quand nous traiterons des Porcelaines d'Europe. Enfin entre les compositions qui pourroient devenir de bonne Porcelaine, & également belle, il importoit de déterminer celles qui le deviennent après avoir souffert un moindre degré de chaleur. Des compositions trop difficiles à cuire seroient par-là rejettables.

Au moyen de ce plan, il n'étoit gueres possible que les meilleures manières de faire de la Porcelaine pussent échapper, & il ne laissoit pour toute gloire à prétendre que celle de l'ordre du travail, & d'une patience à l'épreuve du nombre des essais qui se présentent. Malgré pourtant toutes mes épreuves, quelques heureuses qu'elles eussent été, j'aurois eû beau assurer, vouloir prouver par des comparaisons de matières, que j'avois la même composition que celle de la Chine, je ne sçai si on se fût voulu rendre à mes preuves. Nous devons au hazard la plupart des decouvertes, l'ordre que je m'étois prescrit le rendoit assés inutile à mon travail, cependant comme s'il falloit toujours lui devoir quelque chose, au moins ai-je eû besoin qu'il me favorisât pour pouvoir bien établir la réalité de la réussite.

On sçait tout ce qu'on a débité autrefois sur la matière de la Porcelaine de la Chine, qu'on a prétendu qu'elle étoit due à la prévoyance des Chinois; que comme parmi nous le pere sème des bois pour la postérité, que de même à la Chine on creusoit des fosses profondes, qu'on les remplissoit d'une terre qui devoit y rester des centaines d'années pour s'y pourrir, s'y meurir, & devenir propre à faire de belle Porcelaine. D'autres nous ont assuré que des coquilles fournissoient la matière de la véritable Porcelaine, & nous verrons dans la suite ce qui a pû en imposer à ces derniers. D'autres enfin nous ont rapporté tout simplement, que les Chinois faisoient

leur Porcelaine d'une seule terre, qui est particulière à leur Pays. Des voyageurs, même supposés éclairés & pleins de bonne foi, sont rarement en état de nous donner des connoissances sur certaines matières. Qu'on amene en Europe des Chinois, des Japonois des plus sensés, qu'on leur fasse parcourir nos différentes Manufactures, croit-on que de retour chés eux, ils seront bien en état d'en instruire leurs compatriotes? On a imprimé en 1717. une Lettre du Pere d'Entrecolles Jesuite, sur la fabrique de la Porcelaine, qui ne doit pas être confonduë avec ce qui est recueilli précipitamment par des voyageurs. Après avoir rempli les fonctions d'un zèle Missionnaire à *Kim te tchim*, Ville de la Chine où l'on travaille le plus en Porcelaine, & où on fait la plus belle; il a entrepris de décrire ce qu'il a vû pratiquer bien des fois, & ce qu'il a appris de ses néophites; il l'a fait avec beaucoup d'élégance. On imagine assés l'empressement que j'eûs de lire cette Lettre. J'y trouvai un grand nombre de faits curieux, la suite du travail bien détaillée, les procedés de chaque manipulation bien expliqués, & qui reviennent aux pratiques de nos Fayenceries d'Europe: mais je n'y trouvai point ce que je cherchois le plus, le vrai caractère des matières dont on fait la pâte de la Porcelaine; j'y vis seulement que cete pâte étoit un alliage de deux matières, mais que la Lettre ne nous faisoit point assés connoître. Voici ce qu'elle en rapporte de plus précis.

*La matiere de la Porcelaine se compose de deux sortes de terres; l'une appelée Pe tun tse, & l'autre qu'on nomme Kao lin. Celle-ci est parsemée de corpuscules qui ont quelque éclat, l'autre est simplement blanche, & très-fine au toucher, &c. Ces deux matières sont apportées à Kim te tchim, réduites en forme de brique. Les Pe tun tses, dont le grain est si fin, ne sont autre chose que des quartiers de Roche qu'on tire des Carrières, & ausquels on donne cette forme après les avoir pilé. Toute pierre n'y est pas propre, sans quoi il seroit inutile d'en aller chercher à vingt ou trente lieûs dans la Province voisine; la bonne Pierre, disent les Chinois, doit tirer un peu sur le verd.*

Pour

Pour nous faire ensuite connoître la seconde matière, le *Kao lin*, ce même Pere nous apprend qu'il demande un peu moins de travail que le *Pe tun tse* : la nature y a plus de part. On en trouve des Mines dans le sein de certaines montagnes qui sont couvertes au dehors d'une terre rougeâtre. Ces Mines sont assés profondes; on y trouve par grumeaux la matière en question, dont on fait des quartiers en forme de carreaux, en observant la même méthode que j'ai marquée, dit ce Pere, par rapport au *Pe tun tse*. Je ne ferois pas difficulté de croire, ajoute-t-il de suite, que la Terre blanche de Malthe, qu'on appelle la Terre de Saint Paul, auroit dans sa matrice beaucoup de rapport avec le *Kao lin* dont je parle, quoiqu'on n'y remarque pas les petites parties argentées dont est semé le *Kao lin*.

Voilà à quoi se réduisent les idées que ce Pere nous a données des matières qui entrent dans la composition de la Porcelaine : il nous apprend qu'on en employe deux, qui sont le *Pe tun tse* & le *Kao lin*. Mais qu'est-ce que sont précisément ces deux matières ? De quel genre, de quelle espece sont ces pierres dures dont on fait le *Pe tun tse*, & qui se reduisent en une pâte fine ? qu'est-ce que c'est que le *Kao lin* ! Ce Pere a soupçonné cette dernière analogue en quelque sorte à la terre de Malthe. Ce qui, loin de nous conduire à le reconnoître, ne pourroit que nous jeter à l'écart.

Heureusement que le Pere d'Entrecolles, qui n'avoit rien négligé de ce qui dépendoit de lui, pour nous procurer des connoissances, avoit plus fait ; en envoyant sa Lettre au Pere Orry, Procureur général des Missions de la Chine, il l'avoit accompagnée d'échantillons. J'eus occasion de voir le Pere Orry en 1722. il m'apprit qu'il avoit ces échantillons ; il me les montra sur le champ, il me pressa même de les partager avec une politesse, & des instances qui m'eussent forcé à l'accepter, quand j'en eusse eû moins d'envie.

Malgré le dérangement des étiquettes, arrivé dans un long voyage, il me fut aisé de retrouver chacune des matières, que le Pere d'Entrecolles a désignées dans sa Lettre. Je vis donc du *Pe tun tse* en pain ; j'en vis en roche. Je fis réduire



en poudre de ces fragmens de roche; je passai la poudre à l'eau, je fus certain alors que celui que j'avois en pain, étoit véritablement venu de pareille roche.

Enfin je reconnus sans peine, que ces pierres appartiennent au genre des cailloux. Dans un Memoire que j'ai donné autrefois sur leur formation \*, j'ai fait voir que ce genre de pierres est un des plus étendus. J'ai tâché de prouver qu'ils sont, pour ainsi dire, des pierres petrifiées une seconde fois, des pierres ordinaires qui, depuis leur production, ont été de nouveau penetrées d'un suc pierreux; que de-là vient que les cailloux s'éloignent plus ou moins du caractère des pierres communes, sont plus ou moins cailloux. Ceux qui fournissent le *Pe tun tse* sont de ceux qui sont le moins cailloux, de ceux qui ont le moins de transparence, & dont la cassure est le moins polie.

\* Mem.  
de l'Acad.  
1721.  
p. 255.

Mais ce qui fait le caractère essentiel de ceux-ci par rapport à la Porcelaine, & ce que m'apprirent mes premiers essais, c'est que leur nature est de se vitrifier aisément, sans le secours d'aucuns sels, quoique le feu ne les attaque qu'au travers des parois d'un Creuset; circonstance dans laquelle les cailloux ordinaires ne se vitrifient nullement. Ils se transforment dans un verre un peu opaque, & assés blanc. Il est donc certain qu'une des matières de la Porcelaine de la Chine est extrêmement fondante; d'où on conclut sans doute, que le *Kao lin* au contraire doit être cette matière non fondante, non ou peu vitrifiable, qui, mêlée en certaine proportion avec l'autre, composera un tout qui ne sera qu'imparfaitement, ou à demi-vitrifiable; & qu'ainsi la Porcelaine de la Chine est dans la classe de celles que nôtre seconde méthode nous a conduit à chercher.

Mais il restoit à connoître ce que c'étoit que le *Kao lin*. Ici les échantillons ne nous aidoient pas comme pour le *Pe tun tse*; ils ne nous le faisoient voir qu'en pains formés de la poudre, dans laquelle la pierre avoit été réduite. Le Père d'Entrecolles lui-même ne l'avoit jamais vû tel que la nature le donne, autrement il ne l'eût pas comparé à la Terre de



Malthe, avec laquelle il n'a aucun rapport que celui de la couleur ; il ne semble à la vérité alors, qu'une terre blanche, parsemée de brillans. J'aurois pourtant tort de faire valoir la peine que j'ai eüe à reconnoître cette matière sous son déguisement ; dès le premier coup d'œil je crûs avoir deviné son origine, & je ne me trompai pas : peu auparavant j'avois fait réduire en poudre & en pâte certaines matières, je crûs revoir la pâte qu'elles m'avoient donnée, dès que je vis le *Kao lin*. Loin de penser que les brillans & les paillettes qui y sont parsemées dussent être prises pour une matière qui lui fût étrangere, comme le sont aux sables & aux terres les paillettes talceuses qui y sont souvent mêlées, je pensai que les paillettés n'étoient ici que les plus grossiers fragmens, que ceux qui avoient échappé à la trituration ; tels que sont les fragmens, les gros graviers qui restent parmi du grès pilé ; & que comme ces derniers fragmens seroient propres à découvrir, à qui l'ignoreroit, quelle est la pierre d'où le sable du grès a été tiré, que de même ces paillettes nous découvroient le caractère des pierres qu'on avoit réduit en une poudre, qui païtrie ensuite à l'eau, formoit cette matière qu'on appelle à la Chine *Kao lin* ; que ces paillettes étant de vraies paillettes talceuses, que le *Kao lin* n'étoit qu'un Talc pulvérisé. Les matières que j'avois autrefois fait réduire en une pâte, à laquelle le *Kao lin* m'avoit paru parfaitement semblable, étoient aussi des Talc.

Ce n'étoient encore là que des conjectures probables ; mais il n'étoit pas bien difficile d'imaginer un moyen de tirer de nôtre *Kao lin* de la Chine des preuves qui en démontreroient la certitude ou la fausseté. Les paillettes dont il est parsemé, sont très-visibles, très-reconnoissables, & très-certainement des paillettes talceuses. Je fis fondre dans l'eau une portion de mon *Kao lin* ; je séparai par des lotions les paillettes talceuses du reste de la masse ; je les rassemblai, je les fis piler, passer à l'eau, & ensuite je les réduisis en pâte. Cette nouvelle pâte parut précisément la même que l'ancienne séparée de ses paillettes talceuses.

Enfin pour ne pas s'en fier au seul jugement des yeux, qui

pourtant ici ne laissoit aucun lieu à scrupule , j'ai ménagé ce peu de pâte sûrement talceuse , & j'en ai fait des essais pareils à ceux que j'ai faits avec le *Kao lin* ; c'est-à-dire , que j'ai exposé de petits gâteaux de l'une & de l'autre au même feu ; que j'ai mêlé de l'une & de l'autre séparément , & en même proportion avec le *Pe tun tse* , & que j'ai fait cuire ces pâtes. Les essais ne m'ont pas fait voir la moindre différence entre ma pâte talceuse tirée du pain de *Kao lin* , & le *Kao lin* même. Des fragmens de Talc ont une grande ressemblance avec ceux de la Nacre des Coquilles ; c'est cette ressemblance apparemment qui a trompé les Voyageurs , qui ont écrit que les Chinois composent leur Porcelaine de Coquilles broyées.

Jusqu'ici on ne s'est pas avisé en Europe d'employer le Talc pour la composition de la Porcelaine , il eût été impossible d'en faire cet usage dans des Manufactures , sans qu'on en eût été bien-tôt instruit. Comment eût-on pû faire des amas considérables d'une matière si reconnoissable , la préparer sans qu'on eût remarqué à quoi on l'employoit ? D'ailleurs comme jusqu'ici elle n'a eu que des usages qui n'en ont demandé qu'une petite quantité , il eût été impossible de donner le change sur le nouvel emploi qu'on en eût fait. Ce qui est pourtant de certain , c'est que se conduisant dans la recherche de la composition de la Porcelaine par les principes que nous avons posés , dès qu'on voudra en faire de la classe de celles qui ne sont qu'un alliage de deux matières , dont l'une est vitrifiable , & dont l'autre ne l'est point ; pour la matière non vitrifiable , il n'est aucune dont on dût autant se promettre que du Talc , aussi n'en est-il point qui réussisse mieux. Des raisons des plus décisives , & des plus aisées à appercevoir , conduisoient à s'en servir.

1.<sup>o</sup> Nous ne connoissons point dans le genre des Pierres , de matière plus difficile à vitrifier. Si on la renferme dans des Creusets , elle soutient la plus violente action du feu , sans en être altérée , car elle ne se calcine pas plus qu'elle se vitrifie. Par cette dernière remarque , on est averti de ne pas confondre ce Gyps transparent , qu'on nomme *Talc* à Paris , avec le véritable Talc.

2.<sup>o</sup> Nous ne connoissons point aussi de matière qui conserve plus de blancheur & plus d'éclat au feu que les bons Talc, aussi le *Kao lin* donne-t-il un blanc à la composition cuite, que n'auroit pas le seul *Pe tun tse*.

3.<sup>o</sup> Une considération au moins aussi essentielle est celle de la transparence de cette pierre, & une transparence à l'épreuve d'un feu très-violent. Si on mêloit une matière non-fusible, mais opaque, avec une matière vitrifiable, il n'y auroit gueres lieu d'espérer de la transparence de ce composé, les parcelles opaques arrêteroient la lumière qui auroit passé au travers des parcelles transparentes. Le Talc étant transparent, & conservant au feu sa transparence, ne laisse rien craindre de pareil pour le composé où il est entré, même dans une assez grande proportion. Le Pere d'Entrecolles, qui a observé tout ce qu'il étoit à portée d'observer, assure qu'à *Kim te tchim*, pour faire les meilleures Porcelaines, on mêle le *Pe tun tse* & le *Kao lin* en parties égales. La plus belle & la meilleure Porcelaine est donc exactement une demi-vitrification.

4.<sup>o</sup> Enfin le Talc a naturellement une flexibilité qui manque au Verre : comme le feu qui cuit la composition où il est entré, ne le vitrifie point, ou le vitrifie imparfaitement, il est assez naturel de penser qu'il contribue à donner à la Porcelaine une sorte de souplesse. Un Chinois, dont nous parle le Pere d'Entrecolles, avoit grande raison de se moquer du Hollandois qui avoit emporté du seul *Pe tun tse* pour faire de la Porcelaine : mais il n'étoit pas lui-même au fait des qualités des matières qui la composent, lorsqu'il ajoûtoit, qu'il avoit emporté les chairs, & qu'il avoit laissé les os. Le *Kao lin* ne fait point du tout l'effet des os. Aussi le Pere d'Entrecolles semble-t-il être trop entré dans l'idée de ce Chinois, lorsqu'il admire qu'une poudre tendre donne de la solidité, qui ici paroît signifier *dureté*, au *Pe tun tse* tiré des Roches les plus dures.

La composition de la Porcelaine de la Chine est donc connuë. Il ne nous reste qu'à sçavoir si on a en Europe, & sur-tout dans le Royaume, des mêmes matières que celles



de la Chine, ou des matières équivalentes. Car à la Chine; on ne fait pas par-tout de la Porcelaine; & dans tous les endroits où on y en fait, on n'en fait pas d'également belle: toutes nos Verreries ne sont pas des Verres également beaux. Nous avons à chercher deux matières, dont l'une nous tienne lieu du *Pe tun tse*, & l'autre du *Kaolin*.

Si je pouvois donner ici la liste de toutes les matières que j'ai essayées, on n'auroit pas lieu de s'inquiéter pour la matière fondante, ou pour celle du *Pe tun tse*, & je suis convaincu qu'on trouvera à augmenter cette liste, & peut-être de matières préférables à celles qui m'ont paru excellentes, dès qu'on saura qu'il est important de les essayer. Les qualités qui sont nécessaires à cette première, c'est de se vitrifier aisément & en blanc. Les Terres mêmes nous en offriront qui ont leur singularité; nos Cailloux, nos beaux Sables pourront être employés au moyen de quelques préparations. J'avertirai pourtant ceux qui voudront faire des essais sur les sables, de s'arrêter aux graviers, aux gros sables plus volontiers qu'aux sables fins. Il est singulier que généralement j'aye trouvé jusqu'ici ces derniers moins fusibles que les autres.

Mais un Mémoire entier ne sera pas de trop pour examiner les qualités des différentes matières qui peuvent servir de *Pe tun tse*; nous y donnerons des compositions qui pourront tenir lieu de *Pe tun tses* naturels, & qui peut-être même leurs sont préférables.

Il ne s'agit plus que de savoir si nous pourrions avoir du *Kao lin* ou du Talc aussi facilement. C'est une matière qui n'a gueres été ramassée jusqu'ici que par des curieux. On ne s'est gueres avisé de faire usage que de celui qui se trouve en grands morceaux, & qu'on peut diviser en feuilles. On en couvre des Estampes; les Religieuses les employent pour tenir lieu de glaces à leurs *Agnus-Dei*. Ce Talc nous est vendu à Paris pour Talc de Moscovie.

On a encore cherché à en faire un autre usage, & sur-tout de celui de Venise, pour composer des Fards admirables; l'éclat du Talc a été imaginé propre à en donner au teint des



Dames. Si ce secret si cherché, cette huile, ou ces préparations de Talc étoient certaines, le mérite du Talc pour la Porcelaine ne seroit rien en comparaison.

Son Altesse Royale feu Monsieur le Duc d'Orléans, le plus éclairé des Princes que la France ait jamais perdu, qui faisoit, même avec empressement, les occasions de contribuer à étendre nos connoissances, & sur-tout celles qui pouvoient nous mettre en état de faire valoir les avantages naturels du Royaume, voulut bien pendant plusieurs années, envoyer à tous les Intendans des Mémoires, où je demandois des Instructions détaillées sur ce que chaque Généralité produisoit en Mines, Terres, Pierres, Sables & matières minérales, &c. & les charger d'envoyer des échantillons de chacune de ces matières, qui sont actuellement rassemblés dans mon Cabinet. Parmi ceux que je reçûs alors, il y en a de quantité de matières qui auroient pû être regardées comme un objet d'une curiosité assés inutile ; les especes de Talcs sont apparemment de ce nombre. Lorsque j'en suis venu aux essais sur la Porcelaine, j'ai trouvé à en faire un usage que je n'eusse pas osé espérer, & qui doit apprendre qu'il n'y a pas toujours aussi loin qu'on le pense, du curieux à l'utile, & que rien n'est à négliger dans les productions de la Nature. Le Poitou, le Berry, la Provence, le Languedoc, le Roussillon, & presque toutes les Généralités du Royaume, nous fournissent chacune, en plusieurs endroits, des Talcs de plusieurs especes. On n'a pas assés soûillé, assés cherché, pour sçavoir si on en trouvera abondamment dans tous ces endroits. Mais il y en a quelques-uns d'où on m'en a envoyé en si grande quantité, lorsque je n'en demandois que de petits échantillons, qu'il est à présumer qu'il ne seroit pas difficile d'en tirer assés pour fournir des Manufactures.

Restoit à voir si ces Talcs du Royaume réussiroient aussi bien que ceux de la Chine : nous l'avons déjà dit, on peut faire du Verre avec presque tous les sables & tous les cailloux, mais tout sable, tout caillou ne fait pas du Verre également beau. Aussi tous nos Talcs ne seront pas également

propres à la Porcelaine, il n'en est gueres pourtant qui ne mérite quelque attention. Mais un Mémoire entier suffira à peine pour faire remarquer leurs singularités ; c'en est assez pour celui-ci, de dire que j'ai comparé de ceux dont on trouve le plus abondamment dans le Royaume, avec le *Kao lin* de la Chine ; & que de même j'ai comparé la matière qui doit nous servir de *Pe tun tse*, avec le véritable *Pe tun tse*. Il étoit aisé de bien faire cette comparaison. J'ai mêlé en parties égales le *Kao lin* de la Chine & le *Pe tun tse* de la Chine ; tantôt j'en ai fait faire de très-petits gobelets, tantôt seulement des gâteaux, pour ménager des matières qui m'étoient si nécessaires, & si difficiles à recouvrer. C'est à cette pâte purement de la Chine, que je devois comparer les autres. J'ai mêlé dans la même proportion quelques-uns de nos Talcs avec le *Pe tun tse* de la Chine, & j'ai mêlé de même le *Kao lin* de la Chine avec le *Pe tun tse* de France, & enfin j'ai mêlé ensemble du *Pe tun tse* de France, & de son *Kao lin* ou Talc. Ces essais cuits ensemble au même feu, ne pouvoient manquer de me donner tous les éclaircissémens désirés. La matière fondante de France, mêlée avec le *Kao lin* de la Chine ; a fait aussi-bien que le *Pe tun tse* de la Chine mêlé avec le *Kao lin* du même pays ; & le *Kao lin* de France, joint au *Pe tun tse* de la Chine, a tenu lieu du *Kao lin* de la Chine. Si je l'osois même, je dirois qu'il y en a qui a mieux réussi. Enfin nôtre Talc ou *Kao lin* de France, combiné avec nôtre pierre fondante ou *Pe tun tse*, a réussi comme le *Kao lin* de la Chine mêlé avec la même pierre.

La première épreuve que j'ai faite, pour m'assurer que le *Kao lin* de la Chine est un Talc pulvérisé, celle où j'ai séparé par des lotions des paillettes talceuses d'un morceau de pâte de *Kao lin*, m'a fourni une autre observation, dont il est important de faire part à ceux qui voudront rechercher des Talcs pour en composer la Porcelaine. Le sédiment qui a été séparé par mes lotions, étoit composé de paillettes talceuses, & de grains d'un sable blanc. Pour avoir les paillettes talceuses, j'ai été obligé de les séparer de ce sable. Ce n'est pas

pas ce que je veux faire remarquer , mais que le sable entre en partie dans la matière qu'on pile pour en former les pains de Kaolin; que par conséquent cette matière n'est pas, comme nos Talcs de Venise & de Moscovie , en morceaux de Talc pur ; qu'il y a apparence qu'elle n'est qu'une sorte de pierre talceuse , dans la composition de laquelle le Talc entre pour beaucoup. Ainsi on doit tenter de faire usage des pierres talceuses comme des Talcs. On en trouve plus communément; & nous en avons dans le Royaume qui réussissent admirablement pour la Porcelaine.

Quoique j'aye essayé par préférence les Talcs du Royaume; je n'ai pas négligé les épreuves de ceux des Pays étrangers. Les Talcs de Moscovie , les Talcs de Venise ont été éprouvés ; les matières qui semblent tenir des Talcs , comme la Craye de Briançon , l'Amianthe , &c. l'ont été aussi ; & ces différens essais m'ont fourni des observations singulières pour la pratique & pour la phisique.

Au reste on voit assés que nous n'avons donné jusqu'ici qu'une legere ébauche d'un Art entièrement nouveau pour nous , & qui présente une vaste matière à d'utiles & de curieuses recherches. Nous aurons par la suite à en expliquer toutes les manipulations ; comment on réduit en poudres fines nos sables ou pierres fondantes , & nos Talcs ; à prescrire des regles sur le degré de finesse qui leur est essentiel ; à apprendre comment on y parvient facilement en les passant à l'eau. Il nous faudra ensuite composer des pâtes du mélange de ces poudres , en former des ouvrages , les cuire. Ce dernier article seul fournira bien des remarques sur la force & la durée du feu nécessaires , sur les inconveniens du trop , ou du trop peu de feu , & surtout sur ce qu'il faut éviter pour que la couleur de la Porcelaine ne soit point altérée pendant la cuisson. Il arrive ici des accidens propres à bien déconcerter l'Artiste , mais qui instruisent le Phisicien de phénomènes singuliers. Souvent une composition , dont je devois attendre beaucoup de blancheur , est sortie du fourneau opaque , brune , rougeâtre , noire. Enfin il sera essentiel de

traiter de la manière de peindre, de dorer la Porcelaine, & de donner, même à celle qui restera blanche, cette espece de vernis à qui elle doit son éclat. Mais on entrevoit assés just-qu'ou de pareils détails doivent mener. Aussi ai-je cru que c'étoit assés pour le présent, d'avoir indiqué les routes qu'il faut suivre pour la fabrique de la Porcelaine; d'avoir fait connoître les véritables matières de celle de la Chine, & d'avoir établi que nous en trouvons de pareilles chés nous. Enfin la composition de la Porcelaine de la Chine n'est pas la seule à laquelle nous devons nous tenir. Nos expériences nous ont fourni beaucoup d'autres manières d'en faire, qui ont leurs singularités & leur utilité.

Mais ce qu'on a peut-être déjà impatience de sçavoir, c'est quand nous profiterons de ces recherches, si elles nous procureront, & bientôt, de la Porcelaine de France aussi belle, & à aussi bon marché que celle de la Chine, car nous voulons voir les choses aussi-tôt faites que proposées. J'avoüerai ingénüement que cette façon de penser, qui nous est propre, m'a fait différer depuis plusieurs années à communiquer ce que je viens de commencer à donner aujourd'hui. Je sçai qu'on n'en est pas quitte à aussi bon marché, quand on propose de ces recherches qui ont une fin utile, que quand on en annonce de purement curieuses; dès qu'on a publié les dernières, on a rempli son objet. Mais on exige de qui en a promis d'utiles, de faire jouir de leur utilité, sans examiner si ce n'est pas trop exiger que de charger quelqu'un & de l'invention & de l'exécution. Pour moi qui ai eu occasion d'apprendre combien il est difficile de faire de nouveaux établissemens dans le Royaume, qu'ils n'y sçauroient réüssir que par un assemblage de combinaisons, qu'on ne peut que rarement esperer, qu'au moins ils n'y sçauroient être en regle qu'après plusieurs années, pendant lesquelles l'Inventeur doit être muni d'un courage à l'épreuve de bien des discours, qui le chargeront des négligences des Entrepreneurs, des fautes des ouvriers, & même de ces retardemens qui ne viennent que des fâcheuses circonstances des temps; instruit, dis-je, de tout



cela, je demande aujourd'hui par grace, qu'on ne regarde ce que je viens d'annoncer sur la Porcelaine, que comme des faits qu'on avoit ignorés, & qu'il étoit bon de sçavoir, que comme une simple Analyse de la Porcelaine; qu'on veuille bien que les engagemens que je contracte ne s'étendent qu'à donner les compositions des différentes especes de Porcelaine. Il est pourtant vrai que j'ai crû qu'on pouvoit proposer des recherches de cette nature avec une espérance qu'on n'auroit pas dans d'autres temps, sous un ministère aussi-bien intentionné & aussi éclairé que celui qui nous gouverne. Il ne lui échappera pas de faire attention à la quantité prodigieuse de Porcelaine qui est dans le Royaume, & dans toute l'Europe. Depuis le plus grand Seigneur jusqu'au plus petit particulier, tout le monde en a. Si on calculoit l'argent réel que les Indes ont tiré d'Europe avec cette seule Terre, on jugeroit que l'intérêt commun de ses Souverains eût dû les porter à tenter tous les moyens possibles d'en faire des établissemens dans leurs États. On a déjà une grande avance pour ces fabriques. Les manipulations de la Fayance, & sur-tout celles de la Porcelaine imparfaite, au fait desquelles on est, sont pour l'essentiel les mêmes que celles que demandera la meilleure Porcelaine. On a des ouvriers instruits, il ne s'agit plus que de leur remettre de bonne matière entre les mains. Il est vrai que les ouvriers vivent à meilleur marché à la Chine qu'en Europe. Mais ce que la Porcelaine étrangere peut coûter de moins par cette considération, n'est-il pas plus que compensé, par les frais des voyages qu'on fait pour l'aller chercher, & sur-tout par les profits qu'exigent ceux qui courent les risques d'un commerce si éloigné? D'ailleurs je ne desespere pas que nous n'ayons des moyens d'abreger les opérations qui ne sont point connus à la Chine.



QUADRATURE ET RECTIFICATION  
DES FIGURES  
FORMEES PAR LE ROULEMENT  
DES POLYGONES REGULIERS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I.

Fig. 1. **S**I l'on fait rouler un Triangle équilatéral  $MBC$  sur une ligne droite  $ABCD$ , un des angles  $M$ , pendant une révolution entière du Triangle, tracera les arcs  $AM$ ,  $MD$ ; & si l'on tire les cordes  $AM$ ,  $MD$  de ces deux arcs, l'espace du nouveau Triangle  $AMD$ , formé par ces cordes & par la base, sera triple du Triangle roulant.

La seule inspection de la Figure suffit pour s'en convaincre.

L'on trouveroit aussi des démonstrations assez simples pour la même propriété dans le roulement du Quarré, du Pentagone & de l'Exagone régulier; mais après ces quatre Polygones, les démonstrations particulières deviendroient fort difficiles, & la difficulté croitroit avec le nombre des côtés du Polygone: il faut prendre une autre route.

Fig. 5. **S**i l'on fait rouler un Polygone régulier quelconque  $MB$   $CD$  &c. sur une ligne droite  $ABCD$  &c. la trace d'un des angles  $M$ , pendant une révolution entière, formera la Figure  $AMNO$  &c. terminée par la base  $ABCD$  &c. & par les arcs  $AM$ ,  $MN$ ,  $NO$ , &c. & si l'on tire les cordes de chacun de ces arcs, l'on formera un nouveau Polygone compris par ces cordes & par la base, d'autant de côtés qu'en a le Polygone roulant.

Je dis que l'aire de ce nouveau Polygone est triple de celle du Polygone roulant.

Ayant tiré de l'angle décrivant,  $M$ , dans le Polygone roulant, les lignes  $MC$ ,  $MD$ , &c. à tous les angles, il est aisé de voir que chaque côté du Polygone s'appliquant successivement sur la base, chacun des Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ , &c. se trouve dans la Figure formée par le roulement.

Outre ces Triangles dans lesquels on a partagé le Polygone roulant, la Figure contient encore autant de Triangles Isosceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. que le Polygone a de côtés moins un.

Ces Triangles sont les secteurs qui se forment pendant le mouvement de piroüettement du Polygone sur chacun de ses angles, c'est-à-dire, depuis qu'un côté quitte la droite jusqu'à ce que le côté suivant la rencontre, dont on a ôté les segmens  $AM$ ,  $MN$ ,  $NO$ , &c.

De-là suit, tous les angles du Polygone étant égaux, que tous les secteurs sont semblables, & ont pour angle aux centres  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , &c. le complement de l'angle du Polygone  $ABM$ ; & cet angle étant égal à l'angle  $BKC$  du centre du Polygone, tous les Triangles Isosceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. sont semblables au Triangle  $BKC$  du Polygone.

Cependant les secteurs semblables  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. changent continuellement de rayon : & ces rayons sont successivement les cordes  $MB$ ,  $MC$ ,  $MD$ , &c. tirées du point  $M$  dans le Polygone.

L'on voit assés que la Figure rectiligne terminée par les cordes des secteurs & la base, est composée de tous les Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ , &c. du Polygone & de tous les Triangles Isosceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c.

Je dis que tous les Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ , &c. plus, tous les Isosceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. sont égaux au triple du Polygone roulant.

Par la génération de nôtre Figure, le Polygone roulant lui distribué successivement tous ses Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ , &c. ainsi il reste à prouver que tous les Triangles Isosceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. sont égaux au double du Polygone roulant.

Les Triangles Iſoſceles étant tous ſemblables au Triangle du centre du Polygone, & leurs côtés étant ſucceſſivement toutes les cordes  $MB$ ,  $MC$ ,  $MD$ , &c. du Polygone, le Triangle du centre  $BKC$  fera à chacun de ces Triangles comme le quarré de  $KB$  aux quarrés des cordes  $MB$ ,  $MC$ ,  $MD$ , &c.

Faiſant donc le Rayon  $KB = r$ .

Le côté du Polygone,

ou la première corde  $MB = a$ .

La ſeconde . . . . .  $MC = b$ .

La troiſième . . . . .  $MD = c$ .

&c.

Et le Triangle  $BKC = T$ .

L'on aura  $ABM = \frac{aa}{rr} T$ .  $OEP = \frac{dd}{rr} T$ .

$MCN = \frac{bb}{rr} T$ .  $PFQ = \frac{ee}{rr} T$ .

$NDO = \frac{cc}{rr} T$ .  $QGH = \frac{ff}{rr} T$ .

Et la ſomme de tous ces Triangles

$$ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH \\ = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T.$$

Art. 454.  
des Sections  
Coniques.

Mais M. le Marquis de l'Hopital a démontré, & il eſt facile de voir, par la propriété du Quadrilatere inſcrit au Cercle, que dans tout Polygone régulier pair, la ſomme des quarrés des cordes paires eſt égale à la ſomme des quarrés des cordes impaires; & que chacune de ces ſommes eſt égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone.

D'où il ſuit, 1.<sup>o</sup> pour les Polygones pairs, que la ſomme des quarrés de toutes les cordes, tant paires qu'impaires, eſt égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

2.<sup>o</sup> Que pour les Polygones impairs; concevant un Polygone pair inſcrit au même Cercle, dont deux côtés répondent à un côté du Polygone impair, les cordes paires de ce



nouveau Polygone, seront toutes les cordes du Polygone impair; dont la somme des quarrés est égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone pair qu'on a conçu, & par conséquent par le double du nombre des côtés du Polygone impair.

En général donc, soit que le Polygone soit pair, soit qu'il soit impair, la somme des quarrés de toutes les cordes, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

L'on a donc ici  $2.7.rr = aa + bb + cc + dd + ee + ff$ , ou  $2.7 = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr}$ .

Et substituant 2.7, au lieu de cette quantité dans l'Equation  $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T$ .

L'on a  $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = 2.7. T$ .

C'est-à-dire, la somme des Triangles Ifoſceles égale au double du Polygone roulant.

Il est clair que cette démonstration n'est jamais arrêtée; quelque nombre de côtés qu'ait le Polygone: & que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui est le Triangle, jusqu'au dernier, qui est le Cercle.

L'on voit par-là que l'espace de la roulette est triple de celui du Cercle qui roule; mais on voit encore de quelle manière il est triple; & pourquoi.

Ayant conçu du point décrivant du Cercle, tirées à tous ses angles autant de cordes qu'il a de côtés moins un, l'on a vû qu'à chaque pas qu'il fait sur la droite, il y laisse, pour ainsi dire, successivement chacun des petits triangles formés par ces cordes. Ainsi voilà déjà dans l'espace cycloïdal une somme de Triangles égale au Cercle.

L'application de deux petits côtés du Cercle sur la droite, est toujours suivie d'un petit piroüettement sur l'angle du Cercle, pendant lequel, la corde décrivante trace un petit triangle ou secteur (l'arc ici se confondant avec la corde)

208 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 toujours semblable au Triangle formé dans le Cercle par deux  
 rayons tirés aux extrémités d'un petit côté du Cercle.

Or je viens de démontrer en général, que la somme des  
 Triangles Ifoſceles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. étoit double  
 du Polygone roulant.

L'espace de la roulette est donc triple de celui du Cercle  
 roulant, & le Cercle est assujéti à la loi de tous les Polygo-  
 nes réguliers.

## I I.

Fig. 7.

Si maintenant l'on fait rouler le Polygone sur un autre  
 Polygone égal & semblable, l'angle  $M$  du Polygone roulant  
 tracera les arcs  $Am$ ,  $mM$ ,  $Mn$ ,  $nN$ , &c. qui avec les côtés  
 $ABCD$  &c. du Polygone fixe, comprendront l'espace de  
 ce nouveau roulement.

Le Polygone roulant laissera encore dans cet espace tous  
 ses Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ , &c. & y tracera tous  
 les secteurs  $AMB$ ,  $MCN$ , &c. dont les rayons sont suc-  
 cessivement les cordes du Polygone.

Mais chaque secteur sera double de ce qu'il étoit, lorsque  
 le Polygone rouloit sur une droite.

Car le secteur se décrit depuis qu'un côté du Polygone  
 roulant quitte le côté du Polygone fixe, jusqu'à ce que le côté  
 suivant du Polygone roulant, rencontre le côté suivant du Po-  
 lygone fixe; & cet intervalle est évidemment le double du  
 complément de l'angle du Polygone.

Ayant donc partagé en deux également les arcs  $AM$ ,  
 $MN$ , &c. & tiré les cordes  $Am$ ,  $mM$ ,  $Mn$ ,  $nN$ , &c. l'es-  
 pace terminé par ces cordes, & par les côtés du Polygone  
 fixe, contiendra tous les Triangles  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDE$ ,  
 &c. du Polygone; & de plus tous les Triangles Ifoſceles  $ABm$ ,  
 $mB\bar{M}$ ,  $MCn$ ,  $nCN$ , &c. & ne différera de ce qu'il étoit,  
 lorsque le Polygone rouloit sur une droite, que parce que  
 les Triangles Ifoſceles se trouvent chacun répété deux fois.

Or l'on a vû que dans le roulement sur une droite, la  
 somme des Triangles Ifoſceles étoit double du Polygone.

Voilà donc l'aire augmentée du double du Polygone.

Elle

Elle est donc quintuple de celle du Polygone.

Il est évident que cette propriété s'étend à tous les Polygones réguliers, quelque soit le nombre de leurs côtés; & qu'elle a encore lieu, lorsque ce nombre est infini.

Mais dans ce cas le Polygone fixe & le Polygone roulant sont deux Cercles égaux; les cordes  $Am, mM, Mn, nN$ , &c. ne diffèrent point de leurs arcs, & le nouveau Polygone est la première Epicycloïde.

Et il faut dire à l'égard de cette Epicycloïde, ce que nous venons de dire à l'égard de la Cycloïde. L'une & l'autre n'ont leurs espaces triple & quintuple de leur Cercle generateur, que comme formées par le roulement d'un Polygone régulier sur une droite, & sur un Polygone égal.

## RECTIFICATION DES FIGURES formées par le roulement.

### I.

Le contour de la Figure formée par le roulement du Triangle équilatéral, qui est le premier des Polygones impairs, est quadruple de la perpendiculaire tirée d'un des angles du Triangle sur le côté opposé. Fig. 1.

Il ne faut que jeter les yeux sur la Figure, pour voir la vérité de cette proposition.

Mais la même propriété subsiste pour tous les Polygones impairs: pour la démontrer donc en général;

Dans un Polygone impair, faisant toujours les cordes  $AB, AC, AD$ , &c.  $= a, b, c$ , &c. la somme de toutes les cordes multipliée par la plus petite, qui est le côté du Polygone, est double du carré de la plus grande. Fig. 3.

C'est-à-dire  $2. a + b + c \times a = 2cc.$

Dans le Quadrilatère  $ABCD$ ,  $aa + ac = bb.$

Dans  $ACDF$ ,  $bb + ab = cc.$

Donc  $aa + ab + ac = cc$ , ou  $2. a + b + c \times a = 2cc.$

Mem. 1727.

. Dd

L'on trouvera facilement de la même manière cette propriété dans quelque Polygone impair que ce soit.

De-là naît un affés beau Théorème, qu'on peut remarquer en passant.

C'est que, dans un Polygone impair quelconque, si l'on prolonge un côté  $AG$ , jusqu'à ce qu'il rencontre le côté opposé prolongé, la ligne  $AT$ , qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone.

Car les Triangles  $DKH$ ,  $ATH$ , sont semblables.

Et  $DH : DK :: AH : AT$ .

$$\frac{1}{2} a : r :: \frac{cc}{2r} : \frac{cc}{a} = AT.$$

Mais  $cc = aa + ab + ac$ .

$$\text{Donc } AT = \frac{cc}{a} = a + b + c.$$

L'on voit que lorsque le Polygone impair a une infinité de côtés, & par conséquent une infinité de cordes, la ligne  $AT$ , toujours égale à la moitié de la somme des cordes, est infinie. En effet, le Polygone alors est un Cercle dont cette ligne est la tangente, qui, quoique ne rencontrant l'autre tangente  $DT$ , qu'à une distance infinie, forme avec elle un triangle  $ATH$  infiniment long, toujours semblable au Triangle formé dans le Cercle par le rayon, la moitié d'un des petits côtés du Cercle & la perpendiculaire tirée du centre sur le petit côté.

Je reviens aux Figures formées par le roulement des Polygones impairs, & je dis :

Fig. 5. Que le contour  $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$  est quadruple de la ligne  $AH$  tirée d'un des angles perpendiculairement sur le côté opposé  $DH$ ; j'appellerai cette ligne le *diametre du Polygone*.

L'on a vû que tous les Triangles  $ABM$ ,  $MCN$ ,  $NDO$ , &c. sont semblables au Triangle du centre  $DKE$ .



L'on aura donc

$$AM = \frac{aa}{r}.$$

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

&c.

$$\text{Et } AM + MN + NO + OP + PQ + QH \\ = 2. \frac{aa+ab+ac}{r}.$$

$$\text{Mais } cc = aa + ab + ac.$$

$$\text{Donc } AM + MN + NO + OP + PQ + QH \\ = 2. \frac{cc}{r} \text{ quadruple de } AH = \frac{cc}{2r}.$$

Cette propriété est encore vraie dans les Polygones pairs; mais avec une différence assez singulière, & qui résulte de ce que ces Polygones ont, pour ainsi dire, deux *diametres*.

Je dis donc que le contour de la Figure formée par le roulement du quarré, qui est le premier des Polygones pairs, est double de chacun des deux diametres  $AM$  &  $PI$ , ce qui est assez évident sans démonstration; mais cette propriété subsiste pour tous les Polygones pairs.

Dans un Polygone pair, la somme de toutes les cordes (les diametres traités comme cordes) multipliée par la plus petite, est égale à la somme des deux plus grandes, multipliée par la plus grande. Fig. 4.

$$\text{C'est-à-dire, } 2. a + b + c + r \times a = 2r + c \times 2r.$$

$$\begin{array}{ll} \text{Dans les Quadrilateres } ABCE, & ab + 2ar = bc. \\ & ABCF, \quad 2ac = 2br. \\ & ABDE, \quad aa + 2br = cc. \\ & ABDF, \quad ab + bc = 2cr. \\ & ABEF, \quad aa + cc = 4rr. \end{array}$$

$$\text{Donc } 2. aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr.$$

$$\text{Ou } 2. a + b + c + r \times a = 2r + c \times 2r.$$

Dd. ij

L'on trouvera la même propriété dans quelque Polygone pair que ce soit.

De-là naît cet autre Théorème.

Dans un Polygone pair quelconque, si l'on fait  $KR = KI$ ; que l'on tire par le point  $R$  une perpendiculaire  $RT$ ; & qu'on prolonge le côté opposé  $AH$ , jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire, la ligne  $AT$  qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone :

A cause des Triangles  $DKI$ ,  $ATR$ .

$$DI : DK :: AR : AT.$$

$$\frac{1}{2} a : r :: r + \frac{1}{2} c : \frac{2rr + cr}{a} = AT.$$

$$\text{Mais } 2rr + cr = aa + ab + ac + ar.$$

$$\text{Donc } AT = \frac{2rr + cr}{a} = a + b + c + r.$$

Ce Théorème est encore vrai, lorsque le Polygone pair est devenu Cercle, la tangente  $AT$  est encore égale à la moitié de la somme de toutes ses cordes ; & l'on peut faire un raisonnement semblable à celui que nous avons fait pour le Polygone impair devenu Cercle.

Fig. 6.

Je dis maintenant, que le contour  $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$  de la Figure formée par le roulement d'un Polygone pair, est double de chacun des deux diamètres  $AE$ ,  $PI$ .

$$\text{L'on a toujours } AM = \frac{aa}{r}..$$

$$MN = \frac{ab}{r}..$$

$$NO = \frac{ac}{r}..$$

$$OP = \frac{2ar}{r}.$$

&c.

$$\text{Et } AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI \\ = 2. \frac{aa + ab + ac + ar}{r}.$$

$$\text{Mais } 2. aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr.$$

$$\text{Donc } AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$$

$= \frac{4r + 2c}{2} = 4r + 2c$  double de chacun des deux diametres *AE* & *PI*.

Lorsque le Polygone a une infinité de côtés, & est devenu Cercle, si on le considere comme Polygone impair, il est clair que la ligne *AH* devient le diametre du Cercle. Fig. 3.

Et si on le considere comme Polygone pair, les deux diametres *AE, PI* deviennent égaux, & se confondent chacun avec le diametre du Cercle. Fig. 4.

D'où l'on voit que soit qu'on considere le Cercle comme Polygone impair, soit qu'on le considere comme Polygone pair; la longueur de la Cycloïde est quadruple du diametre du Cercle générateur.

## II.

Dans le roulement d'un Polygone, soit impair, soit pair, sur un autre Polygone semblable & égal, il est clair qu'il n'arrive d'autre changement dans le contour, si ce n'est que chaque ligne *Am, Mn, No*, se trouve répétée deux fois. Fig. 7.

Le contour sera donc double de ce qu'il étoit, lorsque le Polygone rouloit sur une droite.

Dans le roulement d'un Polygone impair sur un autre Polygone égal & semblable, le contour sera donc octuple du diametre.

Et dans le roulement d'un Polygone pair, le contour sera quadruple de chacun des deux diametres.

Et enfin dans le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, la longueur de l'Épicycloïde sera octuple du diametre du Cercle générateur.

C'Est ainsi que la quadrature & la rectification de la Cycloïde & de l'Épicycloïde, ne sont que des cas particuliers des Théorèmes précédens; ces propriétés naissent dès le premier Polygone régulier, & n'arrivent au Cercle, qu'après avoir parcouru, pour ainsi dire, l'infinité des Polygones.



T R O I S I È M E M É M O I R E  
O U  
R É F L E X I O N S N O U V E L L E S

*Sur une Précipitation singulière de plusieurs Sels par un autre Sel, déjà rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le titre d'OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE.*

Par M. L É M E R Y.

24 Mai  
1727.

**L**A difficulté, dont l'éclaircissement fera le sujet de ce troisième Mémoire, est que, quand une solution de Sel de Tartre a précipité beaucoup de Sel moyen contenu dans l'autre solution, toute la quantité de particules d'eau qui servoient à la dissolution de ce Sel moyen précipité, demeurent alors sans emploi & sans aucune charge à soutenir; & qu'étant oisives, elles pourroient redissoudre le même Sel, puisque tout précipité qu'il est, il est toujours dissoluble. Pourquoi donc ne le font-elles pas?

Je réponds qu'elles le font bien aussi en certaines circonstances. Par exemple, j'ai souvent remarqué qu'en ne versant sur une solution de Salpêtre qu'une petite quantité d'Huile de Tartre, on voyoit naître à proportion de la quantité du Sel de Tartre, une poussière blanche qui sembloit devoir s'aller bientôt précipiter au fond du vaisseau, qui tomboit en effet jusqu'au milieu de la liqueur, remontoit vers le haut, & dispaeroissoit ensuite en se redissolvant.

Mais quand on verse sur la solution de Salpêtre toute la quantité nécessaire d'Huile de Tartre, il se fait alors en peu de temps une précipitation abondante & proportionnée à la



Fig. 3.

Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 7. pag. 214.

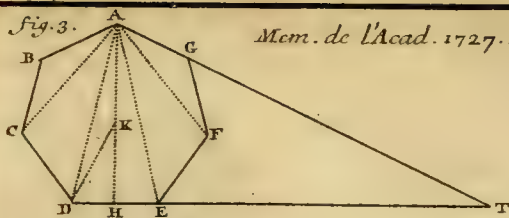


Fig. 4.

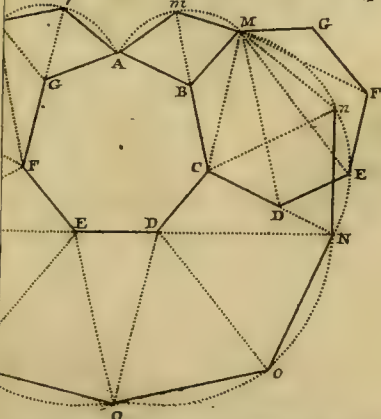
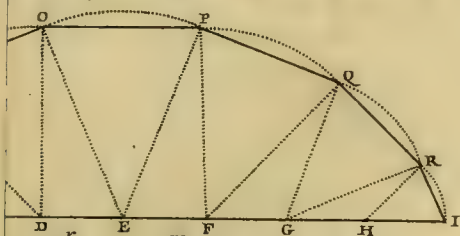
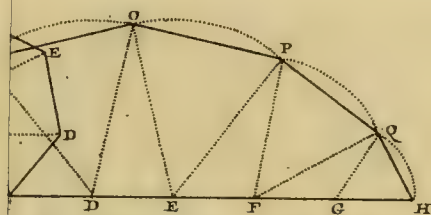
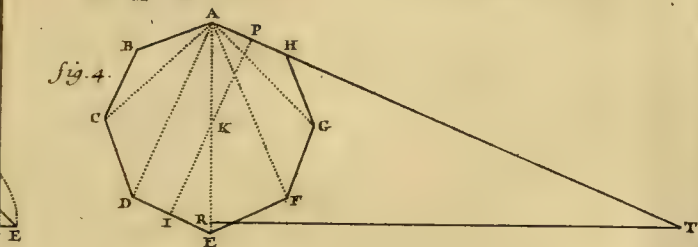


Fig 1

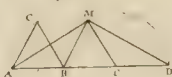


Fig 3

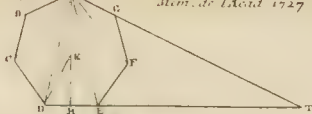


Fig 2



Fig 4

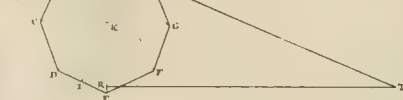


Fig 5

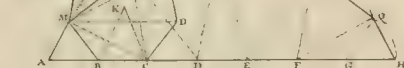


Fig 6

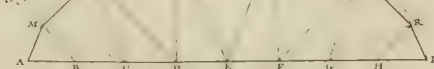
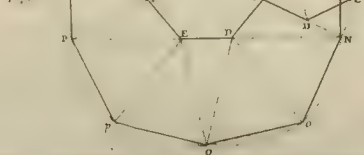


Fig 7



quantité de Sel de Tartre, & s'il se redissout ensuite quelque portion du Sel précipité, elle est si légère, qu'elle en est insensible. C'est dans cette dernière expérience que j'ai souvent observé que de la poussière nitreuse formée au milieu du liquide, il naissoit distinctement & en peu de temps une grande quantité de filets longs & nitreux, qui se précipitoient ensuite au fond du vaisseau.

Pour concevoir le différent effet que produisent une petite ou une plus grande quantité d'Huile de Tartre par défaillance, versée sur une solution de Salpêtre; considérons qu'il ne suffit pas, pour que cette Huile y excite une précipitation complète, qu'elle fasse lâcher prise aux parties d'eau qui soutiennent cette petite partie de Nitre, qu'il faut encore qu'elle empêche dans le même temps & de la manière qui sera expliquée dans la suite, les parties d'eau qui servoient à la suspension de cette petite partie de Nitre, & celles qui lui servoient d'intermede, de pouvoir la dissoudre, soit l'instant d'après qu'elle a été abandonnée à elle-même, & qu'elle est encore assés haut dans le liquide; soit lorsqu'elle est parvenue au fond du vaisseau.

Or quand on n'employe que peu d'Huile de Tartre, toute petite qu'est aussi la quantité de Sel de Tartre qui y est contenu; elle peut bien, à la vérité, donner passage à un assés bon nombre de parties aqueuses de la solution nitreuse pour exciter une précipitation sensible; & en effet dès qu'il ne s'agit que de servir de couloir à une liqueur, il n'est nullement nécessaire que le filtre réponde par son volume à toute la quantité de la liqueur qu'il est capable d'admettre, & de laisser passer; mais comme simple filtre, il n'empêchera pas que la liqueur filtrée & séparée de la matière qu'elle contenoit, ne puisse s'y remêler & la redissoudre, quand elle se trouvera en situation de le pouvoir faire. Aussi lorsque nous avons rapporté dans le Mémoire précédent, que pour faire précipiter deux gros de Nitre dissous par une once d'eau, il falloit présenter à la liqueur une once de Sel de Tartre, avons-nous remarqué en même temps que ce n'étoit pas qu'il en

fallut toute cette once pour la filtration de l'once d'eau , & que beaucoup moins suffiroit & au de-là pour ce sujet , mais que la dissolution de tout le Sel de Tartre qui n'arrivoit que l'instant d'après la précipitation , servoit à charger si-bien de Sel de Tartre l'once d'eau , qu'elle fût incapable dans la suite de redissoudre le Nitre précipité ; & ainsi le Sel de Tartre , en opérant la précipitation d'un Sel moyen , a naturellement un double emploi ; l'un de filtre , qui ne demande que peu de ce sel , l'autre qui en demande bien davantage , c'est-à-dire , toute la quantité requise pour occuper les parties d'eau qui ont été filtrées , & pour les empêcher de se livrer de nouveau au Sel moyen précipité : par conséquent une petite dose d'Huile de Tartre versée sur la solution du Nitre , peut bien remplir la première fonction , c'est-à-dire , celle de filtre , & faire précipiter une certaine quantité de Nitre.

Mais pour la seconde , elle en est entièrement incapable ; ne pouvant répondre à la fois & faire face par sa quantité aux parties d'eau qui soutenoient le Nitre , & à celles qui lui servoient de barrière , & le pouvant encore d'autant moins que le Sel de Tartre contenu dans cette petite dose d'Huile de Tartre , porte avec lui un poids égal au sien de particules d'eau , qu'il occupe déjà ; il laisse donc toujours un grand nombre de toutes ces particules d'eau dans une liberté parfaite , & d'autant mieux en état de dissoudre de nouveau , & de faire disparaître ensuite les petites masses nitreuses qui se précipitent , que le peu d'Huile de Tartre dont on se sert alors , n'obligeant qu'une médiocre quantité de parties de Nitre à se séparer de la liqueur , & la rencontre de ces parties n'étant pas assez multipliée par leur nombre pour qu'il en résulte des masses d'un certain volume , celles qui en sont formées sont d'une finesse avec laquelle bien-loin de fendre & d'écarter vigoureusement le liquide , & de se précipiter promptement au fond du vaisseau , elles n'y vont au contraire qu'avec lenteur , c'est-à-dire , avec une force proportionnée à leur masse , & par cela même , s'éloignant moins des parties d'eau qui leur avoient servi de véhicule ou d'intermede qu'elles n'eussent fait



fait sans cette circonstance, elles demeurent aussi plus à leur portée & à leur bienfaisance.

Et comme le fluide particulier dont l'eau emprunte son mouvement & sa fluidité, ne cesse point alors d'y agir, & fait des efforts continuels pour rétablir la distinction des masses d'eau confonduës, & la régularité de leurs mouvemens interrompuës; dès que le mouvement nouveau de trouble & de confusion procuré par la chute de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & proportionné pour sa force & pour sa durée à la quantité de cette Huile, se dissipe & s'évanouït, chacune des portions dont on vient de parler, n'ayant plus rien alors qui les empêche d'obéir à la cause générale de leur fluidité, elles rentrent dans leurs mouvemens réguliers, les différens courans dont la liqueur est intérieurement composée, reprennent leur route naturelle & ordinaire, & les parties d'eau privées de Salpêtre, trouvant en leur chemin, dans le sein & au milieu du liquide, les mêmes parties nitreuses auxquelles elles servoient de véhicule ou d'intermede, elles s'en resaisissent aussi-tôt, & servent une seconde fois à leur dissolution.

Pour ce qui regarde présentement l'autre expérience, dans laquelle une suffisante quantité d'Huile de Tartre versée sur la solution du Salpêtre, y produit un effet si différent de celui qu'y excite en pareil cas une moindre quantité de cette Huile, ce qui mérite d'autant plus d'être remarqué & éclairci, que comme la cause de la différence de cet effet ne consiste que dans le plus ou le moins d'Huile de Tartre employée, il sembleroit que l'effet devroit aussi ne différer que du plus au moins; & qu'ainsi, si une plus grande quantité d'Huile de Tartre précipite une plus grande quantité de Salpêtre, si même la matière nitreuse se précipite alors jusqu'au fond du vaisseau, elle devroit du moins rentrer ensuite dans le sein de la liqueur, comme le fait une plus petite quantité de matière nitreuse précipitée par une plus petite quantité d'Huile de Tartre; car le Sel de Tartre qu'on employe tout dissout dans l'une & l'autre expérience, n'a pas plus besoin dans l'une

que dans l'autre, des portions d'eau qui servoient à la dissolution de la matière nitreuse qui s'est précipitée ; par conséquent ces portions d'eau qu'on peut supposer devenues oisives & inutiles par la perte qu'elles ont faite du Salpêtre qu'elles tenoient dissout, se rencontrent également dans l'un & l'autre cas, & plus ou moins abondamment, suivant la quantité de la matière précipitée ; pourquoi donc cette matière, qui dégagée de son dissolvant par une petite quantité d'Huile de Tartre, est si promptement ensuite reprise & redissoute par quelques-unes des parties de ce dissolvant ? n'est-elle pas reprise & redissoute de même dans la circonstance présente ? ou si une plus grande quantité d'Huile de Tartre a précipité plus de matière nitreuse, il y a aussi plus de ces portions d'eau supposées inutiles, & qui n'attendent que de l'emploi ; en un mot, ou la quantité des portions d'eau dont il s'agit, ne répond pas moins à celle de la matière précipitée que dans l'autre expérience ; enfin qu'elle peut être la cause, non seulement de ce que la matière précipitée jusqu'au fond du vaisseau, ne rentre pas toute entière dans le sein du liquide dont elle est sortie, mais encore de ce que quelque temps qu'elle demeure sous ce liquide, on n'apperçoit pas plus qu'il s'y en redissolve quelques parties, & qu'elle diminuë par-là de volume & de quantité, que si cette matière se trouvoit véritablement sous un liquide dont toutes les portions fussent réellement autant chargées qu'elles le pourroient être de Sel de Tartre ou de Salpêtre, & par cela même dans l'impossibilité physique d'admettre la plus petite dose de cette matière.

Pour résoudre cette difficulté, considérons d'abord que quand on verse une grande quantité d'Huile de Tartre sur la solution de Salpêtre, il n'est pas possible qu'il ne s'en sépare pas toujours alors une poussière nitreuse plus abondante & plus épaisse que quand la quantité de l'Huile de Tartre a été beaucoup moindre : or cette plus grande multitude de petites parties de Salpêtre venant à se rencontrer, forme de plus grosses masses que dans le cas qu'on oppose à celui-ci, & ces masses plus grosses & plus pesantes, écartant par-là avec plus

de force les parties du liquide pour se faire jour au travers de haut en bas, elles s'éloignent aussi davantage des portions d'eau qui les y contenoient auparavant, & sont bien moins à portée de les y rencontrer, & d'en être reprises & redissoutes, supposé que ces portions d'eau fussent alors capables de le faire; aussi lorsque ces portions d'eau viennent à recommencer dans le liquide leur cours ordinaire & naturel interrompu par la chute de l'Huile de Tartre, elles ne se chargent point alors comme dans l'autre cas du Salpêtre qui en avoit été séparé.

Il paroît même par la constance avec laquelle elles laissent toujours ensuite au fond du vaisseau le Sel qui s'y est précipité, & qui n'est pourtant pas moins soluble qu'il l'étoit auparavant la précipitation, il paroît, dis-je, que puisque ce n'est pas faute de particules d'eau que le liquide, tout chargé qu'il est déjà de parties salines, ne dissout point encore celles qui en ont été précipitées, il faut nécessairement que depuis leur précipitation, il se soit fait dans les parties de ce liquide quelque arrangement singulier, moyennant lequel la matière précipitée ne puisse y être admise, & y reprendre la place qu'elle y occupoit auparavant. Voici celui que j'imagine d'après l'examen de ce qui se passe dans le liquide par le mélange de l'Huile de Tartre & de la solution du Salpêtre.

Il est vrai-semblable de dire, que de toutes les petites portions de cette dissolution, celles qui reçoivent une plus grande altération par le mélange de l'Huile de Tartre, ce sont celles sur lesquelles les différentes portions de cette Huile tombent à plomb, & qui par-là sont obligées de lâcher le Nitre qu'elles contiennent; car pour celles sur lesquelles l'Huile de Tartre ne tombe pas de même, il ne leur survient que quelque changement dans l'ordre & la direction de leurs courans.

Il y a aussi tout lieu de croire sur ce que nous voyons; que la précipitation du Nitre suit immédiatement la chute de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & que cette précipitation ne se fait gueres ou du moins sensiblement

qu'immédiatement après qu'on a versé cette Huile sur l'autre liqueur, il y a, dis-je, tout lieu de croire, comme nous l'avons déjà remarqué, que par le choc qui résulte de la chute des différentes portions de l'Huile de Tartre sur un certain nombre de celles de la solution nitreuse, & qui brise, ouvre & confond ensemble toutes ces portions, les parties aqueuses de cette solution naturellement posées au dessous de celles de l'Huile de Tartre qui tombent dessus, frappées, pressées & obligées par le Sel de Tartre que contient cette Huile à enfler les pores de ce Sel, en reçoivent une détermination de bas en haut, en vertu de laquelle elles montent suivant cette détermination au travers & au de-là des pores de ce Sel, pendant que les parties du Nitre qui ne peuvent traverser de même le Sel de Tartre, comme nous l'avons prouvé clairement dans le Mémoire précédent, & qui sont abandonnées à elles-mêmes par les parties d'eau qui les tenoient auparavant divisées, prennent en vertu de leur pesanteur spécifique une route toute opposée, c'est-à-dire, de haut en bas.

Ceci posé, comme les deux effets différens que nous avons à expliquer ne dépendent que du plus ou du moins de l'Huile de Tartre versée sur la solution du Nitre, c'est dans ce plus ou ce moins d'Huile de Tartre que nous devons chercher la cause de la différence que nous avons à expliquer; & pour en venir à bout, supposons que pour ce qui regarde uniquement la filtration des particules d'eau contenues dans les différentes portions de la solution nitreuse, il faille à chacune des portions de cette solution une portion d'Huile de Tartre qui y tombe, & s'y applique immédiatement, & que ce qu'on en verse soit précisément cette même dose. Quand les parties aqueuses de la petite masse ou portion de cette solution nitreuse auront traversé les pores du Sel de Tartre contenu dans l'autre portion, & qu'elles seront parvenues au de-là de ces pores, la perte que cette filtration leur aura fait faire du Nitre qu'elles contenoient, ne les aura rendu que plus propres à en recommencer la dissolution dans le sein du même liquide, comme elles le font en effet, & cela d'autant mieux que



ces particules d'eau au sortir des pores du Sel de Tartre, auront été suffisamment rassemblées ; car c'est-là une circonstance absolument nécessaire pour la dissolution des Sels, comme nous l'allons faire voir.

Mais quand on ne se contente pas de verser sur chaque portion de la solution nitreuse une seule portion d'Huile de Tartre, mais cinq, six, en un mot quand il y tombe successivement autant de portions de cette Huile qu'il en faut pour exciter une précipitation complète, c'est-à-dire, qui soit telle que la matière précipitée ne se redissolve point ensuite, & avant même que de parvenir au fond du vaisseau ; les parties aqueuses de la portion de la solution nitreuse, après s'être filtrées au travers de la portion d'Huile de Tartre qui y étoit immédiatement appliquée, trouvent alors au de-là quantité d'autres portions d'Huile de Tartre dont elles n'ont pas à la vérité besoin pour se dépouiller du Nitre qu'elles contenoient, puisque l'affaire en est déjà faite, mais dans lesquelles elles se mêlent, se répandent & se perdent en quelque sorte, & cela plus ou moins, suivant la quantité de l'Huile de Tartre versée sur la solution nitreuse ; de manière que quand ensuite le calme & l'ordre interrompus par la chute de l'Huile de Tartre commencent à se rétablir dans toute la liqueur ; c'est-à-dire, quand chacune des petites masses dont elle est composée, poussées les unes en un sens, les autres en un autre par autant de petites portions du fluide particulier qui en est le mobile, reprennent leurs routes ordinaires, celles de l'Huile de Tartre & de la solution nitreuse qui ont été mêlées & confonduës ensemble, & dont l'assemblage forme des masses trop grosses & trop disproportionnées pour subsister en cet état avec les autres petites masses du liquide ; rentrent dans leur premier volume à l'aide de différentes portions de leur mobile, dont les unes en emportent un certain nombre de parties vers un certain côté, les autres vers un autre, & par-là il se reproduit autant de petites masses distinguées les unes des autres, qu'il y en avoit avant leur destruction, ou, si l'on veut, avant leur mélange

& leur confusion ; mais comme sur cinq ou six portions d'Huile de Tartre , il n'y en a qu'une de la solution nitreuse , & que cette portion , l'instant d'après qu'elle a été dépouillée de son Nitre par la filtration , s'est répandue & dispersée dans toute l'étendue des six portions d'Huile de Tartre , confonduës les unes avec les autres , & avec cette portion de la solution nitreuse , chacunes des sept petites portions qui résultent & qui renaissent en quelque sorte du mélange dont on vient de parler , sont , à proprement parler , composées d'Huile de Tartre , & d'un septième des parties aqueuses de la portion de la solution dépouillée , comme il a été dit , de Nitre ; & quoique le Sel de Tartre contenu dans chacunes des nouvelles petites portions , n'ait nullement besoin de ce septième de parties aqueuses pour sa dissolution , puisqu'avant que d'y être mêlé , il étoit déjà tout dissout par une suffisante quantité de parties aqueuses ; quoique ce septième de parties aqueuses libres & dégagées de Sels , soit en quelque sorte de trop & sans emploi dans la portion dont il fait partie , & par cela même d'autant plus propre en apparence à redissoudre le Nitre précipité , il ne le fera cependant pas pour deux raisons ; l'une , c'est que ce petit nombre de parties aqueuses provenuës de la solution nitreuse , se trouvera si fort offusqué , absorbé & recouvert par le grand nombre des parties d'Huile de Tartre de la même portion , que par-là il sera toujours , ou presque toujours impossible à ces parties aqueuses d'agir immédiatement sur le Nitre précipité , sans quoi cependant il n'en dissoudroit jamais rien quand il le pourroit d'ailleurs.

L'autre raison , c'est que chaque partie intégrante de Sel demande nécessairement une certaine quantité de particules d'eau qui travaillent & concourent ensemble & à la fois pour la détacher , l'entraîner , & lui servir de véhicule & d'intermède : or tout ce qui est au dessous de cette quantité , étant incapable de cet effet , le septième des particules d'eau dont il s'agit , & que nous regardons aussi comme fort au dessous de la dose des particules d'eau nécessaires pour dissoudre la moindre petite partie de Nitre , demeurera parfaitement in-

utile pour cette dissolution, quand bien même il frapperoit à tout instant sur le Nitre précipité.

Aureste, l'arrangement qui vient d'être rapporté, paroît indispensablement nécessaire pour empêcher le Nitre précipité de rentrer dans la liqueur ; & sans un moyen pareil, on n'imagineroit pas pourquoi il n'y rentre point. Pour se convaincre davantage de la nécessité de ce moyen, faisons quelques réflexions sur la différence du Sel de Tartre présenté sous une forme sèche à une solution nitreuse, & de celui qui y arrive tout dissout & sous une forme liquide. Nous remarquerons d'abord que dans le premier cas où le Sel de Tartre est mis en œuvre sous une forme sèche, chaque petite partie intégrante de ce Sel ne se trouve point encore pénétrée & entourée d'un certain nombre de parties d'eau, qui lorsqu'elles s'en sont une fois emparées, ne permettent gueres à d'autres particules d'eau de la pénétrer à leur tour, sans une cause majeure & étrangère qui les y force ; aussi chaque petite portion de la solution nitreuse n'a-t-elle besoin que de son mouvement propre & naturel pour entrer dans les pores du Sel de Tartre qui n'a point encore été dissout, au lieu que quand il l'a été, ce n'est plus que par l'effet & pendant l'effet que produit la chute de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & dont la cause est indépendante de celle du mouvement du liquide, que quelques portions de cette solution trouvent une entrée dans les pores de ce Sel, comme nous l'avons déjà remarqué & expliqué dans ce Mémoire.

De plus, dans l'expérience du Sel de Tartre présenté à la solution nitreuse sous une forme sèche, chaque petite portion de cette solution qui dépose à l'entrée des pores de ce Sel, le Nitre qu'elle contenoit, se charge ensuite de toute la quantité de Sel de Tartre qu'elle peut dissoudre, & ce Sel n'apportant alors dans la liqueur aucunes parties aqueuses, & ne se dissolvant même qu'aux dépens de celles qui y étoient déjà, & qui appartenoient auparavant au Salpêtre dont il occupe la place, ces parties aqueuses se trouvent si bien employées par le Sel de Tartre, qu'il ne leur est plus possible

de mordre sur le précipité nitreux non plus que sur tout autre Sel ; mais dans l'expérience où l'on se sert de l'Huile de Tartre , c'est-à-dire , du Sel de Tartre tout dissout avant que de le verser sur la solution nitreuse , le Sel de Tartre n'a aucun besoin pour lors des parties aqueuses contenues dans les différentes portions de cette solution dépouillées de leur Nitre , il se soutient dans la liqueur par celles qu'il a apportées avec lui , & ainsi quelque quantité d'Huile de Tartre qu'on verse sur l'autre liqueur , celles de cette autre liqueur qui auront perdu leur Nitre , demeureront toujours dans cette expérience sans emploi ; par conséquent comme nous ne pouvons les anéantir , & les empêcher par-là de redissoudre le précipité nitreux pour la dissolution duquel elles se trouvent dans toute la quantité nécessaire , c'est en anéantissant leur effet sur ce précipité , que nous pouvons mettre obstacle à sa rentrée dans la liqueur ; & pour opérer cet anéantissement , il faut nécessairement avoir recours à l'arrangement singulier qui a été imaginé , ou à quelqu'autre semblable qui vaille mieux , & qui lui soit préférable.

Suivant celui qui a été proposé , & qui distribué dans chaque petite portion de l'Huile de Tartre mêlée à la solution nitreuse , un septième , ou peut-être une plus petite quantité des parties aqueuses d'une portion de cette dissolution , le liquide se trouve chargé par-tout ou des petites portions d'Huile de Tartre , telles que nous venons de les rapporter , ou de Salpêtre resté dans les portions d'eau que l'Huile de Tartre n'a point entamées.

Par quelle porte donc , ou plutôt à la faveur de quelles parties d'eau le Salpêtre précipité rentreroit-il alors dans le liquide ? Ce n'est pas par celles qui déjà chargées autant qu'elles peuvent l'être de Salpêtre , ne pourroient en admettre davantage , sans qu'il s'en fit aussi-tôt la précipitation , & cela par les raisons que j'ai rapportées dans deux Mémoires publiés , l'un en 1716 , & l'autre en 1724. Ce ne sera pas non plus par les portions d'eau qui contiennent du Sel de Tartre ; car s'il y avoit quelque apparence qu'elles pussent  
agir



agir sur le précipité nitreux, ce ne pourroit être que par les particules d'eau de trop qui y ont été distribuées; & nous avons si bien fait voir par l'arrangement proposé, l'impuissance de ces particules d'eau à cet égard, que leur présence doit être comptée pour rien, & qu'à proprement parler, elles sont dans le liquide comme si elles n'y étoient point.

Peut-être opposera-t-on que s'il étoit vrai que les particules d'eau précédemment occupées à tenir dissout le Nitre qui s'est précipité, & devenues depuis libres & dégagées des Sels, & par cela même d'autant plus capables de redissoudre le même Nitre qui s'en est séparé, ne le fissent cependant pas à cause de leur extrême dispersion qui les empêcheroit d'y travailler ensemble & de concert, ces particules d'eau toujours existantes dans le liquide, & continuellement à portée de se réunir, ne manqueroient pas de se rassembler insensiblement dans la suite; & celles qui seroient réunies, agiroient aussi-tôt sur le précipité nitreux, qui de jour en jour diminuant de volume à proportion des parties nitreuses qui seroient rentrées dans la liqueur, s'évanouiroit enfin totalement; ce qui seroit tout le contraire de ce qu'on observe dans le Nitre précipité qui demeure constamment au fond du vaisseau, sans qu'on y apperçoive après beaucoup de temps aucune diminution.

Je répons, que quand une fois les particules d'eau dont il s'agit, ont été répandues & distribuées de la manière que nous l'avons supposé, dans les différentes petites portions d'Huile de Tartre, il ne leur est pas bien aisé de se réunir, du moins comme il le faudroit pour agir ensemble & efficacement sur le précipité nitreux: les petites masses ou portions dans lesquelles chacunes de ces parties aqueuses sont contenues, & qui les emportent, les unes d'un côté, les autres d'un autre, ne les mettent point du tout par-là à portée de se rassembler; un des moyens qui leur conviendrait en apparence pour cela, ce seroit le mélange & la confusion de plusieurs de ces portions; mais on a suffisamment prouvé dans ce Mémoire, que quand ces portions ne sont soulevées &

exposées qu'aux mouvemens égaux , réglés & uniformes qui se passent au dedans du liquide , elles y subsistent en leur entier , ou du moins elles s'y confondent rarement.

Supposons cependant qu'elles le fassent , soit par le mouvement qui se passe dans l'intérieur du liquide , soit par quelque cause étrangere , ce ne seroit pas encore là le tout , il faudroit de plus 1.<sup>o</sup> qu'après la confusion des petites masses d'Huile de Tartre , les parties aqueuses qui sont de trop dans chacune de ces masses , se cherchassent par préférence dans cette espece de cahos , qu'elles se trouvaient , & que s'étant une fois trouvées , elles ne se quittassent plus dans la suite , & sur-tout lorsque des différentes portions confonduës , il s'en reformeroit de nouvelles , ce qui n'est pas bien aisé à concevoir : il faudroit en second lieu , pour que les parties aqueuses qui sont de trop dans chaque petite masse d'Huile de Tartre , se rassemblassent d'une certaine manière & jusqu'à une certaine quantité , qu'il y eût aussi un certain nombre de ces masses qui se confondissent à la fois ; & supposé qu'il fallût toute une petite portion d'eau pour la dissolution d'une partie intégrante de Salpêtre , comme les parties aqueuses , qui suivant nôtre supposition , sont répanduës dans sept ou huit petites masses d'Huile de Tartre , & qui y sont de trop , ne sont toutes ensemble que la valeur d'une portion d'eau pure , il faudroit pour lui donner lieu de se reproduire , que sept ou huit petites masses qui fussent toutes d'Huile de Tartre , se confondissent à la fois : car si une partie de ces masses étoit chargée d'Huile de Tartre , & l'autre partie de solution nitreuse , bien-loin que leur confusion mît la liqueur en état de s'enrichir aux dépens du précipité nitreux , elle ne travailleroit au contraire qu'à une nouvelle précipitation , & à enrichir le précipité lui-même.

Par conséquent en considérant la distinction réelle des masses d'Huile de Tartre , où les particules d'eau qui y sont de trop sont contenuës , la différente détermination de mouvement qui emportant chacune de ces masses , les unes d'un côté , les autres d'un autre , les tient toujours séparées , & les

empêche par-là de communiquer les unes avec les autres ; leur résistance mutuelle à se laisser pénétrer & à se confondre ; l'inutilité qui résulteroit de cette confusion , si elles n'étoient pas exactement telles par leur quantité & leur qualité qu'il le faut pour cet effet ; l'espece de merveilleux peu vrai-semblable qu'il y auroit , si les particules d'eau dont il s'agit , & qui par leur petite quantité se trouvant noyées & comme perduës dans les parties d'Huile de Tartre , dont ces masses sont composées , sont par cela même beaucoup moins à portée de se rencontrer les unes & les autres que celles de l'Huile de Tartre qu'elles trouvent par-tout ; si , dis-je , ces particules d'eau inutiles qui se trouvent de trop dans chaque masse d'Huile de Tartre , passoient toujours , ou ordinairement , ou même assés souvent par dessus celles qui sont occupées à soutenir le Sel de Tartre , pour se rejoindre inséparablement & comme par prédilection les unes aux autres , & pour ne plus faire dorénavant qu'un seul corps , ou une seule petite portion d'eau pure.

En un mot , après avoir combiné ensemble tous les obstacles qui s'opposent alors à cette réunion , & dont un seul , quand tous les autres auroient été levés , suffiroit pour la faire manquer , on ne peut s'empêcher d'avouer que quand le hazard viendroit à bout d'opérer cette réunion malgré le concours des difficultés considérables qui ont été rapportées , il ne pourroit toujours le faire que fort rarement , & seulement en quelques endroits du liquide ; or le peu de parties d'eau pure qu'il rassembleroit alors , ne pouvant jamais dissoudre qu'une très-petite quantité de précipité nitreux , ce qui en seroit enlevé pour lors par ces particules d'eau réunies , seroit si peu de chose , qu'il seroit plus que remplacé par la petite dose de précipité nitreux qui se forme à la longue au dessous des liqueurs chargées à la fois de Nitre & de Sel de Tartre , comme je l'ai déjà remarqué dans ce Mémoire.

Concluons donc de ce qui a été dit , que si le Nitre ou tout autre Sel moyen qui se trouve tout placé dans un liquide , s'y maintient , du moins pour la plus grande partie , malgré

le Sel de Tartre qui s'y trouve aussi ; quand une fois ce Sel moyen en est dehors, c'est-à-dire, quand il a été précipité au dessous du liquide par une suffisante quantité d'Huile de Tartre, cette liqueur trouve bien le secret de l'empêcher d'y rentrer ou de s'y rétablir, quoique néanmoins le Sel moyen pût d'ailleurs y retrouver une place suffisante sans l'arrangement nouveau & singulier qui s'y est fait, & qui y apporte un obstacle invincible.

Ce sont-là les conjectures que mes expériences sur les dissolutions des Sels m'ont fait naître sur la matière présente ; mais cette matière étant encore susceptible d'une infinité d'autres expériences, si je m'apperçois dans la suite que quelques-unes de ces expériences que j'aurois faites, contrariaient mes idées, que je ne donne que comme des probabilités, & en attendant mieux ; l'amour de la vérité me feroit trouver un assés grand plaisir à me réfuter moi-même pour n'en pas laisser la peine à un autre.

---

## D E L A T H E O R I E D E S C O M E T E S.

Par M. CASSINI.

18 Juin  
1727.

**A**L'OCCLUSION des Cometes des années 1707 & 1723, nous avons donné des règles pour déterminer leurs plus grandes & leurs plus petites distances possibles à la Terre, & divers élémens pour pouvoir reconnoître leur retour, supposant que leurs révolutions se font autour du Soleil suivant la suite des Signes de l'Occident vers l'Orient.

Cette supposition du mouvement des Cometes de l'Occident vers l'Orient à l'égard du Soleil, qui s'observe non seulement dans toutes les Planetes principales autour de cet Astre, mais même dans tous les Satellites autour de leurs Planetes, paroît être une règle constante de la nature. Mais



comme il ne seroit pas impossible qu'elles eussent un autre centre de mouvement, nous avons crû devoir donner dans ce Mémoire des règles plus générales pour déterminer la distance réelle des Cometes à la Terre, la quantité & la direction de leur mouvement, le vrai lieu de leur Nœud & l'inclinaison de leur Orbite, la figure de leur Orbe supposée Elliptique, soit que le Soleil se trouve à l'un de leur foyer, soit qu'il en soit éloigné, enfin le temps qu'elles emploient à faire leur révolution, supposant qu'elles se meuvent suivant une ligne droite dans l'intervalle de quelques jours, & qu'elles décrivent pendant ce temps des espaces égaux en temps égaux.

Cette supposition, que le mouvement des Cometes se fait en ligne droite dans un petit intervalle de temps, & que pendant ce temps elles parcourent des espaces égaux en temps égaux, doit être admise, si elles se trouvent éloignées de la Terre & du centre de leur mouvement à une grande distance; car alors les arcs qu'elles parcourent, peuvent être regardés comme des lignes sensiblement droites, & l'inégalité de leur mouvement est peu sensible dans l'intervalle de quelques jours. Aussi la plupart des Astronomes qui ont essayé de donner la Théorie des Cometes, ont fait ces deux suppositions.

Dans la Théorie de la Comete qui a paru en 1664, mon Pere a donné la Méthode de déterminer par le moyen de trois observations, la direction du mouvement des Cometes, qu'il a employée pour reconnoître celles qui ont paru retourner après une ou plusieurs révolutions.

Divers Astronomes ont employé dans la suite la même méthode, ou d'autres à-peu-près semblables, & M. Gregori dans ses Elémens d'Astronomie, rapporte une Méthode qu'il attribue à M. Wren, pour trouver dans ces deux suppositions, par le moyen de quatre observations, non seulement la direction du mouvement d'une Comete, mais même sa distance réelle à la Terre, d'où il déduit la quantité de son mouvement, & les autres élémens de sa Théorie.

Comme il est très-important pour la perfection de la

Théorie des Comètes, & pouvoir parvenir à reconnoître leur retour, d'avoir des Méthodes simples & faciles pour déterminer leur distance à la Terre & au Soleil, aussi-bien que la quantité & la direction de leur mouvement, j'en proposerai ici une qui m'a paru simple, & avec laquelle on peut déterminer avec assés de facilité, tant par une figure que par le calcul, tous ces divers élémens dans l'hypothese du mouvement de la Terre autour du Soleil.

Fig. 1.  
& 2.

Soit  $S$  le Soleil,  $a\pi b$  l'Orbe annuel sur lequel l'Aphélie est placé en  $a$ , & le Perihélie en  $\pi$ . Ayant placé sur cet Orbe le point du Bélier,  $\gamma$ , par rapport au point  $a$  de l'Aphélie; soient faits les angles  $\gamma S 1$ ,  $\gamma S 2$ ,  $\gamma S 3$ ,  $\gamma S 4$ , du même nombre de degrés, minutes & secondes que le vrai lieu de la Terre dans le temps de quatre observations choisies d'une Comète. Soient aussi faits les angles  $\gamma S l$ ,  $\gamma S p$ ,  $\gamma S q$ ,  $\gamma S r$ , de la même quantité que le vrai lieu de la Comète par rapport à l'Ecliptique au temps que la Terre étoit aux points 1, 2, 3, 4; & soient tirées de ces points les lignes 1  $K$ , 2  $N$ , 3  $O$ , 4  $M$ , parallèles aux lignes  $S l$ ,  $S p$ ,  $S q$ ,  $S r$ .

Il est évident que ces lignes 1  $K$ , 2  $N$ , 3  $O$ , 4  $M$ , seront dirigées au vrai lieu de la Comète par rapport à la Terre & au Soleil. Car prolongeant 1  $S$  en  $b$ , le point  $b$  marquera au temps de la première observation le vrai lieu du Soleil sur l'Ecliptique qui est à l'opposite de celui de la Terre, & l'angle  $\gamma S b$ , mesurera la distance du point du Bélier au vrai lieu du Soleil, y ajoutant l'angle  $\gamma S l$  qui a été pris égal au vrai lieu de la Comète, c'est-à-dire, à sa distance au point du Bélier, on aura l'angle  $l S b$  qui mesurera la distance de la Comète au Soleil dans la première observation; mais à cause des parallèles  $S l$ , 1  $K$ , l'angle  $K 1 S$  est égal à l'angle  $l S b$ , donc l'angle  $K 1 S$  mesurera la distance de la Comète au Soleil, & par conséquent la Comète sera dans la direction de la ligne 1  $K$  au temps de la première observation.

Soient prolongées les lignes 1  $K$ , 2  $N$ , 3  $O$ , 4  $M$ , jusqu'à ce qu'elles concourent ensemble, de manière que le point  $A$  marque l'intersection des lignes 1  $K$ , 2  $N$ , tirées de la Terre

à la Comete dans les deux premières observations ; le point *B*, l'intersection des lignes  $4M$  &  $3O$  dirigées à la Comete dans la troisième & quatrième observation ; le point *E*, l'intersection des lignes  $1K$  &  $3O$  dirigées à la Comete dans la première & troisième observation ; *C*, l'intersection des lignes  $2N$  &  $3O$  dirigées à la Comete dans la seconde & troisième observation, & *D*, l'intersection des lignes  $2N$  &  $4M$  dirigées à la Comete dans la seconde & quatrième observation.

Faites *CP* à *BC* comme l'intervalle de temps entre la première & seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrième.

Faites aussi *CF* à *CD* comme l'intervalle entre la première & troisième observation, est à celui qui est entre la troisième & la quatrième. Menés par les points *P* & *F*, ainsi déterminés, la ligne *PF*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre la ligne *IK* en *K*. Cette ligne *IK* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au temps de la première observation, réduite à l'Ecliptique.

Faites aussi *CT* à *AC* comme l'intervalle de temps entre la troisième & la quatrième observation, est à celui qui est entre la première & la troisième, & *CQ* à *CE* comme l'intervalle entre la seconde & la quatrième est à l'intervalle entre la première & la seconde. Menés par les points *T* & *Q* la ligne *TQ*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre  $4M$  en *M*, la ligne  $4M$  mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au temps de la 4.<sup>me</sup> observation.

Joignés *KM*, qui coupera aux points *N* & *O* les lignes  $2N$ ,  $3O$ , tirées de la Terre à la Comete dans la seconde & troisième observation. La ligne *KM* mesurera la quantité réelle du mouvement de cette Comete par rapport à l'Ecliptique, qui sera telle que ses portions *KN*, *NO*, *OM*, seront entr'elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données.

On peut aussi, connoissant la distance *IK* de la Comete à la Terre dans la première observation, par la méthode que l'on a prescrite ci-devant, déterminer sa distance à la Terre

$4M$  dans la quatrième observation, en cette manière.

Soit menée par les points  $B$  &  $F$ , la ligne  $BFH$  ou  $FBH$ , & du point  $K$  la ligne  $KH$  parallèle à la ligne  $3O$  qui rencontre la ligne  $BH$  au point  $H$ . Du point  $H$ , soit tirée la ligne  $HM$  parallèle à la ligne  $2N$  qui rencontrera la ligne  $4M$  en  $M$ . La ligne  $4M$  mesurera la distance de cette Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au temps de la quatrième observation.

On peut de la même manière, connoissant la distance  $4M$  de la Comete à la Terre au temps de la quatrième observation, déterminer sa distance  $IK$  dans la première observation, en menant du point  $A$  par le point  $Q$ , la ligne  $AQH$  ou  $QAH$ , qui rencontrera en  $H$  la ligne  $MH$  parallèle à  $2N$ , & tirant du point  $H$  la ligne  $HK$  parallèle à  $3O$ , qui rencontrera  $IK$  au point  $K$ . Cette ligne  $IK$  mesurera la distance de cette Comete à la Terre au temps de la première observation.

Comme toutes ces distances de la Comete à la Terre ont été mesurées sur l'Ecliptique, il faut pour déterminer la véritable distance de la Terre à la Comete sur son Orbe, faire l'angle  $Kik$  égal à sa latitude au temps de la première observation. Elevant ou abaissant du point  $K$ , suivant que cette latitude est septentrionale ou méridionale, la ligne  $Kk$  perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontre la ligne  $Ik$  au point  $k$ . Cette ligne  $Ik$  mesurera la distance véritable de la Terre à la Comete dans la première observation.

On fera de même l'angle  $M4m$  égal à la latitude de la Comete, déterminée par la quatrième observation, & on élèvera ou abaissera du point  $M$ , la ligne  $Mm$  perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontrera la ligne  $4m$  au point  $m$ . Cette ligne  $4m$  mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au temps de la quatrième observation.

Enfin, si l'on élève sur la ligne  $KM$  des points  $K$  &  $M$ , les perpendiculaires  $Kk$ ,  $Mm$ , égales aux lignes  $Kk$  &  $Mm$  que l'on vient de trouver, la ligne  $km$  mesurera la quantité véritable du mouvement de la Comete sur son Orbe depuis la première jusqu'à la quatrième observation; l'angle  $Mnm$ , l'inclinaison véritable de son Orbe à l'égard de l'Ecliptique;

&



& la ligne  $Sn$ , tirée du Soleil au point  $n$  de l'intersection des lignes  $KM$  &  $km$ , marquera sur l'Orbe du Soleil le vrai lieu du Nœud ou de l'intersection de l'Orbe de la Comete à l'égard de l'Ecliptique, qui sera mesuré par l'angle  $\gamma Sn$ .

Il est aisé de voir que lorsque les intervalles entre les points des intersections des lignes tirées de la Terre à la Comete, sont sensibles par rapport à la distance du Soleil à la Terre, & que le mouvement vrai de la Comete à l'égard de l'Ecliptique qui est mesuré par les angles compris entre ces diverses lignes est de plusieurs degrés, on peut déterminer par une figure avec une très-grande facilité la distance de la Comete à la Terre; aussi-bien que la quantité de son mouvement tant sur son Orbe que par rapport à l'Ecliptique; aussi-bien que l'inclinaison de cet Orbe & le vrai lieu de son Nœud à l'égard de l'Ecliptique, qui sont les principaux élémens de sa Théorie.

## D É M O N S T R A T I O N .

Soit mené par les points  $B$  &  $F$ , la ligne  $BFhz$  ou  $FBhz$  qui rencontre en  $z$  la ligne  $KH$  parallèle à la ligne  $3O$ , & en  $h$  la ligne  $MH$  parallèle à la ligne  $2N$ . Soit aussi mené par les points  $A$  &  $Q$ , la ligne  $AQgu$  ou  $QAg$ , qui rencontre en  $g$  la ligne  $KH$ , & en  $u$  la ligne  $MH$ . A cause des parallèles  $KH$  &  $3O$ , les Triangles  $KFV$  &  $VFz$  sont semblables aux Triangles  $PFC$  &  $CFB$ , & on aura  $CP$  à  $CB$ , comme  $KV$  est à  $Vz$ . Les Triangles  $AKV$  &  $AVg$  sont aussi semblables aux Triangles  $AEC$  &  $ACQ$ , & on aura  $CE$  à  $CQ$ , comme  $KV$  est à  $Vg$ ; mais par la construction  $CP$  est à  $CB$  comme  $CE$  à  $CQ$ , comme l'intervalle de temps entre la première & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrième. Donc  $KV$  est à  $Vz$  comme  $KV$  est à  $Vg$ , donc les points  $z$  &  $g$  des lignes  $AQgu$  &  $BFhz$  ou  $QAg$  &  $FBhz$  concourent ensemble sur un des points de la ligne  $KH$ .

Fig. 1.  
& 2.

Maintenant à cause des parallèles  $MH$  &  $2N$ , les Triangles  $BCF$  &  $BCD$  sont semblables aux Triangles  $BXh$  &  $BXM$ , & on aura  $CF$  à  $CD$  comme  $Xh$  est à  $XM$ . Les Triangles  $AQC$  &  $CQT$  sont aussi semblables aux Triangles

$XQu$  &  $MQX$ , & on aura  $AC$  à  $CT$  comme  $Xu$  est à  $XM$ ; mais par la construction  $CF$  est à  $CD$  comme  $AC$  est à  $CT$ , comme l'intervalle entre la première & troisième observation est celui qui est entre la troisième & la quatrième. Donc  $Xh$  est à  $XM$  comme  $Xu$  est à  $XM$ ; donc les points  $h$  &  $u$  des lignes  $BFh$  &  $AQu$  ou  $FBh$  &  $QAu$  concourent ensemble sur un des points de la ligne  $MH$ . Mais nous avons démontré ci-dessus que les points  $g$  &  $z$  des mêmes lignes  $BFh$  &  $AQu$  ou  $FBh$  &  $QAu$  concouroient ensemble sur un des points de la ligne  $KH$ ; donc les points  $h, u, g, z$ , concourent tous au point  $H$ , qui est l'intersection commune des lignes  $KH$  &  $MH$  paralleles aux lignes  $3O$  &  $2N$ , & par conséquent les lignes  $BF$  &  $AQ$  prolongées, concourent ensemble au point  $H$ .

Maintenant à cause des paralleles  $2N, MH$ , on aura  $KN$  à  $NM$  comme  $KV$  est à  $VH$ ; mais l'on a démontré que  $KV$  est à  $VH$  comme  $CP$  est à  $BC$ ; donc  $KN$  est à  $NM$  comme  $CP$  est à  $BC$ , c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la première & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrième.

On trouvera de même que  $KO$  est à  $OM$  comme  $HX$  est à  $XM$ ; mais  $HX$  est à  $MX$  comme  $CF$  est à  $CD$ ; donc  $KO$  est à  $OM$  comme  $CF$  est à  $CD$ , c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la première & la troisième observation est à celui qui est entre la troisième & la quatrième. Donc la ligne  $KM$  mesure le mouvement véritable de la Comete sur le plan de l'Ecliptique, qui doit être tel que ses portions  $KN, NO, OM$ , soient entr'elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données, que l'on a supposé être dans le même rapport que les intervalles de temps entre ces observations. Les points  $K, N, O, M$ , marqueront donc le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique dans ces quatre observations, & les lignes  $1K, 2N, 3O, 4M$ , la distance à la Terre mesurée sur l'Ecliptique par rapport aux distances connues  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , de la Terre au Soleil.

On démontrera de même, qu'ayant mené par les points

$P$  &  $F$ , la ligne  $PFK$  ou  $FPK$  qui rencontre  $1K$  en  $K$ , si l'on mène du point  $K$  la ligne  $KH$  parallèle à  $3O$  qui rencontre  $BF$  prolongée en  $H$ , & que du point  $H$  on mène la ligne  $HM$  parallèle à  $2N$ , qui rencontre  $4M$  en  $M$ , la ligne  $KM$  mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique; & que réciproquement ayant mené par les points  $T$  &  $Q$ , déterminés comme ci-dessus, la ligne  $TQM$  ou  $QTM$  qui rencontre  $4M$  en  $M$ , si l'on mène par le point  $M$ , la ligne  $MH$  parallèle à  $2N$  qui rencontre  $AQ$  prolongée en  $H$ , & que du point  $H$  on mène la ligne  $HK$  parallèle à  $3O$  qui rencontre  $1K$  en  $K$ , la ligne  $MK$  mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique.

Car par la première construction  $KN$  est à  $NM$  comme  $KV$  est à  $VH$ , comme  $CP$  est à  $BC$ , c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la première & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrième, &  $KO$  est à  $OM$  comme  $HX$  est à  $XM$ , comme  $CF$  est à  $CD$ , c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la première & la troisième observation est à celui qui est entre la troisième & la quatrième; & par la seconde construction  $KN$  est à  $NM$  comme  $KV$  est à  $VH$ , comme  $EC$  est à  $CQ$ , c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la première & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrième; &  $KO$  est à  $OM$  comme  $HX$  est à  $XM$ , comme  $AC$  est à  $CT$ , c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la première & la troisième observation est à celui qui est entre la troisième & la quatrième: ce qu'il falloit démontrer.

Lorsqu'on ne peut pas déterminer avec assez de précision par le moyen d'une figure, la distance d'une Comete à la Terre, la quantité de son mouvement & divers autres éléments de sa Théorie, on les trouvera par le calcul, en cette manière.

On calculera d'abord par les Tables du Soleil son vrai lieu ou celui de la Terre au temps des observations choisies, & la valeur des distances  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , de la Terre au Soleil par rapport à sa distance moyenne supposée de 100000; &

dans le Triangle  $1S2$ , l'angle  $1S2$  qui mesure le mouvement de la Terre dans l'intervalle entre les deux premières observations, étant connu aussi-bien que les lignes  $S1$ ,  $S2$ , on trouvera la valeur de la corde  $12$ , qui soutend l'arc du mouvement de la Terre dans son Orbe, & l'angle  $S12$  ou son supplément à deux droits  $L12$  dont il faut retrancher l'angle  $L1K$ , supplément de l'angle  $K1S$ , distance de la Comete au Soleil, lorsque le point  $K$  est entre les points  $L$  &  $2$ , & qu'il faut ajoûter à l'angle  $L1K$ , lorsque le point  $K$  est au de-là du point  $L$ , pour avoir la valeur de l'angle  $A12$ .

Maintenant dans le Triangle  $A12$ , dont le côté  $12$  est connu, de même que l'angle  $A12$  & l'angle  $1A2$ , qui à cause des paralleles  $A1$ ,  $Sl$ , &  $A2$ ,  $Sp$ , est égal à l'angle  $1Sp$  qui mesure le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre les deux premières observations, on aura la valeur des lignes  $1A$  &  $2A$  qui mesurent la distance de la Terre au point  $A$  du concours des deux lignes tirées de la Terre à la Comete dans les deux premières observations.

On calculera de la même manière la valeur des cordes  $13$ ,  $14$ , & des distances  $1E$ ,  $3E$ ,  $1G$ ,  $4G$ , de la Terre aux points  $E$  &  $G$ , du concours des lignes tirées de la Terre à la Comete dans la première, troisième & quatrième observation. Retranchant  $1A$  de  $1E$ , on aura  $AE$ , & dans le Triangle  $AEC$ , dont le côté  $AE$  est connu aussi-bien que l'angle  $EAC$  ou  $1A2$ , & l'angle  $2C3$  égal à l'angle  $pSq$  qui mesure le mouvement de la Comete dans l'intervalle entre la seconde & la troisième observation, on trouvera la valeur des côtés  $AC$  &  $CE$ . Prenant la différence entre  $1A$  &  $1G$ , on aura  $AG$ , & dans le Triangle  $AGD$ , dont le côté  $AG$  est connu, & les angles  $GAD$  ou  $1A2$ , &  $ADG$  ou  $2D3$ , on aura les côtés  $DG$  &  $AD$ . Prenant la différence entre  $AD$  &  $AC$ , on aura  $DC$ , & dans le Triangle  $BDC$ , dont le côté  $DC$  est connu, de même que l'angle  $BDC$ , ou son supplément  $2D4$ , & l'angle  $DCB$  ou  $2C3$ , on aura le côté  $BC$ . On fera ensuite par la regle prescrite,



comme le temps entre la seconde & la quatrième observation est au temps entre la première & la seconde, ainsi  $BC$  est à  $CP$ ; & comme le temps entre la troisième & la quatrième observation est au temps entre la première & la troisième, ainsi  $CD$  est à  $CF$ . Maintenant dans le Triangle  $PCF$ , dont les côtés  $CP$ ,  $CF$ , & l'angle  $PCF$  ou  $2C_3$  compris entre ces côtés, sont connus, on trouvera la valeur de l'angle  $CPF$ ; & dans le Triangle  $EPK$ , dont le côté  $EP$  ou  $CP$  plus  $CE$  est connu, de même que l'angle  $KEP$ , & l'angle  $CPF$  ou  $EPK$ , on trouvera la valeur du côté  $EK$  qu'il faut ajouter à la ligne 1  $E$  ci-devant déterminée, lorsque le point  $K$  est au de-là du point  $E$ , & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne 1  $E$ , lorsque le point  $K$  est en deçà, & on aura la valeur de la ligne 1  $K$ , qui mesure la distance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique, au temps de la première observation.

Il est à remarquer que lorsque l'angle  $EPK$  est plus grand que l'angle 1  $E_3$  ou  $PEK$ , la Comete se trouve placée au de-là du point  $A$ , & que lorsque cet angle est plus petit, elle se trouve alors entre la Terre & le point  $A$ .

Pour trouver la distance à la Terre dans la quatrième observation, on fera comme le temps entre la première & la troisième observation est au temps entre la troisième & la quatrième, ainsi  $AC$  est à  $CT$ ; on fera aussi comme le temps entre la première & la seconde observation est au temps entre la seconde & la quatrième, ainsi  $CE$  est  $CQ$ . Maintenant dans le Triangle  $TCQ$ , dont les côtés  $CT$ ,  $CQ$ , & l'angle  $TCQ$  ou  $2C_3$  compris entre ces côtés sont connus, on trouvera la valeur de l'angle  $CTQ$ ; & dans le Triangle  $DTM$ , dont le côté  $DT$  ou  $DC$  plus  $CT$  est connu, de même que l'angle  $DTM$  ou  $CTQ$ , & l'angle  $MDT$  ou  $2D_4$ , on trouvera le côté  $DM$  qu'il faut ajouter aux lignes 4  $G$  &  $DG$  ci-devant déterminées, lorsque le point  $M$  est au de-là du point  $D$ , ce qui arrive lorsque l'angle  $QTF$  est plus grand que l'angle  $2D_4$  ou  $MDT$ , & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne 4  $D$ , lorsque l'angle  $QTF$  est plus petit

que l'angle  $2D4$ , & l'on aura la valeur de la ligne  $4M$ , qui mesure la distance de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, au temps de la quatrième observation.

Si l'on ajoute présentement la ligne  $DG$  à la ligne  $DM$ , lorsque le point  $M$  est au de-là du point  $D$ , & si on la retranche de la ligne  $DM$ , lorsqu'il est en deçà, on aura  $GM$ . Ajoutant pareillement  $GE$ , ou  $AE$  moins  $AG$ , à  $EK$ , lorsque le point  $K$  est au de-là du point  $E$ , & le retranchant de  $EK$ , lorsqu'il est en deçà, on aura  $GK$ ; & dans le Triangle  $KGM$ , dont les côtés  $KG$  &  $GM$ , & l'angle  $KGM$  ou  $1G4$  compris entre ces côtés sont connus, on trouvera la valeur du côté  $KM$  qui mesure le mouvement de la Comete, réduit à l'Ecliptique, entre la première & la quatrième observation & les angles  $1KM$ ,  $4MK$ , qui déterminent la direction de son mouvement.

Pour déterminer la distance réelle de la Comete à la Terre; l'inclinaison de son Orbe & la quantité de son mouvement sur cet Orbe, on fera comme le Sinus du complément de la latitude de la Comete dans la première observation est au sinus total; ainsi la distance  $1K$  de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, est à la distance réelle  $1k$  de la Terre à la Comete dans la première observation; & comme le sinus du complément de la latitude de la Comete dans la quatrième observation est au Sinus total, ainsi  $4M$  est à la distance réelle  $4m$  de la Terre à la Comete dans la quatrième observation. On fera ensuite comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la première observation, ainsi  $1K$  est à  $Kk$ ; & comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la quatrième observation, ainsi  $4M$  est à  $Mm$ . Enfin l'on fera comme  $KM$  est à la différence entre  $Kk$  &  $Mm$ , lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme  $KM$  est à la somme de  $Kk$  plus  $Mm$ , lorsqu'elles sont de différente dénomination; ainsi le Sinus total est à la tangente de l'angle  $Mnm$  ou  $Knk$ , qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique; & comme le Sinus du

complément de l'angle  $Mnm$  est au Sinus total, ainsi  $KM$  est à la ligne  $km$  qui mesure la quantité du mouvement réel de la Comete sur son Orbe par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil supposée de 100000.

Pour déterminer le vrai lieu du Nœud de la Comete, on fera comme  $Mm$  moins  $Kk$ , lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme  $Mm$  plus  $Kk$ , lorsqu'elles sont de différente dénomination, est à  $MK$ ; ainsi  $Kk$  est à  $Kn$ , distance du point  $K$  au point  $n$ , qui marque le lieu où la Comete a coupé l'Ecliptique. Maintenant dans le Triangle  $1Kn$ , dont les côtés  $1K$ ,  $Kn$ , & l'angle compris  $1KM$  sont connus, on trouvera le côté  $1n$  & l'angle  $K1n$ . Prenant la somme des angles  $K1n$  &  $L1K$ , ou leur différence, on aura l'angle  $L1n$ , ou son supplément  $S1n$ , & dans le Triangle  $S1n$ , dont les côtés  $S1$ ,  $1n$ , & l'angle compris  $S1n$  sont connus, on trouvera la valeur du côté  $Sn$ , qui mesure la distance véritable de la Terre à la Comete, lorsqu'elle a passé par l'Ecliptique & l'angle  $1Sn$ . L'angle  $\gamma S1$ , distance de la Terre au point du Bélier au temps de la première observation, étant donc connu, on aura la valeur de l'angle  $\gamma Sn$  qui mesure le vrai lieu du Nœud de la Comete, ou de l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique. Enfin l'on déterminera le temps que la Comete est arrivée à son Nœud, en faisant comme  $MK$  est à  $Kn$ ; ainsi l'intervalle de temps entre la première & la quatrième observation est à l'intervalle entre le temps de la première observation & celui auquel la Comete est arrivée à l'Ecliptique : ce qu'il falloit trouver.

On peut aussi, supposant qu'une Comete parcoure sa révolution autour du Soleil, déterminer la grandeur & la figure de son Orbe; le temps qu'elle employe à faire sa révolution & les autres élémens de sa Théorie, en cette manière.

Soit mené du point  $S$  au point  $M$ , lieu de la Comete sur l'Ecliptique au temps de la quatrième observation, la ligne  $SM$ . Dans le Triangle  $SM_4$ , les côtés  $S_4$ ,  $4M$ , sont connus, de même que l'angle compris  $S_4M$ , supplément

de l'angle  $4Sr$  ; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté  $SM$  & de l'angle  $4SM$ . La ligne  $Mm$  ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle  $SMm$  est rectangle en  $M$ , & connoissant les côtés  $SM$  &  $Mm$ , on trouvera la valeur de l'hypothénuse  $Sm$ , qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au temps de la quatrième observation. Dans le Triangle  $SKI$ , les côtés  $SI$ ,  $IK$ , sont connus, de même que l'angle compris  $SIK$ , supplément de l'angle  $LIK$  ou  $ISI$  ; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté  $SK$  & de l'angle  $ISK$ . La ligne  $Kk$  ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle  $SKk$  est rectangle en  $K$ , & connoissant les côtés  $SK$  &  $Kk$ , on aura la valeur de l'hypothénuse  $Sk$  qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au temps de la première observation. Maintenant dans le Triangle  $Smk$ , dont les trois côtés  $Sm$ ,  $mk$  &  $Sk$ , sont connus, l'on trouvera la valeur de l'angle  $msk$ , qui soutend dans l'Orbe de la Comete, la quantité de son mouvement propre depuis la première jusqu'à la quatrième observation ; on aura aussi la valeur des angles  $Smk$  &  $Skm$  qui déterminent la direction de son mouvement dans son Orbe.

Pour déterminer la figure de l'Orbe que la Comete décrit par son mouvement propre, on choisira une cinquième observation faite avec exactitude, éloignée de quelques jours de la quatrième. On placera sur l'Orbe annuel le vrai lieu de la Terre dans le temps de cette observation au point  $\gamma$  ; & le vrai lieu de la Comete au point  $t$ , & l'on menera du point  $\gamma$  la ligne  $\gamma\theta$  parallèle à la ligne  $St$ . On prolongera ensuite  $KM$  en  $\beta$ , enforte que  $M\beta$  soit à  $KM$ , comme le temps entre la quatrième & la cinquième observation est au temps entre la première & la quatrième ; & du centre  $M$  à l'intervalle  $M\beta$ , on décrira l'arc  $\beta\theta$  qui rencontrera  $\gamma\theta$  au point  $\theta$ . La ligne  $M\theta$  ou  $M\beta$  mesurera le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre la quatrième & la cinquième observation & la ligne  $\gamma\theta$  la distance de la Comete à la Terre réduite à l'Ecliptique au temps de



de la cinquième observation, dont on déterminera la quantité en cette manière.

Dans le Triangle  $MS_5$ , les côtés  $SM$  &  $S_5$  sont connus, & l'angle compris  $MS_5$  qui est égal à l'angle  $MS_4$  ci-devant déterminé, plus l'angle  $4S_5$  qui mesure le mouvement de la Terre entre la quatrième & la cinquième observation ; c'est pourquoi l'on trouvera le côté  $5M$  & l'angle  $S_5M$ , dont la différence à l'angle  $S_5\theta$ , supplément de l'angle  $5St$ , différence entre le lieu de la Comete & celui de la Terre, donne l'angle  $M_5\theta$  ; & dans le Triangle  $M_5\theta$ , dont les côtés  $5M$ ,  $M\theta$  & l'angle  $M_5\theta$  sont connus, on trouvera la valeur du côté  $5\theta$ , distance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique. Enfin dans le Triangle  $S_5\theta$ , dont les côtés  $5\theta$ ,  $S_5$  & l'angle compris  $S_5\theta$  sont connus, on trouvera la valeur du côté  $S\theta$ , distance de la Comete au Soleil dans la cinquième observation réduite à l'Ecliptique.

Soit élevée du point  $\theta$ , la ligne  $\theta d$  perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Cette ligne sera aussi perpendiculaire sur les lignes  $S\theta$  &  $\theta M$  qui sont sur ce plan, & en même temps parallèle à  $Mm$ . Soit pris sur  $\theta d$  la ligne  $\theta\gamma$  égale à la ligne  $Mm$ , & ayant mené  $m\gamma$ , soit fait l'angle  $\gamma m d$  égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ci-devant déterminée, il est clair que la ligne  $m d$  mesurera le mouvement vrai de la Comete depuis la quatrième jusqu'à la cinquième observation, & que la ligne  $\theta d$  mesurera l'élévation de cette Comete sur le plan de l'Ecliptique, dont on connoîtra la valeur, en résolvant le Triangle  $m\gamma d$  rectangle en  $\gamma$ , dont le côté  $m\gamma$  ou  $M\theta$  & l'angle  $\gamma m d$  sont connus. Maintenant dans le Triangle  $S\theta d$  rectangle en  $\theta$ , dont les côtés  $S\theta$  &  $\theta d$  sont connus, l'on trouvera la valeur de la ligne  $S d$  qui mesure la distance réelle du Soleil à la Comete au temps de la cinquième observation ; & dans le Triangle  $S m d$ , dont les trois côtés  $Sm$ ,  $S d$ ,  $m d$ , sont connus, l'on aura la valeur des angles  $m S d$ ,  $m d S$  &  $d m S$ .

Soit présentement, dans la Fig. 3, les points  $S k m d$  disposés de manière que les lignes  $Sk$ ,  $Sm$ ,  $S d$ , mesurent la

Fig. 3.

distance déterminée de la Comete au Soleil dans la première, quatrième & cinquième observation, &  $km$  &  $md$  le mouvement vrai de cette Comete sur son Orbe depuis la première jusqu'à la quatrième, & depuis la quatrième jusqu'à la cinquième observation.

On peut déterminer géométriquement la figure de l'Ellipse, qui ayant pour foyer le point  $S$ , passe par les points  $k$ ,  $m$  &  $d$ . Mais comme le calcul des dimensions de cette Ellipse seroit extrêmement difficile, on considérera que la ligne  $km$  qui mesure le mouvement vrai de la Comete depuis la première jusqu'à la quatrième observation, étant suivant nôtre supposition une ligne sensiblement droite, on peut la regarder comme la tangente de l'Orbe elliptique que la Comete décrit par son mouvement propre. Divisant cette ligne  $km$  en deux également au point  $\epsilon$ , on menera du point  $S$  au point  $\epsilon$  la ligne  $S\epsilon$ , & l'on fera l'angle  $k\epsilon f$  égal à l'angle  $S\epsilon m$ .

Dans le Triangle  $Sm\epsilon$ , dont les côtés  $Sm$  &  $m\epsilon$  & l'angle compris  $Sm\epsilon$  sont connus, on trouvera la valeur de l'angle  $\epsilon Sm$  & de l'angle  $S\epsilon m$  ou  $k\epsilon f$  qui lui est égal; on aura donc la valeur de l'angle  $S\epsilon f$  qui détermine la position de la ligne  $\epsilon f$ , qui par la propriété de l'Ellipse doit passer par un des foyers de l'Ellipse dont l'autre foyer est au point  $S$ .

Pour déterminer ce foyer, soit décrit du centre  $S$  & de de l'intervalle  $S\epsilon$ , l'arc  $\epsilon\lambda$  qui rencontre  $Sd$  en  $\lambda$ , & soit pris sur la ligne  $\epsilon f$ , prolongée s'il est nécessaire, la ligne  $\epsilon\mu$  égale à la ligne  $d\lambda$ , de manière que le point  $\mu$  soit entre les points  $\epsilon$  &  $f$ , lorsque la ligne  $Sd$  est plus grande que la ligne  $S\epsilon$ , & que le point  $\mu$  soit au de-là du point  $\epsilon$ , lorsque  $Sd$  est plus petite que  $S\epsilon$ . Joignés  $d\mu$ , que vous diviserés en deux parties égales au point  $\nu$ . Du point  $\nu$  soit élevé sur la ligne  $\mu d$  la perpendiculaire  $\nu f$ , qui rencontrera la ligne  $\theta f$  au point  $f$ . Le point  $f$  déterminera l'autre foyer de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre : ce qu'il est aisé de démontrer.

Car les rayons  $S\lambda$ ,  $S\epsilon$ , étant égaux, si l'on y ajoute de part & d'autre  $\epsilon\mu$  égal à  $d\lambda$ , lorsque  $Sd$  est plus grand que  $S\epsilon$ ; ou si l'on en retranche  $\epsilon\mu$  égal à  $d\lambda$ , lorsque  $Sd$  est

plus petit que  $S\varepsilon$ , on aura dans le premier cas  $S\delta$  égal à  $S\varepsilon$  plus  $\varepsilon\mu$ , & dans le second cas  $S\delta$  égal à  $S\varepsilon$  moins  $\varepsilon\mu$ . Maintenant dans les Triangles rectangles  $fv\mu$ ,  $fv\delta$ , les côtés  $\mu v$  &  $v\delta$  sont égaux par la construction, & le côté  $fv$  est commun; c'est pourquoi l'on aura l'hypothénuse  $f\delta$  égale à  $f\mu$ , qui dans le premier cas est égale à  $f\varepsilon$  moins  $\varepsilon\mu$ , & dans le second cas à  $f\varepsilon$  plus  $\varepsilon\mu$ . Ajoûtant dans le premier cas  $f\delta$  à  $S\delta$ , &  $f\delta$ , ou  $f\varepsilon$  moins  $\varepsilon\mu$  à  $S\varepsilon$  plus  $\varepsilon\mu$ , qui est égal à  $S\delta$ , on aura  $f\delta$  plus  $S\delta$  égal à  $S\varepsilon$  plus  $f\varepsilon$ . Ajoûtant dans le second cas  $f\delta$  à  $S\delta$ , &  $f\delta$  ou  $f\varepsilon$  plus  $\varepsilon\mu$  à  $S\delta$ , ou  $S\varepsilon$  moins  $\varepsilon\mu$ , on aura pareillement  $f\delta$  plus  $S\delta$  égal à  $f\varepsilon$  plus  $S\varepsilon$ , & par conséquent les points  $\varepsilon$  &  $\delta$  sont sur une Ellipse, dont l'un des foyers est en  $S$ , & l'autre en  $f$ .

Divisant  $Sf$  en deux parties égales au point  $x$ , & prenant  $x\pi$  &  $xa$  égales à la moitié de  $S\varepsilon$  plus  $\varepsilon f$ , on aura le grand axe  $\pi a$  de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, dont l'Aphélie sera au point  $a$ , & le Périhélie au point  $\pi$ . L'angle  $aS\delta$  mesurera la distance véritable de la Comete à son Aphélie au temps de la cinquième observation, & l'angle  $aS\varepsilon$ , la distance dans le temps que la Comete a passé par le milieu entre la première & la quatrième observation. Enfin l'angle  $\delta f\varepsilon$  mesurera le moyen mouvement de la Comete, qui répond à l'angle  $\delta S\varepsilon$  qui mesure son vrai mouvement dans l'hypothese elliptique.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothese de Képler, & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces hypotheses est à 360 degrés; ainsi l'intervalle de temps entre la cinquième observation & le temps moyen, entre la première & la quatrième observation, est au temps qui mesure la révolution entière de la Comete: ce qui restoit à trouver.

Pour déterminer par le calcul les distances  $f\delta$  &  $f\varepsilon$  de l'autre foyer  $f$  de l'Ellipse qui représente l'Orbe de la Comete à son lieu, lorsqu'elle s'est trouvée aux points  $\delta$  &  $\varepsilon$ ,



la distance entre les deux foyers  $S$  &  $f$ , le demi-diametre de son Orbe, & le temps qu'elle employe à faire la révolution autour du Soleil, on ajoutera l'angle  $mS\delta$  à l'angle  $\epsilon fm$  ci-devant déterminé, & on aura l'angle  $\epsilon S\delta$ , & dans le Triangle  $\epsilon S\delta$ , dont les côtés  $S\epsilon$ ,  $S\delta$ , & l'angle compris entre ces côtés sont connus, on aura la valeur du côté  $\epsilon\delta$  & de l'angle  $S\epsilon\delta$ , dont il faut retrancher dans le premier cas l'angle  $S\epsilon f$  connu, ou qu'il faut ajouter dans le second cas à l'angle  $S\epsilon f$ , pour avoir l'angle  $f\epsilon\delta$ , ou son supplément  $\delta\epsilon\mu$ ; & dans le Triangle  $\delta\epsilon\mu$ , dont l'angle  $\delta\epsilon\mu$  & le côté  $\delta\epsilon$  sont connus, & le côté  $\epsilon\mu$  ou  $\delta\mu$  mesure la différence entre  $S\epsilon$  &  $S\delta$ , on trouvera la valeur de l'angle  $\delta\mu\epsilon$  & du côté  $\delta\mu$ . On aura donc la valeur des lignes  $\delta\nu$  ou  $\mu\nu$  égales chacune à la moitié de  $\delta\mu$ , & dans le Triangle  $f\mu\nu$  rectangle en  $\nu$ , dont l'angle  $\delta\mu\epsilon$  ou  $\delta\mu f$  & le côté  $\mu\nu$  sont connus, on trouvera la valeur du côté  $f\mu$  ou  $f\delta$  qui mesure la distance du foyer  $f$  de l'Orbe de la Comete, à son lieu  $\delta$  au temps de la cinquième observation. Ajoutant dans le premier cas  $\epsilon\mu$  connu à  $f\delta$  ou  $f\mu$ , & retranchant dans le second cas  $\epsilon\mu$  de  $f\mu$ , on aura  $f\epsilon$  qui mesure la distance du foyer  $f$  au lieu de la Comete dans le temps milieu entre la première & la quatrième observation; & dans le Triangle  $S\epsilon f$ , dont les côtés  $S\epsilon$  &  $f\epsilon$  & l'angle compris  $S f$  sont connus, on aura la valeur du côté  $Sf$  & de l'angle  $\epsilon Sf$  ou  $aS\epsilon$ , qui mesure la distance de la Comete à son Apogée, lorsqu'elle a passé par le point  $\epsilon$ . Retranchant dans le premier cas l'angle  $\epsilon f\delta$  connu de l'angle  $a f\epsilon$ , ou ajoutant dans le second cas l'angle  $\epsilon f\delta$  à l'angle  $a f\epsilon$ , on aura l'angle  $aS\delta$  qui mesure la distance de la Comete à son Apogée au temps de la cinquième observation. Prenant la moitié de  $Sf$ , on aura la valeur de  $Sx$ , & prenant la moitié de  $S\epsilon$  plus  $f\epsilon$ , on aura la valeur de  $xa$ , qui mesure le grand demi-diametre de l'Orbe de la Comete. Enfin prenant le double de l'angle  $\delta f\mu$ , on aura la valeur de l'angle  $\delta f\epsilon$  qui mesure dans l'hypothese elliptique simple le moyen mouvement de la Comete qui répond à l'angle  $\epsilon S\delta$  de son vrai mouvement dans l'intervalle de temps



entre la cinquième observation, & le milieu entre la première & la quatrième.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement de la Comète, qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothèse de Képler; & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces deux hypothèses est à 360 degrés; ainsi l'intervalle de temps entre la cinquième observation & le temps moyen entre la première & la quatrième observation, est au temps qui mesure la révolution entière de la Comète. Enfin si la direction du mouvement de la Comète étoit telle que le Soleil ne se trouva pas à son foyer, on déterminera la situation dans un plus grand nombre d'observations, & l'on fera passer par les différents points où elle s'est trouvée, une Ellipse qui représentera la figure de son Orbe.

Connoissant la figure de l'Ellipse que la Comète décrit par son mouvement propre, on pourra déterminer l'augmentation ou la diminution du mouvement réel de la Comète dans l'intervalle entre chaque observation, s'il y en a quelque-une de sensible. On augmentera ou diminuera d'une quantité proportionnée l'intervalle de temps entre chaque observation, & l'on déterminera par la méthode prescrite le mouvement  $KM\theta$  de la Comète, qui sera tel que ses parties  $KN$ ,  $NO$ ,  $OM$  &  $M\theta$  seront entr'elles comme les espaces qu'elles ont parcouru sur leur Orbe. On recommencera ensuite tout de nouveau le calcul, par le moyen duquel on trouvera avec plus de précision la figure de l'Ellipse que la Comète a décrite par sa révolution & les autres élémens de sa Théorie.

On voit par-là, que quand même la Comète auroit décrit en temps égaux, des espaces sensiblement inégaux, on ne laisseroit pas de déterminer avec assez de précision les élémens de sa Théorie; ainsi il n'est pas nécessaire absolument de supposer qu'elle ait décrit des espaces égaux en temps égaux.

A l'égard de la première supposition, qu'elle ait suivi pendant l'intervalle entre les observations choisies, une ligne

246 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
sensiblement droite, elle doit être admise dans nôtre Théorie;  
suivant laquelle on ne peut pas déterminer géométriquement  
la distance de la Comete à la Terre, lorsque sa courbure dans  
cet intervalle de jours est sensible; ce qui fait voir que l'on  
ne doit employer dans cette recherche que des observations  
peu éloignées les unes des autres.

---

*POURQUOI LES ENFANS  
ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque  
temps après qu'ils sont nés.*

Par M. PETIT le Médecin.

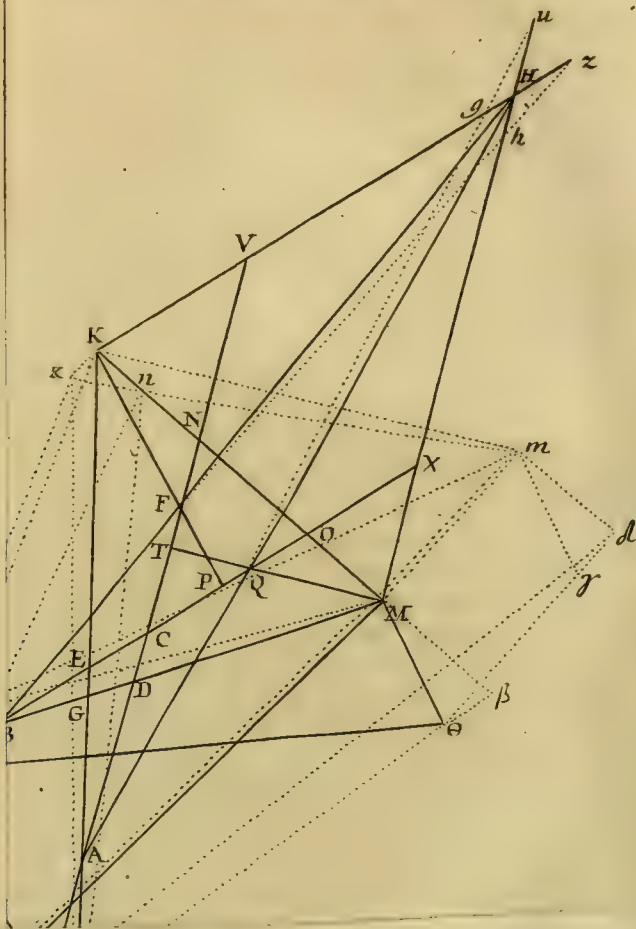
2 Juillet  
1727.

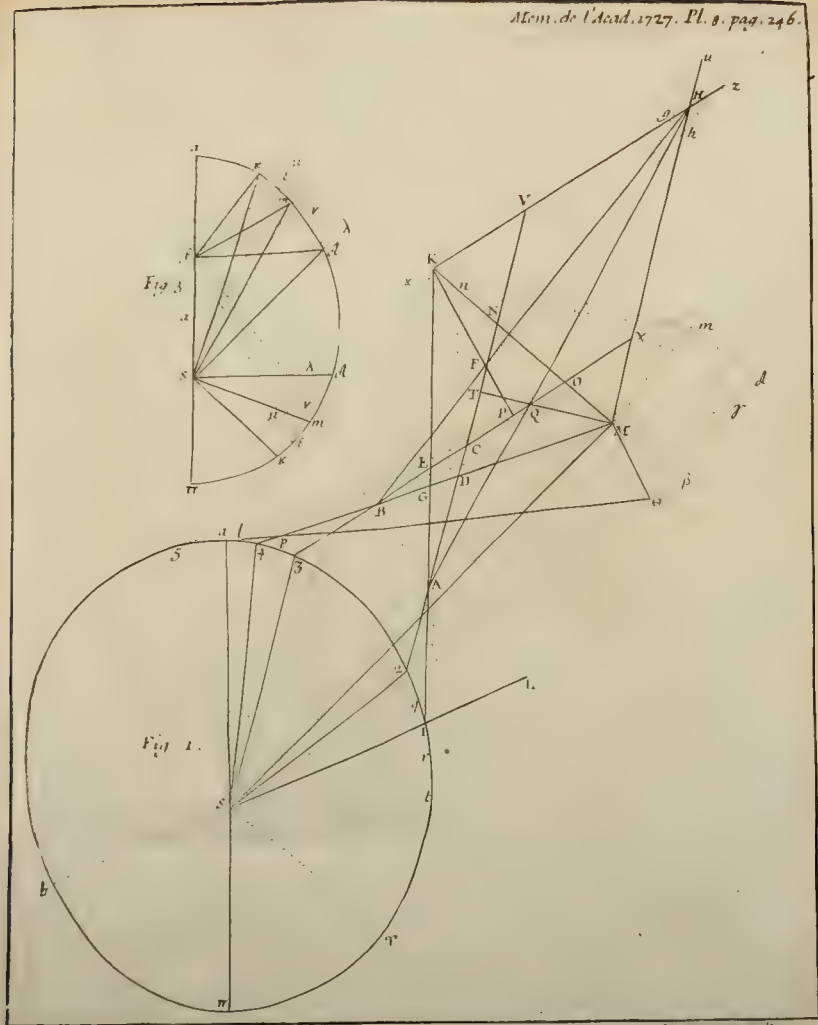
C'EST un langage ordinaire dans le public, que les  
Enfans nouveau-nés ont la vûë trouble. Effectivement  
si on examine leurs Yeux, ils paroissent ternes, on ne re-  
marque point ce brillant que l'on y voit quelque temps après  
leur naissance; & de la manière dont ils les tournent de tous  
côtés, lorsqu'on les présente à la lumière, il est aisé de voir  
qu'ils n'apperçoivent aucun objet qui puisse fixer leur regard.

La cause de ce défaut de vision doit se trouver ou dans la  
Cornée, ou l'Humeur aqueuse, ou le Cristallin & sa Capsule,  
ou l'Humeur vitrée, qui donnent toutes passage à la lumière,  
ou enfin dans la Rétine qui doit en recevoir l'impression;  
ou bien elle doit se trouver dans deux, ou dans trois, ou  
dans toutes ses parties.

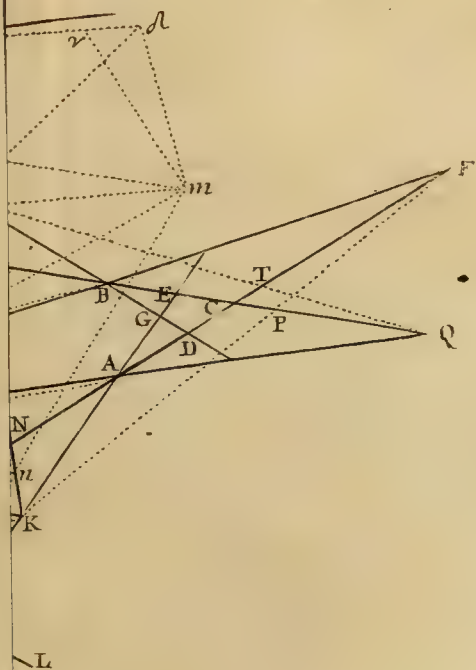
Il n'est pas possible de découvrir dans la Rétine, s'il y a  
quelque chose qui puisse empêcher l'impression de la lumière;  
cette membrane, dans les nouveau-nés, est d'une mollesse  
qui approche de celle de la bouillie refroidie; & à l'égard  
des autres parties, il ne s'agit que de leur transparence & de  
leur étendue nécessaire.

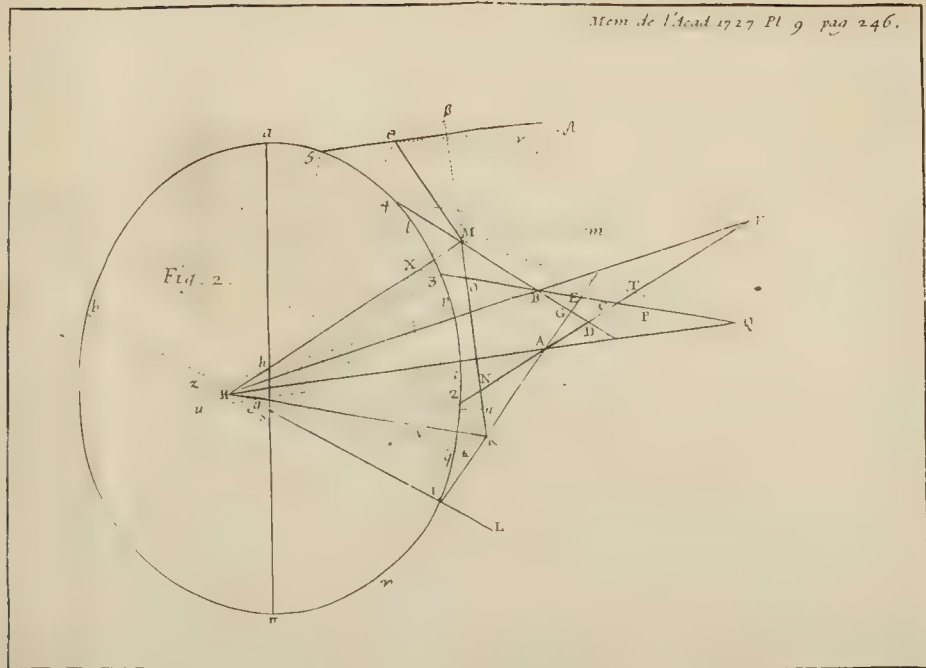
J'ai examiné toutes ces parties; non seulement dans des  
Foetus humains, mais encore dans des Enfans morts, quel-  
ques jours après leur naissance, & dans huit, dont j'ai d'abord











disséqué les Yeux pour ce sujet. J'en ai trouvé six, dans lesquels l'Humeur vitrée, le Cristallin & la Capsule avoient leur transparence naturelle ; l'Uvée m'a paru plus épaisse qu'elle n'est dans les Yeux des Adultes, la Prunelle fort grande, & dans quelques-uns de ces Foetus elle l'étoit de deux lignes & demie, & dans les autres d'une ligne & demie, avec cela peu ou point d'Humeur aqueuse.

Dans les deux autres Foetus, l'Humeur vitrée, quoique transparente, étoit rouge claire, leur Cristallin transparent, sans couleur, mais dans un de ces Foetus la Capsule de Cristallin étoit rouge, & même la Cornée. Le premier étoit un Foetus de sept mois. Le second étoit de neuf mois. Ces deux Foetus avoient extrêmement souffert dans l'accouchement, ayant été long-temps au passage ; cela avoit occasionné l'inflammation dans les humeurs & dans les membranes des Yeux. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'est la grande épaisseur qui s'est trouvée à la Cornée, car ils l'avoient bien plus épaisse que les autres Foetus, si l'on en excepte un Foetus de huit mois, qui n'avoit point souffert au passage, & qui avoit la Cornée aussi épaisse, cette épaisseur étoit d'une ligne & un tiers. Mais dans les cinq autres, celui qui l'avoit moins épaisse, étoit un Foetus de quatre mois ; l'épaisseur de la Cornée étoit de demi-ligne ; elle étoit épaisse de trois quarts de ligne dans un autre Foetus de huit mois ; elle n'étoit épaisse que de deux tiers de ligne dans un Foetus de neuf mois, aussi-bien que dans un Enfant mort le septième jour de sa naissance ; elle avoit trois quarts de ligne d'épaisseur dans un Enfant mort le huitième jour de sa naissance.

Toutes ces Cornées étoient plus ou moins opaques, elles n'avoient guères qu'un tiers de ligne d'épaisseur à leur circonférence. Dans l'Enfant nouveau-né elle avoit une ligne, les plus épaisses étoient froncées, ce qu'on découvroit facilement.

J'ai encore disséqué un Foetus de neuf mois, que l'on a tiré mort de la Matrice, les Cornées des deux Yeux étoient épaisses de deux tiers de lignes, néanmoins l'Oeil droit étoit très-brillant, la Cornée très-transparente, il contenoit un grain

& demi d'humeur aqueuse, l'Oeil gauche étoit terne, il ne contenoit qu'un grain d'humeur aqueuse.

Si présentement l'on prend garde que la plus grande épaisseur de la Cornée, dans l'Homme, n'est le plus souvent que d'un demi-tiers de ligne, quoique l'Oeil ait dix lignes & demie, jusqu'à onze lignes & demie de diamètre, on voit d'abord qu'il n'y a plus de proportion; l'épaisseur de la Cornée auroit dû être tout au plus d'un douzième de ligne dans le Fœtus de quatre mois, dont l'Oeil avoit seulement quatre lignes trois quarts de diamètre; elle n'auroit dû être que d'un demi-quart de ligne dans les Fœtus de neuf mois, & dans les Enfants de sept & huit jours de naissance. Il ne faut donc pas s'étonner si la plupart de ces Cornées n'étoient pas transparentes, & n'avoient pas le poli & le brillant que l'on remarque dans les Enfants de deux ou trois mois.

Pour ce qui est de l'humeur aqueuse, je n'en ai trouvé que dans des Fœtus à terme jusqu'à un grain & demi; je n'en ai point trouvé dans les autres, on ne peut pas assurer qu'il n'y en avoit point eu, mais qu'il y en a eu très-peu à proportion de la grandeur de leurs Yeux. J'en ai trouvé un grain & un quart dans les Yeux de l'Enfant de sept jours de naissance, & un grain seulement dans l'Enfant de huit jours de naissance; l'Homme n'en a au plus que cinq grains ou cinq grains & demi. J'ai depuis quelque temps disséqué sept autres Fœtus & Enfants nouveau-nés, dans lesquels j'ai vérifié toutes ces observations.

C'est donc l'épaisseur & le froicis de la Cornée, comme on le verra à la suite de ce Mémoire, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse, qui fait le défaut de la vision dans les Enfants nouveau-nés. J'en ai examiné plusieurs vivans les premiers jours de leur naissance: ils ont les Yeux ternes, plus ou moins les uns que les autres, & j'en ai trouvé un où il n'y avoit rien de terne: leur Cornée paroît avoir moins de diamètre & moins de convexité que ceux de six semaines ou de deux mois; malgré son épaisseur elle donne pourtant passage à une certaine quantité de lumière, qui,  
quoique



quoique petite, ne laisse pas de faire une impression assez forte sur la Rétine par rapport à sa délicatesse, puisqu'elle oblige la Prunelle de se rétrécir, comme on le remarque en les examinant avec attention. Lorsqu'on présente ces Enfants à la lumière, ils ne peuvent la souffrir jusqu'à ce que la Prunelle soit rétrécie, ce qu'ils ont de commun avec les Adultes: mais ce qu'il y a de particulier, c'est que si tous les rayons de lumière se réunissoient sur la Rétine dans les nouveau-nés, comme ils se réunissent dans les Adultes, ils causeroient trop de divulsion dans cette membrane à cause de sa grande mollesse, pour les raisons que je dirai dans la suite de ce Mémoire, & pour peu d'impression que fassent les rayons, ils se font vivement sentir.

J'ai continué de les examiner jusqu'à six semaines. J'ai remarqué que de jour en jour la Cornée devenoit plus convexe, plus polie, plus brillante, ce que l'on doit attribuer à l'augmentation qui se faisoit tous les jours de l'humeur aqueuse, elle pousse & étend la Cornée, ce qui la rend plus convexe & plus mince.

L'Uvée prend une plus grande extension, les fibres en deviennent plus mobiles, n'étant plus si pressées les unes contre les autres, ce qui fait que la Prunelle s'élargit & se rétrécit avec plus de facilité qu'elle ne faisoit auparavant.

Pendant que toutes ces parties se disposent à laisser passer une plus grande quantité de lumière, la Rétine acquiert une plus grande fermeté, & devient de jour en jour plus capable de soutenir l'impression des rayons, en sorte que la Prunelle peut se dilater & s'élargir pour laisser entrer un plus grand nombre de ces rayons. Les refractions sont perfectionnées par l'augmentation de l'humeur aqueuse & la convexité de la Cornée, & par ce moyen les rayons se réunissent sur la Rétine; en quoi consiste la perfection de la Vûë.

Toutes ces choses ne s'accomplissent pas dans un temps limité. J'ai vû des Enfants d'un mois de naissance, dont les Yeux avoient acquis l'état nécessaire pour la distinction des objets. Je le jugeois non seulement par la convexité & le

brillant de la Cornée, mais encore mieux par la manière dont ils regardoient les objets qu'on leur présentoit, ce que je n'ai rencontré dans d'autres Enfans qu'après cinq ou six semaines de naissance; cela dépend apparemment du plus ou du moins de facilité que la Cornée a de s'étendre, & de l'augmentation de l'humeur aqueuse plus ou moins prompte, & voici de quelle manière on peut concevoir que cela se fait.

Pendant que l'Enfant est dans la Matrice, il est comprimé de tous côtés par les eaux dans lesquelles il nage; ces eaux sont pressées par la Matrice, & la Matrice par toutes les parties du bas-Ventre. Les Paupières qui sont toujours fermées, & qui sont comprimées, poussent encore la Cornée vers l'Uvée par leur contraction, avec d'autant plus de force qu'elles sont gonflées par la liqueur dans laquelle l'Enfant nage, & dont elles sont imbibées, ce que l'on remarque très-bien dans les Enfans nouveau-nés: la Cornée étant ainsi poussée, pressée les Vaisseaux excrétoires, ce qui empêche la production de l'humeur aqueuse, qui d'ailleurs ne se filtre qu'autant qu'il se trouve d'espace pour la loger, & que le sang est poussé avec plus ou moins de force par la contraction du Cœur: cette force est petite, & proportionnée à la délicatesse des parties.

Mais aussi-tôt que l'Enfant est hors de la Matrice, le Cœur pousse le sang avec plus de force, il devient plus élastique, au moyen de la respiration; la Cornée n'est plus comprimée, aussi-bien que les autres parties, la filtration de l'humeur aqueuse doit se faire avec plus d'abondance, mais à proportion de l'extension de la Cornée, qui s'étendrait avec facilité, s'il n'y avoit un obstacle à vaincre. L'état de la Cornée des Fœtus & des Enfans nouveau-nés n'est pas un simple affaïssement, car outre les Fibres froncées qui peuvent s'étendre avec facilité, il y en a qui ne sont point froncées, (ce que l'on peut reconnoître avec facilité, en examinant ces Cornées) il faut donc plus de force afin que ces Fibres s'allongent & s'étendent par l'impulsion de l'humeur aqueuse; & suivant la quantité & la force de ces Fibres, il faut plus ou moins de temps pour les étendre, ce qui est cause qu'il

faut plus ou moins de temps pour que la Cornée puisse devenir convexe & transparente, & être en état de laisser passer les rayons de lumière pour se réunir sur la Rétine.

Je ne me suis pas contenté de faire ces recherches sur les Enfans nouveau-nés, je les ai fait sur les nouveau-nés des animaux à quatre pieds. Je sçavois déjà qu'il y a de ces animaux dont les nouveau-nés sont huit à neuf jours sans ouvrir les Paupières ; tels sont le Chien, le Chat, le Lapin, & d'autres, leurs Paupières sont très-collées l'une contre l'autre.

Le Chien nouveau-né a la Cornée trouble ; le Chat & le Lapin l'ont transparente, & tous de la même épaisseur que dans les adultes de même espèce. Ils ont peu ou point d'humeur aqueuse ; l'humeur vitrée est transparente, mais le Cristallin est opaque dans ces animaux morts, plus dans le Chien que dans les autres, & toujours dans le milieu. Cette opacité occupe le plus souvent les deux tiers du Cristallin, & laisse la circonférence transparente.

Comme il ne m'étoit pas facile d'avoir de nouveau-nés de Vaches, de Brebis & de Truies, je me suis d'abord contenté de disséquer des Fœtus de ces animaux.

L'Agneau fœtus a la Cornée un peu louche ; le Veau & le Cochon fœtus l'ont transparente, épaissie dans tous de demi-ligne ; le Mouton & le Cochon l'ont de même épaisseur, mais le Bœuf l'a de deux tiers de ligne ; l'humeur vitrée est transparente, le Cristallin opaque plus dans le Veau que dans l'Agneau ; celui du Cochon n'a qu'une opacité très-légère, j'en ai trouvé qui n'en avoient point du tout. Ils étoient tous d'une grande mollesse, & qui convenoit à la délicatesse de ces animaux. La Prunelle dans tous s'est trouvée fort dilatée, principalement dans les Chats nouveau-nés, dans lesquels on voyoit très-peu d'Uvée.

Je m'imaginois que le défaut de la vûe, qui dans l'Enfant nouveau-né est causé en partie par l'épaisseur de la Cornée ; étoit en partie causée par l'opacité du Cristallin dans les animaux à quatre pieds ; & ce qui me donnoit encore lieu de le croire, c'est que les nouveau-nés des Chiens, des Chats &

des Lapins sont huit à neuf jours sans ouvrir les Paupières, pour donner le temps à cette opacité (ainsi que je le croyois) de se dissiper, & à la Rétine d'acquérir une consistance capable de pouvoir soutenir l'impression des rayons de la lumière.

Je sçavois, pour l'avoir ouï dire, que les Veaux, les Agneaux & les Cochons ouvrent les Paupières aussi-tôt qu'ils sont nés, mais je n'en avois jamais vû de naissant. Je m'imaginois qu'ils pouvoient avoir le Cristallin opaque les premiers jours de leur naissance. Ce qui me déterminoit à avoir cette pensée, c'est que j'ai, il y a quelques années, disséqué une Tête de Veau, dont les Cristallins étoient opaques. Cela m'engagea de visiter les Boucheries pour voir si je n'y trouverois pas de pareilles Têtes. J'en trouvai d'abord une qui n'avoit qu'un de ces Yeux dont le Cristallin étoit très-opaque; ce Veau étoit de six semaines de naissance. J'en ai trouvé quelques autres dont les deux Cristallins étoient moins opaques, quoiqu'ils n'eussent qu'un mois de naissance. Ces Cristallins avoient la même consistance que ceux qui n'étoient point opaques, ce que j'ai observé très-aisément, en les comparant avec des Cristallins de Veau qui n'étoient point opaques.

J'ai voulu m'éclaircir davantage sur cette matière. Je fus un jour à la Place aux Veaux pour y examiner les Yeux de tous les Veaux qui seroient exposés en vente, & voir si je n'en trouverois point quelques-uns avec des Yeux opaques, & pour parler le langage de quelques Oculistes, s'ils n'auroient pas les Yeux *glaucomatiques*. C'étoit quelque chose de curieux que l'admiration où étoient les Marchands de me voir retourner plus de deux cens Têtes de leurs Veaux, & regarder leurs Yeux. J'eus beau chercher, je ne trouvai aucun Veau glaucomatique; je n'avois garde d'en trouver, comme on le va voir. Je ne sçavois pour lors que m'imaginer. Il me vint là-dessus plusieurs idées, mais pas une ne me satisfaisoit. Pendant que j'étois dans cet embarras, le hazard me tira d'intrigue.

Je disséquois au mois de Janvier 1725 des Yeux de Fœtus de Vache, dont les Cristallins étoient opaques; j'en mis un



dans ma main pour en prendre plus commodément les dimensions avec mon compas, l'opacité du Cristallin disparut dans un instant.

Il faut bien peu de chose à un Phisicien pour lui fournir de nouvelles idées. Je m'imaginai que la chaleur de ma main pouvoit avoir produit cet effet. Pour m'en éclaircir, je mis ce Cristallin sur mon bureau, dans un endroit éloigné du feu, il reprit en peu de temps son opacité : je l'approchai du feu, il devint transparent dans le moment, & reprit toujourns sa transparence, & son opacité, en l'échauffant & le laissant refroidir. Cela me fit croire que dans les animaux nouveaux le Cristallin ne devoit point paroître opaque pendant qu'ils sont vivans. Je ne fus pas long-temps à me confirmer dans cette pensée. L'on m'apporta des Chats nouveau-nés vivans, je leur ouvris les Paupières, je trouvai leurs Yeux un peu ternes, mais sans opacité, la Prunelle étoit noire, il n'y paroissoit rien de blanc. Je les laissai mourir, & après qu'ils furent refroidis, je leur trouvai la Prunelle opaque & blanche. Je les approchai du feu, l'opacité & la blancheur disparurent : mais les ayant retiré du feu, l'opacité revint en très-peu de temps. Je disséquai les Yeux, & je trouvai le Cristallin opaque, il devint transparent à la moindre chaleur ; après cela on ne doit pas s'attendre de les trouver opaques pendant l'Été, la chaleur qu'il fait doit les entretenir dans leur transparence, j'ai pourtant voulu m'en assurer. J'ai disséqué des Yeux de Chats nouveau-nés au mois de Juillet, je n'ai point trouvé d'opacité dans leurs Cristallins.

J'ai mis des Chiens nouveau-nés & morts dans un lieu frais, & leur ayant coupé les Paupières, j'ai trouvé les Cristallins opaques, & qui retirés de ce lieu frais, sont devenus-transparens en trois ou quatre minutes. J'ai vû la même chose dans les Chats & dans les Lapins nouveau-nés.

Il ne s'agissoit plus que d'examiner toutes ces choses dans les Veaux, les Agneaux & les Cochons nouveau-nés, ce que j'ai fait à la campagne au mois d'Avril 1726. Ils ouvrent les Yeux aussi-tôt qu'ils sont nés ; on n'y remarque aucune

opacité, mais en les comparant avec d'autres Veaux nés depuis quelque temps, je remarquai que les nouveau-nés avoient les Yeux moins brillans, & la Cornée moins convexe. J'ai vu la même chose dans les Agneaux & les Cochons.

On doit remarquer que les Poulets qui sortent de la coque, n'ont point les Paupières fermées, ils suivent leur mere aussitôt qu'ils sont sortis, & ils voyent leur manger.

Il n'en est pas de même des Serins, & apparemment des moineaux, & de beaucoup d'autres oiseaux, dont les Paupières sont fermées pendant cinq, six jours, jusqu'à neuf. Il faudra examiner si leur Cristallin est opaque après leur mort, & s'il devient transparent étant exposé à la chaleur.

J'ai examiné les Yeux d'un Veau vivant, douze heures après sa naissance. Il les avoit assez brillans, le fond de la Prunelle sans blancheur, & sans opacité; mais étant comparés avec les Yeux d'un Veau d'un mois, celui-ci les avoit encore plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à ce Veau naissant; lorsqu'elle a été froide, j'ai trouvé le fond de la Prunelle blanc & opaque. J'ai tiré les Cristallins, ils avoient la même opacité que ceux des Fœtus de même espece: j'ai trouvé dans chacun de ces Yeux, neuf grains & demi d'humeur aqueuse; les Veaux d'un mois & demi en ont vingt à vingt-un grains.

L'on m'a apporté un Agneau vivant, dix heures après sa naissance. Il avoit, comme le Veau, les Yeux assez brillans, le fond de la Prunelle étoit noir sans opacité; mais étant comparés avec des Agneaux de deux, de trois & de quatre mois, ceux-ci les avoient plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à cet Agneau naissant; & lorsqu'elle a été refroidie, le fond de la Prunelle a paru noir sans opacité, comme il étoit avant sa mort. J'ai disséqué ces Yeux, les Cristallins étoient très transparens, & n'étoient point devenus opaques comme ceux du Veau. Je n'ai trouvé dans chacun de ces Yeux que cinq grains d'humeur aqueuse, le Mouton en a dix-huit à vingt grains.

L'on ne peut s'assurer précisément si ces animaux nouveau-

nés distinguent les objets, ils n'en donnent aucun signe; je leur ai passé un morceau de bois fort près des Yeux, ils n'ont fait aucun mouvement des Paupières; mais s'il est permis de raisonner conséquemment, cela doit se faire par la même nécessité dans ces animaux que dans les enfans nouveau-nés; ils doivent avoir les mêmes défauts de vûë, puisqu'ils ont la même disposition dans les Yeux; ils ont de même que ces enfans moins d'humeur aqueuse, la Cornée moins convexe, & plus épaisse à proportion que les animaux de même espèce plus âgée.

Mais une chose qui me paroît très importante, c'est que la Cornée ne peut être moins convexe & plus épaisse, qu'elle ne soit froncée, comme je l'ai vû dans les enfans nouveau-nés; & quoiqué dans les nouveau-nés des animaux à quatre pieds, la Cornée paroisse transparente, on s'apperçoit pourtant bien, comme je l'ai dit, qu'elle a un peu moins de brillant les premiers jours de leur naissance, ce qui dépend certainement du froncis qui se trouve dans ses fibres. Ce froncis ne peut se faire qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée, des inégalités qui produisent des élévations & des enfoncemens, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels dans ces animaux aussi-bien que dans les enfans nouveau-nés. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on conçoit parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens, & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté, les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne formeront aucune perception, ils produiront seulement un sentiment de lumière sans aucune distinction d'objet. Ce froncis a été bien connu de Galien, Liv. x, chap. 5, *de usu partium*, où il dit que les Vieillards n'ont pas la vûë si bonne par la corrugation ou froncis de la Cornée produite par le peu d'humeur aqueuse, qu'il appelle *humor tenuis & spiritus*.

Il est facile de voir, par tout ce que je viens de dire, que le froncis de la Cornée & son épaisseur occasionnée par son peu de tension, qui ne peut se faire que par la quantité suffisante

d'humeur aqueuse, sont la cause du défaut de vision dans ces animaux. Les rayons qui ne sont point réunis, & en trop petite quantité, ne peuvent agir que légèrement sur la Rétine, & ne peuvent faire aucune perception des objets. Je vais joindre à tout ce raisonnement une observation qui y a un grand rapport.

Un Gentilhomme de Province vint me consulter sur un accident qui étoit arrivé à son œil droit. Il voioit la lumière avec cet œil; mais il ne pouvoit bien discerner les objets. Il ne paroissoit d'abord aucun défaut à l'extérieur : on luy avoit dit que c'étoit un commencement de goutte sereine. Après avoir bien considéré cet œil, en le comparant à l'autre, je m'aperçû qu'il avoit un peu moins de brillant, & que la Cornée paroissoit moins convexe; je ne doutai nullement que cet accident ne fût causé par l'affaissement & le froncis de la Cornée, occasionné par la diminution de l'humeur aqueuse. Cela pouvoit être produit par l'obstruction d'une partie de canaux qui fournissent cet humeur, joint à la trop grande contraction des fibres de la Cornée. Je lui donnai d'une eau dans laquelle il y avoit du nitre dissous, très-capable de délayer les matières qui pouvoient former l'obstruction, & relâcher en même temps la tension des fibres de la Cornée. Il s'est servi de cette eau, & vint chés moi quelque temps après, voyant les objets aussi distinctement de cet œil que de l'autre; je le trouvai aussi brillant, & la Cornée aussi convexe : ce qui prouve 1°. que cet accident n'étoit produit que par le froncis de la Cornée : 2°. que ce froncis retranche une partie des rayons de lumière qui passeroient sans cela à travers la Cornée : 3°. qu'il trouble les refractions d'une partie de ceux qui y passent : 4°. que ceux qui y passent sans être troublés, ne peuvent se réunir sur la Retine à cause de l'applatissément de la Cornée, & ne peuvent faire une perception de l'objet : enfin, que ces rayons sont en trop petite quantité pour y exciter un mouvement capable de produire cette perception, quoiqu'elle soit suffisante pour y exciter un sentiment de lumière.

Mais ce qui étoit un accident dans ce Gentilhomme; devient



devient une nécessité naturelle dans les enfans, & les animaux à quatre pieds nouveau-nés, qui ne peuvent appercevoir les objets en naissant, & quelque temps après qu'ils sont nés, à cause du froncis, de l'épaisseur, & de l'applatissement de leur Cornée, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse. Ce que j'avois à prouver.

---

## M E T H O D E

*Pour sommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues.*

Par M. NICOLE.

ON s'est servi jusqu'à présent de plusieurs Méthodes pour 25 Juin  
trouver les Sommes des Suites finies ou infinies, ex- 1727.  
primées par des grandeurs entières ou par des fractions. Les unes sont générales, telles sont celles du calcul des Différences finies que j'ai données, & qui se trouvent imprimées dans les Memoires des années 1717, 1723, & 1724, & les autres particulières; celles-là demandent un procédé particulier pour chaque nature de Suite. Mais toutes ces Méthodes exigent que tous les termes des Suites que l'on veut sommer, soient de même genre, c'est-à-dire, qu'ils soient le produit d'un égal nombre de multiplicateurs ou facteurs. Aucune, que je sçache, ne peut servir à faire trouver la somme des Suites, dont tous les termes ont différens nombres de facteurs croissans selon une loi quelconque: la Méthode que je donne dans ce Memoire, satisfait à ce cas, qui est si général, que presque toutes les Suites des autres cas s'y trouvent renfermées.

## PREMIERE PARTIE.

Soit une fraction  $\frac{1}{a-b}$ , dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la différence de deux grandeurs  $a$  &  $b$ .

*Mem. 1727.*

. K k

Cette fraction  $\frac{1}{a-b}$ , qui n'a qu'un seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5...&c. & même en une infinité de fractions, dont la somme sera toujours égale à la première fraction.

## D É M O N S T R A T I O N .

$$\begin{aligned}
 &\text{La fraction proposée } \frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{\frac{b}{a}}{a-b} = \frac{1}{a} \\
 &+ \frac{\frac{b}{a}}{a+c} + \frac{\frac{b \cdot b+c}{a \cdot a+c}}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{\frac{b}{a}}{a+c} + \frac{\frac{b \cdot b+c}{a \cdot a+c}}{a+d} \\
 &+ \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a+c \cdot a+d}}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{\frac{b}{a}}{a+c} + \frac{\frac{b \cdot b+c}{a \cdot a+c}}{a+d} \\
 &+ \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e}}{a-b} + \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e}}{a-b} = \frac{1}{a} \\
 &+ \frac{\frac{b}{a}}{a+c} + \frac{\frac{b \cdot b+c}{a \cdot a+c}}{a+d} + \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a+c \cdot a+d}}{a+e} \\
 &+ \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e \cdot a+f}}{a-b} + \frac{\frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e \cdot b+f}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e \cdot a+f}}{a-b}
 \end{aligned}$$

Toutes ces différentes expressions, composées de deux termes, ou de trois, ou de quatre, ou &c. de termes, sont toutes égales à la même grandeur  $\frac{1}{a-b}$ ; ce qui se voit en mettant à même dénomination ces différentes expressions; elles se réduiront toutes à la même grandeur  $\frac{1}{a-b}$ .

## R E M A R Q U E.

Si l'on examine la nature de cette Suite, on verra 1.<sup>o</sup> que chaque terme a un facteur de plus au dénominateur, qu'il n'en a à son numérateur : 2.<sup>o</sup> que le numérateur & le dénominateur d'un terme quelconque ont un facteur de plus qu'ils n'en ont dans le terme qui le précède : 3.<sup>o</sup> que le nombre de facteurs qu'a le numérateur de tel nombre qu'on voudra, est

toûjours égal au nombre de termes qui le précèdent : 4.<sup>o</sup> que tous ces facteurs sont formés par les grandeurs données  $a$  &  $b$ , auxquelles on ajoute successivement les grandeurs  $c. d. e. f. g. h. \dots$  &c. lesquelles sont indéterminées, & croissent selon tel rapport qu'on voudra : 5.<sup>o</sup> enfin, que le dernier terme de cette Suite a pour dernier facteur de son dénominateur, au lieu de la grandeur  $a$  augmentée, la différence des deux grandeurs données  $a$  &  $b$ .

## COROLLAIRE I.

Il suit de ce que l'on vient de dire, que si l'on retranche ce dernier terme de la fraction  $\frac{1}{a-b}$ , on aura la somme de tous les termes qui le précèdent. On aura donc  $\frac{1}{a-b} -$

$$\frac{b. \overline{b+c. b+d. b+e. b+f}}{a. \overline{a+c. a+d. a+e. a+f. a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a. a+c} + \frac{b. b+c}{a. a+c. a+d} \\ + \frac{b. b+c. b+d.}{a. a+c. a+d. a+e} + \frac{b. b+c. b+d. b+e}{a. a+c. a+d. a+e. a+f}, \text{ c'est-à-}$$

dire que la somme de tant de termes qu'on voudra de cette Suite, sera égale à la fraction  $\frac{1}{a-b}$  moins une fraction, dont le numérateur & le dénominateur contiendront autant de facteurs  $b. b + c. b + d. b + e \dots$  &c. &  $a. a + c. a + d. a + e \dots$  &c. que la Suite dont on veut avoir la somme contient de termes, en observant que le dénominateur de cette fraction soit multiplié par  $a - b$ .

## COROLLAIRE II.

Comme le même raisonnement aura toûjours lieu, quel que soit le nombre des termes que l'on veut sommer; il est évident que lorsque ce nombre de termes sera infini, la Suite composée d'une infinité de termes, sera alors égale à la seule fraction  $\frac{1}{a-b}$ ; car  $a$  étant plus grand que  $b$ , le terme

$$\frac{b. \overline{b+c. b+d. b+e \dots \&c.}}{a. \overline{a+c. a+d. a+e \dots \&c.} \times a-b} \text{ qui dans tous les autres}$$

cas doit être retranché de cette fraction, devient dans le cas présent infiniment petit, son dénominateur étant alors infiniment grand par rapport à son numérateur, quoique ce numérateur soit lui-même infini.

## COROLLAIRE III.

Si l'on suppose les quantités  $b, c, d, e, f, \dots$  &c.  $= 0$ , on aura  $\frac{1}{a-b} - \frac{b^5}{a^5 \times a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} + \frac{b^3}{a^4} + \frac{b^4}{a^5}$ ; la

Suite sera alors géométrique, & la somme de tant de termes que l'on voudra, sera égale à la fraction  $\frac{1}{a-b}$  moins une autre fraction, dont le numérateur est la quantité  $b$  élevée à une dimension égale au nombre des termes de la Suite, & le dénominateur est la grandeur  $a$  élevée à la même dimension, laquelle est multipliée par  $a - b$ .

Si les grandeurs  $c, d, e, f, \dots$  &c. sont toutes égales à  $c$ ,

on aura  $\frac{1}{a-b} - \frac{b \cdot \overline{b+c}^4}{a \cdot \overline{a+c}^4 \cdot a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a \cdot \overline{a+c}} + \frac{b \cdot \overline{b+c}^2}{a \cdot \overline{a+c}^2} + \frac{b \cdot \overline{b+c}^3}{a \cdot \overline{a+c}^3} + \frac{b \cdot \overline{b+c}^4}{a \cdot \overline{a+c}^4}$ ; la suite sera encore géométrique.

Si ces deux Suites géométriques ont chacune une infinité de termes, leur somme sera  $\frac{1}{a-b}$ , parce qu'alors  $\frac{b^\infty}{a^\infty \times a-b}$  &c.

$\frac{b \cdot \overline{b+c}^\infty}{a \cdot \overline{a+c}^\infty \cdot a-b}$  seront infiniment petites.

## COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose  $b$  plus grand que  $a$ , il est clair que la fraction  $\frac{1}{a-b}$  deviendra négative, que les facteurs des numérateurs de la Suite seront plus grands que les facteurs correspondans des dénominateurs, & que la formule  $\frac{1}{a-b} -$

$$\frac{b \cdot \overline{b+c} \dots \dots \dots \&c.}{a \cdot \overline{a+c} \dots \dots \dots \&c. \times a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a \cdot \overline{a+c}} + \frac{b \cdot \overline{b+c}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+c} \cdot d}$$



$$+ \frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d}}{a. \overline{a+c}. \overline{a+d}. \overline{a+e}} + \frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d}. \overline{b+e}}{a. \overline{a+c}. \overline{a+d}. \overline{a+e}. \overline{a+f}} + \&c.$$

deviendra (en nommant  $n$  la différence de  $b$  à  $a$ )  $\frac{b. \overline{b+c} \dots \&c.}{n \times a. \overline{a+c} \dots \&c.}$

—  $\frac{1}{n}$  ; d'où l'on voit que dans ce cas, pour avoir la somme de tant de termes que l'on voudra de cette Suite, il faut re-

trancher  $\frac{1}{n}$  de la fraction  $\frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d} \dots \&c.}{n. a. \overline{a+c}. \overline{a+d} \dots \&c.}$ , dont

le numérateur & le dénominateur contiennent autant de facteurs que la Suite que l'on veut sommer contient de termes. D'où l'on voit encore que lorsque le nombre des termes de la Suite sera infini, cette somme sera exprimée par

le seul terme  $\frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d} \dots \&c. \dots \infty}{n. a. \overline{a+c}. \overline{a+d} \dots \&c. \dots \infty}$  qui sera alors infini,

le numérateur étant infiniment grand par rapport au dénominateur : toutes les Suites qui peuvent se rapporter à cette formule sont donc infinies.

### *Application à la recherche des sommes des Suites.*

Lorsque les Suites que l'on se propose de sommer, auront les conditions de la remarque, on les comparera à la suite de la formule générale, & l'on tirera de cette comparaison les valeurs des grandeurs  $a. b. c. d. e. f. \dots \&c.$  lesquelles valeurs étant substituées dans l'expression générale de la somme de ces Suites, on aura la somme de tel nombre de termes de la Suite proposée que l'on voudra, & aussi la somme entière de cette Suite continuée à l'infini.

### E X E M P L E I.

Soit la Suite  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} + \dots$  dont on demande la somme de tel nombre de termes que l'on voudra. En comparant cette Suite

à celle de la formule générale, qui est  $\frac{1}{a} + \frac{b}{a+a+c} +$

$$\frac{b \cdot \overline{b+c}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+d}} + \frac{b \cdot \overline{b+c} \cdot \overline{b+d}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+d} \cdot \overline{a+f}} + \frac{b \cdot \overline{b+c} \cdot \overline{b+d} \cdot \overline{b+f}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+d} \cdot \overline{a+f} \cdot \overline{a+g}} \\ + \frac{b \cdot \overline{b+c} \cdot \overline{b+d} \cdot \overline{b+f} \cdot \overline{b+g}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+d} \cdot \overline{a+f} \cdot \overline{a+g} \cdot \overline{a+h}}, \text{ dont la somme des six premiers}$$

termes est  $\frac{1}{a-b} - \frac{b \cdot \overline{b+c} \cdot \overline{b+d} \cdot \overline{b+e} \cdot \overline{b+f} \cdot \overline{b+g}}{a \cdot \overline{a+c} \cdot \overline{a+d} \cdot \overline{a+e} \cdot \overline{a+f} \cdot \overline{a+g} \cdot \overline{a-b}}$ , &c.

la somme entière jusqu'à l'infini est  $\frac{1}{a-b}$ , on trouvera  $a=3$ .

$b=2$ .  $c=2$ .  $d=4$ .  $e=6$ .  $f=8$ .  $g=10$ .... &c. lesquelles valeurs étant substituées dans la formule de la somme,

on aura  $\frac{1}{3-2} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 3-2} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$  pour la

somme des deux premiers termes,  $\frac{1}{3-2} - \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 3-2}$

$= 1 - \frac{1024}{3003} = \frac{1979}{3003}$  pour la somme des six premiers

termes, &  $\frac{1}{3-2} = 1$  pour la somme entière jusqu'à l'infini,

ce qui donne  $\frac{8}{15}$  pour la somme depuis le troisième terme inclusivement jusqu'à l'infini, &  $\frac{1024}{3003}$  pour la somme depuis le septième terme inclusivement jusqu'à l'infini.

### EXEMPLE II.

Soit la Suite  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5 \cdot 9} + \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 9 \cdot 13} + \frac{3 \cdot 7 \cdot 11}{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17} + \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15}{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 21} +$  &c. dont on demande la somme de tant de termes que l'on voudra. En comparant cette suite à celle de la formule générale, on aura  $a=5$ .  $b=3$ .  $c=4$ .  $d=8$ .  $e=12$ .  $f=16$ . &c. Ce qui donnera  $\frac{1}{5-3} - \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 19}{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 21 \cdot 2} = \frac{1}{2} - \frac{209}{1326}$  pour les cinq premiers termes,  $\frac{1}{2}$  pour la somme entière de la Suite poussée à l'infini, &  $\frac{209}{1326}$  pour la somme depuis le sixième terme jusqu'à l'infini.

## E X E M P L E I I I.

Si l'on suppose les grandeurs *c. d. e. f. g...* &c. exprimer la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que de plus *b* soit 1, & que la grandeur *a* soit successivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. on aura en substituant ces valeurs dans la Suite générale, les différentes Suites particulières, lorsque

$$a = 2 \dots \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots \&c.$$

$$a = 3 \dots \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \&c.$$

$$a = 4 \dots \frac{1}{4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} + \dots \&c.$$

$$a = 5 \dots \frac{1}{5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \dots \&c.$$

qui se réduisent, en divisant par les facteurs communs, à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 7} + \dots \&c.$$

$$= \frac{1}{2-1}.$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6 \cdot 7 \cdot 8}$$

$$+ \dots \&c. = \frac{1}{3-1}.$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$$

$$+ \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \dots \&c. = \frac{1}{4-1}.$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} +$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} + \dots \&c. \frac{1}{5-1}.$$

Qui sont toutes les Suites fractionnaires qui peuvent être formées par les nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Pascal.

## E X E M P L E I V.

Si l'on suppose les grandeurs *c. d. e. f. g. h...* &c. exprimer la Suite de tels nombres figurés que l'on voudra, non seulement du Triangle arithmétique de M. Pascal, mais de tout autre Triangle arithmétique, les grandeurs *a* & *b* demeurant constantes, on aura une infinité de Suites fractionnaires

264 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
nouvelles; lesquelles continuées à l'infini, auront des sommes  
toutes égales entr'elles, puisque chacune sera égale à la quantité  
 $\frac{1}{a-b}$ ; les sommes de ces Suites peuvent même être égales

entr'elles, sans que  $a$  &  $b$  demeurent constantes, il suffit que  
la différence de ces deux grandeurs soit toujours la même.  
Enfin chaque variation des grandeurs  $a$  &  $b$  fournira une in-  
finité de Suites toutes semblables, non seulement poussées  
jusqu'à l'infini, mais pour tel nombre de termes que l'on  
voudra, en observant ce qui a été dit dans le Corollaire I.  
Soit supposé par exemple, que  $c. d. e. f. g. h. \dots$  &c. soient  
les nombres 1. 4. 10. 20. 35. 6... &c. qui sont les nombres  
pyramidaux, lesquels s'expriment par  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} +$   
 $\frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ , &c. en substituant ces valeurs dans

$$\text{la formule générale, on aura } \frac{1}{a} + \frac{b}{a \cdot a+1} + \frac{b \cdot b+1}{a \cdot a+1 \cdot a+4} \\ + \frac{b \cdot b+1 \cdot b+4}{a \cdot a+1 \cdot a+4 \cdot a+10} + \frac{b \cdot b+1 \cdot b+4 \cdot b+10}{a \cdot a+1 \cdot a+4 \cdot a+10 \cdot a+20},$$

dont la somme à l'infini sera  $\frac{1}{a-b}$ , la somme des six premiers

$$\text{termes sera } \frac{1}{a-b} - \frac{b \cdot b+1 \cdot b+4 \cdot b+10 \cdot b+20 \cdot b+35}{a \cdot a+1 \cdot a+4 \cdot a+10 \cdot a+20 \cdot a+35 \cdot a-b},$$

& celle depuis le septième inclusivement jusqu'à l'infini sera

$$\frac{b \cdot b+1 \cdot b+4 \cdot b+10 \cdot b+20 \cdot b+35}{a \cdot a+1 \cdot a+4 \cdot a+10 \cdot a+20 \cdot a+35 \cdot a-b}, \text{ quels que soient les} \\ \text{valeurs de } a \text{ \& } b.$$

## EXEMPLE V.

Soit la Suite  $\frac{1}{3} + \frac{8}{3 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 10}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{8 \cdot 10 \cdot 12}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}$   
 $+ \frac{8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} + \dots$  dont on demande la somme de tel  
nombre de termes fini que l'on voudra. En comparant cette  
Suite à la formule du Corollaire IV, parce que dans cet  
Exemple,  $b$  est plus grand que  $a$ , on aura  $b = 8. a = 3.$

$$n = 5.$$



$n = 5$ , & la somme des dix premiers termes sera

$$\frac{8.10.12.14.16.18.20.22.24.26}{5.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.5.6.7.8.9.10.11.12.13}{5 \times 3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}$$

$$- \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.6.8.10.12}{5 \times 3.15.17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{15} \times 2.3.4.5.6}{5 \times 3.15.17.19.21} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{2^{18} \times 1.2.3}{15 \times 17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{19}}{15.17.19.7} - \frac{1}{5}. \text{ Il en fera de}$$

même d'un plus grand nombre de termes.

## E X E M P L E V I.

Si l'on suppose les grandeurs  $c. d. e. f. g. \dots$  &c. exprimées par la Suite des nombres naturels  $1. 2. 3. 4. 5. \dots$  &c. que la grandeur  $a$  soit l'unité, & que la grandeur  $b$  soit successivement  $2. 3. 4. 5. 6. \dots$  &c. en substituant ces valeurs dans

la formule 
$$\frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d} \dots \&c.}{n. a. a+c. a+d \dots \&c.} - \frac{1}{n} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a. a+c.}$$

+  $\frac{b. \overline{b+c}}{a. a+c. a+d}$  +  $\frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d}}{a. a+c. a+d. a+e}$  +  $\frac{b. \overline{b+c}. \overline{b+d}. \overline{b+e}}{a. a+c. a+d. a+e. a+f}$  + &c. on aura ces différentes Suites

$$b = 2 \dots \frac{1}{1} + \frac{2}{1.2} + \frac{2.3}{1.2.3} + \frac{2.3.4}{1.2.3.4} + \frac{2.3.4.5}{1.2.3.4.5} + \&c.$$

$$b = 3 \dots \frac{1}{1} + \frac{3}{1.2} + \frac{3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3.4} + \frac{3.4.5.6}{1.2.3.4.5} + \&c.$$

$$b = 4 \dots \frac{1}{1} + \frac{4}{1.2} + \frac{4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3.4} + \frac{4.5.6.7}{1.2.3.4.5} + \&c.$$

$$b = 5 \dots \frac{1}{1} + \frac{5}{1.2} + \frac{5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3.4} + \frac{5.6.7.8}{1.2.3.4.5} + \&c.$$

Ces Suites se réduisent, en effaçant les facteurs qui se détruisent, à

$$b = 2 \dots 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \&c. = 7 - 1.$$

$$b = 3 \dots \frac{1}{2} \times 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \&c. = \frac{28-1}{2}.$$

$$b = 4 \dots \frac{1}{3} \times \frac{2.3}{1.2} + \frac{3.4}{1.2} + \frac{4.5}{1.2} + \frac{5.6}{1.2} + \frac{6.7}{1.2} + \frac{7.8}{1.2} + \&c. = \frac{84-1}{3}.$$

$$\text{ou } \frac{1}{3} \times 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28.$$

$$b = 5 \dots \frac{1}{4} \times \frac{2.3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3} + \frac{6.7.8}{1.2.3} + \frac{7.8.9}{1.2.3} + \&c. = \frac{210-1}{4}.$$

266 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ou  $\frac{1}{4} \times 4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 + \&c.$   
Qui sont toutes les Suites des nombres figurés du Triangle  
arithmétique de M. Paschal.

### R E M A R Q U E

On voit que toutes les Suites, dont on peut avoir la  
somme par cette Méthode, doivent avoir tous leurs termes  
positifs, & que toutes celles dont les termes sont alternati-  
vement positifs & négatifs, ne peuvent point être sommées  
de cette manière. Voici les changemens qu'il faut faire à  
cette Méthode, pour satisfaire à ce dernier cas.

### S E C O N D E P A R T I E.

Soit une fraction  $\frac{1}{a+b}$ , dont le numérateur soit l'unité, &  
le dénominateur soit la somme des deux grandeurs  $a$  &  $b$ .  
Cette fraction qui n'a qu'un seul terme, pourra se transformer  
en 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, & même en une infinité de  
fractions, lesquelles seront toutes égales à la première fraction  
 $\frac{1}{a+b}$ ; & ces fractions seront telles, qu'elles seront alternati-  
vement positives & négatives.

### D É M O N S T R A T I O N.

La fraction proposée  $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a+b} = \frac{1}{a} -$   
 $\frac{b}{a \cdot a-c} + \frac{b \cdot b+c}{a \cdot a-c \cdot a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a-c} + \frac{b \cdot b+c}{a \cdot a-c \cdot a-d}$   
 $- \frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a-c \cdot a-d \cdot a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a-c} + \frac{b \cdot b+c}{a \cdot a-c \cdot a-d}$   
 $- \frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a-c \cdot a-d \cdot a-e} + \frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e}{a \cdot a-c \cdot a-d \cdot a-e \cdot a+b}$   
— &c. Toutes ces différentes expressions composées de  
2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, sont toutes égales à la fraction

$\frac{1}{a+b}$ , ce qui se voit en les mettant à même dénomination, elles se réduiront toutes à la fraction  $\frac{1}{a+b}$ .

## REMARQUE

On voit que dans ce cas les facteurs des numérateurs de cette Suite se forment par la quantité  $b$ , à laquelle on ajoute successivement les grandeurs  $c. d. e. f. g. \dots$  &c. & que les facteurs des dénominateurs se forment par la grandeur  $a$ , diminuée successivement des mêmes grandeurs  $c. d. e. f. g. \dots$  &c.

Si donc on vouloit que les facteurs des dénominateurs fussent croissans, ce qui arrive dans presque toutes les Suites, ce changement influera sur les numérateurs, & l'on trouvera ces nouvelles expressions.

La fraction  $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a+c} + \frac{b \cdot b+c}{a \cdot a+c \cdot a+d} - \frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e} + \frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e}{a \cdot a+c \cdot a+d \cdot a+e \cdot a+b}$ . Toutes ces différentes expressions sont égales, ce qui se voit en les mettant à même dénomination.

## COROLLAIRE

Il suit de ce que l'on vient de dire, que par la première formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite

$$\frac{1}{a} - \frac{b}{a \cdot a-c} + \frac{b \cdot b+c}{a \cdot a-c \cdot a-d} - \frac{b \cdot b+c \cdot b+d}{a \cdot a-c \cdot a-d \cdot a-e} = \frac{1}{a+b} - \frac{b \cdot b+c \cdot b+d \cdot b+e}{a \cdot a-c \cdot a-d \cdot a-e \cdot a+b}, \text{ \& par la seconde formule}$$

on aura les quatre premiers termes de cette Suite  $\frac{1}{a}$  —

$$\frac{b}{a \cdot a + c} \quad \frac{b \cdot -b + c}{a \cdot a + c \cdot a + d} \quad \frac{b \cdot -b + c \cdot -b + d}{a \cdot a + c \cdot a + d \cdot a + e} \quad \frac{1}{a + b}$$

$$+ \frac{b \cdot -b + c \cdot -b + d \cdot -b + e}{a \cdot a + c \cdot a + d \cdot a + e \cdot a + b} . \text{ Or comme ce même rai-}$$

sonnement aura toujours lieu, il s'ensuit que l'on aura toujours la somme d'un nombre de termes quelconques de ces deux Suites. Cette somme sera toujours pour la première Suite  $\frac{1}{a+b}$ , plus ou moins, une fraction composée tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la somme, en observant de plus que le dénominateur de cette fraction ajoutée ou retranchée soit multipliée par la quantité  $a+b$ . On voit que cette fraction doit être ajoutée, lorsque l'on veut avoir la somme d'un nombre impair des termes de la Suite, & qu'elle doit être retranchée, lorsque l'on veut en avoir un nombre de termes pair; ce qui est évident, puisque cette première Suite a tous ses termes alternativement plus & moins.

On voit aussi pour la seconde Suite, que la somme de tant de termes que l'on voudra, sera toujours  $\frac{1}{a+b}$ , plus une fraction composée, tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la somme, & dont le dénominateur soit multiplié par  $a+b$ .





## OBSERVATIONS

*Sur la formation du CORAIL, & des autres productions  
appelées PLANTES PIERREUSES.*

Par M. DE REAUMUR.

**L**E Corail est mis par les Joailliers dans la classe des Pierres précieuses; il n'en est pas moins Pierre pour être produit d'une façon qui lui est particulière. Les Botanistes le rangent dans la classe des Plantes, où on a plus de peine à le voir. La structure organique nécessaire pour leur accroissement, ces tuyaux contigus qui doivent croître en tout sens malgré ceux qui les entourent, ne peuvent s'imaginer que mal-aisément dans une Pierre si dure; aussi n'y a-t-il pas lieu de croire qu'ils y soient. Les yeux, aidés des meilleurs Microscopes, ne découvrent dans la matière coralline rien qui ne puisse convenir à un corps formé par une simple apposition. A la vérité le sçavant M. de Marfigli a observé & décrit les Fleurs qui naissent sur le Corail; mais malgré ces Fleurs observées avec beaucoup de sagacité, on pourroit peut-être, en parlant exactement, & même en raisonnant conformément aux observations de M. le Comte de Marfigli, retirer le Corail d'entre les Plantes.

Il a décrit, avec beaucoup plus de soin & d'exactitude, que ceux qui en avoient parlé avant lui, l'écorce dont le Corail est revêtu dans la Mer. Cette écorce est d'une substance moins dure & moins compacte que la matière coralline, elle est même plus molle dans la Mer que quand elle a été exposée à l'air; & c'est peut-être ce qui a donné lieu aux contes des Anciens, qui ont assuré que le Corail ne s'endurcissoit qu'après qu'il avoit été pêché. Cette écorce, selon les observations de M. de Marfigli \*, est remplie & toute traversée de petits Tuyaux ronds, qui ont tous à leur sommet un trou

30 Juillet  
1727.

\* *Hist. de  
l'Academie  
de 1710,  
p. 75.*

qu'on ne peut appercevoir sans Microscope. Ils sont pleins d'un suc glutineux, qui dans l'écorce fraîche est de couleur de lait, & qui ensuite se condense, & prend une couleur de safran tirant sur le rouge. La surface intérieure de l'écorce est toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

On détache aisément cette écorce de dessus le Corail récemment tiré de la Mer. La superficie du Corail à qui on l'a enlevée, est toute sillonnée de cannelures qui s'étendent depuis la base du Corail jusqu'aux extrémités de ses branches. Il a dans sa substance propre des cellules pleines d'un suc tout semblable à celui des tubules de l'écorce; mais elles ne sont visibles, & peut-être, ajoute M. de Fontenelle, en rendant compte des observations de M. de Marfigli, n'existent-elles que dans la circonférence extérieure de la substance propre, tout le dedans paroît parfaitement solide & pierreux.

Tout cela ensemble, pour continuer à nous servir des termes de M. de Fontenelle, paroît prouver suffisamment que toute la structure organique du Corail, par rapport à la végétation, consiste dans son écorce, & dans la superficie de la substance coralline; que l'écorce filtre un suc qui se répand entr'elle & cette substance, en remplit les cellules & coule le long des canaux jusqu'aux extrémités des branches, & que ce suc s'étant pétrifié, tant dans les cellules qui environnent la substance coralline, que dans celles des extrémités des branches dont la substance n'est pas encore formée, fait croître la Plante tant en grosseur qu'en hauteur.

Cette explication m'avoit paru ce qu'on peut imaginer de plus probable sur l'accroissement du Corail; une observation que j'ai eu occasion de faire, me semble la confirmer extrêmement, & lui ôter sa principale difficulté. L'amour de feu S. A. R. M.<sup>gr</sup> le Duc d'Orleans pour les Sciences nous mettoit à portée de tout ce qui pouvoit contribuer à leurs progrès. Nous avions souhaité avoir des Coraux, dont l'écorce n'eût point été détachée, en un mot à peu près telle qu'est celle de ceux qui viennent d'être pêchés. M. Arnou, alors Intendant de Marseille, pour obéir aux ordres de son Altesse

Royale, en fit mettre dans des vases pleins d'eau de Mer, dans l'instant où ils furent tirés des filets. Il poussa l'attention jusqu'à faire apporter ces vases par des hommes qui devoient revenir à pied de Marseille à Paris ; aussi ces Coraux arrivèrent-ils conditionnés, comme on le pouvoit désirer : ils étoient pour la plupart recouverts de leurs écorces ; partie pourtant de celle de quelques-uns avoit été détachée. Ayant changé de vases les Coraux, & leur eau, je trouvai les fragmens d'écorce dans le peu d'eau qui étoit restée au fond du premier vase ; mais, outre les fragmens, assez gros pour se faire distinguer, j'observai un sédiment plus pesant, & plus fin ; c'étoit un sable très délié, une poudre rouge telle que du Corail pilé en donneroit. La finesse des grains ne permettoit guères aux doigts de juger de leur dureté ; mais mis sous la dent, il étoit aisé de reconnoître qu'ils étoient de nature pierreuse, un vrai sable.

L'écorce qui avoit été brisée & dissoute en partie, avoit donné ce sable : qu'on ne soupçonne point qu'il avoit été emporté de la surface du Corail par des frottemens réitérés. J'ai détaché de l'écorce, je l'ai broyée dans l'eau, & elle a donné un sable pareil. Enfin si on met sous la dent un morceau d'écorce, elle semblera d'abord un corps mol, mais si on la presse un peu plus, on sentira bientôt qu'il y a dans cette substance molle une infinité de petits corps durs : la résistance qu'on trouvera, ne sera point de la nature de celle que peut faire un corps mol, ni même un corps plus dur que le bois, des grains paroîtront fuir, s'échapper à la pression, & d'autres y résisteront.

L'écorce est beaucoup plus pâle que le Corail même ; c'est qu'il n'entre dans sa composition qu'une partie de cette matière d'un beau rouge dont le Corail est composé en entier. On peut diviser son épaisseur en trois couches, qui méritent d'être considérées séparément : la première, celle de la surface extérieure est une membrane d'une couleur blancheâtre, très mince, & qu'on peut comparer en quelque sorte à celle qui revêt la surface intérieure des gouffes des



Pois; si on laisse macerer l'écorce dans l'eau pendant quelque temps, cette première couche, cette membrane se sépare d'elle-même du reste, & même en morceaux assez grands. Au dessous de cette membrane est la seconde couche, qui fait seule la plus grande partie de l'épaisseur totale. Il n'est pas aisé de bien développer la structure, mais le toucher seul apprend qu'elle est remplie de grains durs de nature pierreuse, en un mot de ces grains rouges dont nous venons de parler. Il est aisé de juger qu'ils y sont en grand nombre, puisque dès que cette seconde couche a été mise à découvert, elle paroît aussi rouge à peu près que le Corail même. Le Microscope nous y fait découvrir des amas prodigieux de ces grains, il feroit à souhaiter qu'il nous fît aussi bien voir comment ils y sont contenus; peut-être sont-ils renfermés dans des tuyaux: il y a là apparemment une mécanique qui échappe à nos yeux.

Au dessous de la couche si remplie de nôtre petit sable rouge, on en distingue une troisième qui est immédiatement appliquée sur le Corail; celle-ci est composée de tuyaux ou fibres, souvent visibles à la vûe simple, puisqu'ils ont autant de diametre au moins que les cannelures sensibles, qui sont sur la surface du Corail; ils sont remplis de ce suc laiteux, qui devient jaune en séchant. Les plus considérables suivent la longueur des branches, puisqu'ils sont logés dans les cannelures; ils sont traversés par d'autres plus déliés, ce qui forme une espece de rezeau ou de tissu, dont les fils de la chaîne sont plus gros que ceux de la trême. Il y a aussi divers amas de suc laiteux ou jaune, qui forment des boules plus grosses que la tête d'une épingle.

Mais ce à quoi nous voulons nous arrêter, & dont il est très aisé de se convaincre, c'est que l'écorce du Corail dans son état naturel, est toute pénétrée d'un sable extrêmement fin, de couleur de Corail, & qu'on doit croire de même nature. Comment se forme ce sable dans l'écorce! je ne l'examine point; il y est. Quoiqu'il ne soit pas démontré que la circulation des sucs se fasse précisément dans les Plantes comme dans les Animaux, & que même elle se fasse dans  
les



les Plantes marines différemment que dans les Plantes terrestres, toujours paroît-il sûr qu'il s'y fait une sorte de circulation.

Si les liqueurs charrient dans certains Animaux des quantités de graviers considérables, il n'y a rien de surprenant qu'il puisse s'en trouver de même dans les liqueurs de certaines Plantes, & sur-tout dans les liqueurs de celles qui, comme les Plantes marines, ont des odeurs animales.

L'existence d'un sable, tel que du Corail réduit en poudre, étant démontrée dans l'écorce du Corail, la formation du Corail n'est pas plus difficile à expliquer que celle des Pierres les plus communes. Des grains d'un sable grossier réunis forment des grès : des grains d'un sable rouge incomparablement plus déliés, formeront des Pierres rouges sans grains sensibles. L'eau qui passe au travers des voutes souterraines, quand elle est chargée d'un sable prodigieusement fin, & qu'elle le dépose au haut de ces voutes, y produit des Pierres cristallines; que le suc qui circule dans nôtre écorce, charrie du sable jusqu'à la surface intérieure de cette écorce, qu'il l'y dépose, parce qu'il n'est plus aisé à cette liqueur de ramener le sable ou une partie du sable; ces grains de sable déposés sur le Corail déjà fait, & réunis les uns aux autres, le revêtiront d'une nouvelle couche. Les grains déposés au bout des branches les feront croître en longueur, comme ceux qui sont déposés autour de leur circonférence les font croître en grosseur; la première formation aura été semblable à un de ces degrés d'accroissement. C'est un détail qu'il est aisé de suivre, & où il est inutile de s'arrêter.

Mais revenons encore à la comparaison des Plantes & des Animaux, & remarquons qu'il y a plusieurs espèces de ces derniers qui sont recouverts de pierres. Les Coquilles si variées par leurs figures & leurs couleurs, que sont-elles autre chose que des Pierres du genre de celles dont on fait de la Chaux? Nous avons expliqué ailleurs leur formation\*; un suc pierreux est charrié à la surface du corps de l'Animal, il prend consistance, il s'y rassemble par couches, qui ajoutées les unes

\* *Mem. de  
l'Académie  
1709.*

aux autres, forment une couverture solide, qui défend des parties délicates. Le même suc pierreux, ou le sable rouge déposé par couches au dessous de cette Plante, qui n'a que l'épaisseur d'une écorce, lui forme la tige, le soutien qui lui est nécessaire : dans l'un & dans l'autre cas, dans celui de la formation des Coquilles, & dans celui de la formation du Corail, la matière pierreuse s'échappe des vaisseaux, & n'est plus reprise ni par les vaisseaux qui l'ont portée, ni par d'autres. En un mot les Coquilles sont des Pierres produites par des Animaux, & les Coraux des Pierres produites par des Plantes; mais les Coraux n'en sont pas plus Plantes, comme les Coquilles ne sont point Animaux. La production & l'accroissement des unes & des autres ne se fait pas par la mécanique, qui fait l'accroissement des véritables parties des Animaux, & des véritables parties des Plantes.

Ce suc laiteux qui devient jaune, & même d'un jaune rougeâtre en séchant, pourroit bien être la matière qui fournit les grains pierreux : peut-être que dans le milieu de l'écorce il se fait une sécrétion des grains rouges qui se trouvent dans la liqueur; que des tuyaux reçoivent cette poudre fine; que contenant d'ailleurs quelque liqueur plus fluide que le suc jaune, ils portent tous les petits grains à la surface intérieure de l'écorce où ils les déposent, & que ces grains ainsi déposés successivement, font croître le Corail. Mais il s'en faut bien que nous ne puissions prouver la réalité & la route de ces canaux, aussi certainement qu'est prouvée l'existence des petits grains rouges.

Bocconné, qui a parlé au long de l'écorce du Corrail dans un petit Livre imprimé à Paris en 1671, sous le Titre d'*Observations curieuses sur la nature du Corail*, dit qu'il croit devoir appeller cette écorce, *Fucus*, à cause de sa couleur rouge, quoique les anciens l'aient nommé *Muscus*; l'un & l'autre nom sont propres à exprimer une Plante; cette écorce en est une, & c'est probablement tout ce qu'il y a de végétal dans le Corail. Cette écorce, ou ce *fucus* ressemble aux Plantes parasites, qui pour croître ont besoin d'être soutenues; mais

il en diffère par un endroit singulier : au lieu que les Plantes parasites s'appuyent sur des tiges étrangères, à mesure que celle-ci croît, elle se bâtit une tige pierreuse si belle, qu'elle s'est presque seule attirée de l'attention, & qu'elle a usurpé le nom de la Plante à qui elle doit son origine. Quoique le *fucus*, ou, si l'on veut, l'écorce, se forme ordinairement sa tige, elle se sert quelquefois d'une tige étrangère, mais alors elle la revêt de Corail. Dans le petit ouvrage cité ci-dessus, Bocconé décrit un morceau de Corail recouvert de son écorce, dont le centre étoit occupé par un morceau de bois long de plusieurs pouces. Le bois, dit-il, en occupoit le centre, à peu près comme la moëlle occupe celui des Plantes.

Le Corail ne semble donc, à exactement parler, qu'une Pierre branchuë produite par une Plante, & n'en est pour cela plus Plante, que la Coquille d'un Animal est Animal. Après tout, on le peut nommer, si l'on veut, partie d'une Plante, comme on nommeroit une Coquille partie d'un Animal. Nous ne voulons pas disputer de ces noms, mais au moins sembloit-il que l'écorce dût rester en possession tranquille de l'état de Plante, depuis que M. le Comte de Marsigli lui avoit découvert des fleurs. Un nouveau système qui par sa singularité seule mériterait d'être rapporté, & qui a été communiqué depuis peu à l'Académie, veut pourtant changer totalement la condition du Corail, celle de son écorce, & généralement celle de tout ce qu'on a appelé jusqu'ici *Plantes pierreuses* ; il change de même celle de ces Plantes dures, mais flexibles, qui ont conservé le nom de *Lithophitons*, quoique moins ressemblantes à des Pierres qu'à de la Corne. On prétend établir dans le nouveau système, que toutes ces productions sont l'ouvrage de certains Insectes, qu'elles sont des especes de Coquilles, ou des masses de Coquilles réunies. Les Fleurs que M. le Comte de Marsigli a crû avoir observées, sont métamorphosées en Insectes, qui produisent le Corail.

Tout extraordinaire que paroisse ce système, il n'est pourtant pas le pur ouvrage de l'imagination ; celui qui l'a proposé

a crû y être conduit par des observations répétées ; nous allons les rapporter , afin qu'on juge si elles sont aussi convaincantes qu'elles lui ont paru.

1°. On a rangé autrefois parmi les Plantes divers Tuyaux , qui sont de véritables Coquilles , formées & habitées par des Vers. Cette considération seule suffit pour faire soupçonner qu'on pourroit bien donner encore au regne végétal des productions du regne animal. L'Orgue de Mer , appelée *Tubularia* , n'est qu'un amas de Tuyaux qui par leur couleur ressemblent beaucoup au Corail , & qui sont habités & formés par des Vers.

2°. Les Astroites , qui sont différentes especes de corps pierreux blancs , du genre des Madrepores , sont composées de quantité de Tuyaux paralleles les uns aux autres , & ressemblent par-là à l'Orgue de Mer , ou à la *Tubularia*. Il est vrai que chaque Tuyau est partagé par des cloisons qui suivent leur longueur , & dont le nombre & la disposition donnent à l'embouchûre du Tuyau , une figure qui a quelque air de celle d'une Étoile , & c'est de-là que la Pierre a pris son nom. L'arrangement de ces embouchûres ou de ces Tuyaux se trouve différent dans différentes Pierres. Il y en a une espece où des files de Tuyaux forment des ondes à peu-près semblables à celles de la surface extérieure du Cerveau , ou à celle que prend ce long Insecte de Mer nommé *Scolopendre* , & de-là a-t-on appelé cette Pierre *Scolopendrites*. Mais l'arrangement des Tuyaux n'empêche pas qu'ils n'aient pû être faits par des Vers ; leurs cloisons même ne détruisent point cette idée ; on en observe d'à peu-près pareilles dans la Coquille d'une espece de *Balanus* , qui est une de ces Coquilles qu'on a prises autrefois pour *Anatiferes*. Les Madrepores ordinaires ressemblent par la forme au Corail ; mais on leur voit comme aux Astroites des trous , à la vérité moins proches les uns des autres , mais partagés de même par des cloisons. Si les premières sont les ouvrages des Insectes , on doit avoir beaucoup de disposition à croire qu'ils ont aussi formé les autres. L'Auteur du nouveau système le



pense ainsi ; & ayant rangé tous les Madrepores dans une classe dont il détaille les especes , il met à la tête de cette classe la Coquille d'un *Balanus*. Enfin ce qu'on a dit des Madrepores, on pourra le dire des Pores , ou des productions pierreuses , qui ne diffèrent des précédentes que parce que les trous qu'on y apperçoit n'ont pas de cloisons. Ainsi en partant du *Tubularia* & du *Balanus*, & allant de proche en proche, l'Auteur vient au Corail, qu'il donne encore au genre animal.

3°. Il a observé que ces Fleurs qu'on avoit découvert sur le Corail, se trouvent dans les Madrepores & dans les autres productions pierreuses , & c'est une observation dont on doit lui sçavoir gré. Mais au lieu de les prendre pour des Fleurs, il les regarde comme des Insectes du genre appelé *Orties de Mer*. Les Orties de Mer connues jusqu'ici n'ont point de Coquilles, leur figure approche de celle d'un cone tronqué ; on en peut voir de représentées dans les Mémoires de l'Académie de 1710 ; de leur partie supérieure, ou de celle où le cone est tronqué, sortent un grand nombre de Cornes de la consistance de celle des Limaçons, qui font un effet agréable & singulier. On veut donc que l'écorce du Corail soit habitée par des Insectes de ce genre, & que ce qu'on a pris pour les pétales des Fleurs, soient les Cornes de ces Animaux, ou, pour parler comme l'Auteur du nouveau système, leurs Jambes & leurs Pattes. Ces parties ne paroissent que lorsque le Corail est dans l'eau ; quand on le met à l'air, elles rentrent dans une cavité. Il a vu même celles de quelques Madrepores s'agiter, ou agitées dans l'eau. Du milieu de ces Cornes, il a vu une partie s'élever & s'abaisser, s'ouvrir & se fermer.

4°. On trouve de ces prétendues Fleurs en toute saison ; les Plantes ont des saisons particulières pour fleurir.

5°. Le Corail a une liqueur laiteuse, par le moyen de laquelle on convient qu'il se multiplie. Cette liqueur est donc analogue au lait ou frais des Poissons.

6°. Autre analogie encore : lorsque l'écorce de ces Plantes se pourrit, elle répand une odeur de Poisson pourri.

7°. Par l'analyse chimique, on retire de ces écorces à peu près les mêmes principes qu'on retire des matières animales.

8°. Enfin le Corail, & tout ce qu'on appelle *Plantes pierreuses*, n'ont intérieurement aucune organisation ; leur écorce leur est simplement adhérente.

Voilà à quoi se réduisent les principales preuves par lesquelles on croit établir le nouveau système ; je doute qu'elles paroissent aussi solides qu'elles l'ont paru à son Auteur. La meilleure de toutes, qui peut-être ne seroit pas encore trop bonne, seroit d'être bien assuré, que ce qu'on a pris pour les Fleurs du Corail, sont véritablement des Insectes nichés dans sa substance ou dans son écorce ; il n'y a que les yeux qui en puissent convaincre. Cependant leur témoignage ne paroît ici rien moins que certain en faveur des Insectes, puisque celui qui les fait exister aujourd'hui, les ayant observé autrefois avec M. de Marfigli, les prit avec lui pour des Fleurs. Il est vrai qu'il prétend qu'il a vû de ces corps plus considérables sur des Madrepores. Il ne nous dit point précisément leur grosseur. Il a vû leurs Jambes agitées dans l'eau ; il a vû s'élever du centre quelque chose jusqu'au dessus de la circonférence, il a vû, dit-il, cette partie se dilater comme la prunelle. Dans tout cela on ne trouvera peut-être encore rien d'assés décisif ; un corps délié ne sçauroit être dans l'eau sans faire voir des mouvemens tels que l'Auteur les a vû. Mais ce qu'on appelle des Fleurs ne paroît que dans l'eau ; elles disparoissent dès qu'on les expose à l'air. Cela ne convient-il pas mieux à un Animal qui se retire à son gré dans sa niche, qu'à une Fleur ?

Mais n'avons-nous pas des Fleurs qui s'épanouissent le jour, & qui se ferment la nuit ; d'autres qui s'ouvrent le soir, & se ferment le matin ? L'épanouissement & le resserrement des pétales du Corail est plus subit que celui des Fleurs dont nous parlons. Mais l'est-il plus que ne le sont les mouvemens de la Sensitive ?

On trouve ces Fleurs en toute saison, & on n'en trouve aux Plantes terrestres qu'en certains temps. Il est pourtant de

celles-ci qui en ont presque toute l'année ; & la temperature de l'atmosphère qui environne les Plantes marines , n'étant pas sujet à des vicissitudes aussi grandes & aussi subites que celles de l'atmosphère des Plantes terrestres , il ne seroit pas étonnant qu'elles fussent toujours en fleurs. Si pourtant on vouloit refuser le nom de *Fleurs* à ces petits corps nouvellement observés sur le Corail , peut-être seroit-il difficile de démontrer qu'il leur est propre ? On n'a été conduit à le leur donner que par une analogie très vraisemblable , mais il n'en seroit pas plus prouvé qu'ils sont des Insectes.

Le lait du Corail ne paroîtra pas différent de celui de tant d'autres Plantes , qu'en ce qu'il sert à la propagation du Corail , s'il est absolument certain qu'il y serve. Mais quelle difficulté y a-t-il à imaginer que les Graines nagent dans ce lait. L'odeur animale que donne son écorce en se pourrissant , & les principes qu'on en tire par l'analyse , montrent seulement les différences qu'il y a entre les Plantes terrestres & les Plantes marines. Ces différences ont été connues jusqu'ici , & n'ont porté personne à les croire des productions animales. Ce principe seroit faire par des Animaux des Plantes molles de Mer qui sont incontestablement Plantes.

Enfin y eût-il des Animaux logés dans l'écorce du Corail , & dans celle des autres Plantes marines , que seroit-on en droit d'en conclure ? rien plus que ce qu'on conclut de quelques especes de Vers décrits par M. de Marfigli , qui rongent la substance du Corail.

Ce que l'Auteur dit de la structure du Corail , qui n'est pas propre à végéter , est plus solide , mais prouve seulement que le Corail n'est pas Plante , & ne prouve aucunement que son écorce ne le soit point.

Enfin eût-on rendu plus probable ce système singulier , on se verroit forcé à l'abandonner , dès qu'on penseroit à l'impossibilité qu'il y a de faire bâtir par des Insectes , d'une manière approchante de celle dont ils bâtissent leurs Coquilles , des corps , tel que le Corail , & que les autres corps qui portent le nom de *Plantes pierreuses*. Aussi ne paroît-il pas que



l'Auteur ait pû rien imaginer sur cela qui le satisfasse, ni rien à quoi il croye devoir s'en tenir. Quelquefois il semble vouloir que les Madrepores ne soient que différentes Coquilles réunies ; quelquefois qu'elles ne sont qu'un seul Coquillage. Par rapport au Corail, il paroît prendre un autre parti. Il veut que les Orties nichées dans l'écorce, ou en ses termes, dans la croute, déposent une liqueur, une gomme qui coule le long des sillons, qu'on apperçoit à la surface du Corail, qu'elle s'y arrête peu-à-peu & qu'elle s'y durcisse en pierre. Comment la liqueur pourroit-elle être fournie par tous ces Insectes assés également pour faire un corps continu, solide, & qui a une sorte de régularité ? La réunion de plusieurs Coquilles, comme il le veut pour les Madrepores, est encore plus difficile à concevoir. Au reste, mon dessein n'est pas de m'arrêter à faire valoir les difficultés, il suffit qu'on ait vû quels sont les fondemens de ce système.

Mais je l'ai déjà dit, & je le répète volontiers, nous devons beaucoup à son Auteur, pour les observations qu'il nous a données, & qu'il a été faire avec beaucoup de peine & de dépense jusque sur les Côtes d'Afrique. La formation du Corail me sembloit expliquée d'une manière plausible, par les grains pierreux que dépose son écorce ; il me paroissoit extrêmement probable que toutes les autres productions appelées *Plantes pierreuses*, étoient l'ouvrage d'une pareille mécanique. Mais il restoit pour cela à être assuré qu'elles avoient une écorce pareille à celle du Corail. Quand on nous les apporte, on a grand soin de les nettoyer, pour les faire paroître plus belles. On ne leur voit donc point d'écorce ; celles même qu'on pêche en sont souvent dépouillées. Mais l'Auteur du système nous apprend qu'il a trouvé plusieurs especes de Madrepores & de Pores recouvertes d'une matière gluante, qui est sans doute leur écorce. Il se seroit peut-être plus arrêté à nous faire voir la ressemblance qu'elles ont avec celle du Corail, s'il eût été moins plein de sa nouvelle idée.

Quoiqu'il en soit, dès que les Madrepores, les Pores, les Escaras, les Champignons de Mer, seront recouverts d'une  
écorce



écorce chargée de grains pierreux, la production de tous ces corps sera aussi facile à expliquer que celle du Corail. Les trous partagés par des cloisons, les especes de rézeaux, les feüillets, tout s'expliquera par les figures de leur écorce. Quand elle sera faite en rézeau, la masse pierreuse qu'elle produira aura aussi des trous semblables à ceux d'un rézeau, puisque la matière pierreuse ne sera déposée que par ce qu'il y a de plein dans l'écorce. L'écorce devient par-là une espece de moule, qui fournit lui-même la matière qu'il a à mouler. Mais c'est un moule capable d'accroissement, & dès-là on n'est pas surpris qu'un Astroite, par exemple, qui est un groupe de tuyaux partagés par des cloisons, ait moins de circonférence par en bas que par en haut, que chacun de ses tuyaux ayent aussi plus de diametre sur la partie de la pierre qui en a le plus, & qu'ils en ayent moins sur celle qui en a moins. L'écorce avoit moins d'étendue, lorsqu'elle a produit la plus petite partie; les mailles du rézeau qu'elle forme, étoient aussi alors plus serrées. Lorsque cette Plante croît, le nombre de ses mailles peut aussi augmenter, & alors la partie de la pierre, la dernière formée, aura plus d'ouvertures, plus de tuyaux, que celle qui a été formée la première. Enfin les figures les plus singulières de ces productions pierreuses, qu'on a appellées *Plantes pierreuses*, pourront être expliquées aisément au moyen de la seule écorce qui végète, & qui dépose des grains pierreux.



R E C H E R C H E S  
S U R L A R E C T I F I C A T I O N  
D E S B A R O M E T R E S.

Par M. SAURIN.

13 Août  
1727.

ON doit à feu M. Amontons un grand nombre d'observations nouvelles & utiles sur divers sujets de Physique & de Méchanique : mais les Mémoires de l'Académie sont particulièrement remplis des ingénieuses découvertes de cet Auteur par rapport au Thermometre & au Barometre. Il s'étoit appliqué long-temps avec beaucoup de succès à perfectionner ces deux sortes d'Instrumens, & il travailloit encore à la rectification du Barometre, quand il mourut.

Deux morceaux de lui sur cette matière, qui se trouvent dans les Mémoires de 1704, ont donné occasion aux recherches que je propose ici. Dans ces deux pièces, M. Amontons examine un inconvénient commun au Barometre simple & au Barometre double ; & après avoir fait connoître l'erreur que cet inconvénient cause dans les deux Barometres, il donne les moyens de la corriger dans l'un, & de l'éviter dans l'autre.

Tout le monde sçait que l'inconvénient consiste, en ce que la Pesanteur de l'Air n'agit pas seule dans les Barometres ; la chaleur a part aussi aux variations que l'on y observe : par-là ces variations deviennent un effet équivoque, & par conséquent une mesure incertaine & trompeuse des changemens de pesanteur de l'Athmosphère.

S'il est question, par exemple, du Barometre simple ; le degré de pesanteur de l'Air demeurant le même, la chaleur peut cependant augmenter ou diminuer, & le Mercure venant ainsi à se rarefier ou à se condenser, on le verra hauffer

ou baïſſer, & l'on tombera dans l'erreur, en attribuant l'effet obſervé à quelque augmentation, ou à quelque diminution du poids de l'Athmoſphere. Les deux cauſes agiſſant enſemble, ſoit en même ſens, ſoit en ſens contraire, feront varier l'erreur, mais elle ſubſiſtera toujours.

Suivant les expériences de M. Amontons, du plus grand froid au plus grand chaud de nôtre climat, le Mercure ſe dilate de la cent quinzième partie de ſon volume; c'eſt-à-dire, qu'une colonne de Mercure de 115 lignes dans le grand froid, devient une colonne de 116 lignes dans le grand chaud; & une colonne de trois fois 115 lignes, qui font 28 pouces 9 lignes, devient une colonne de trois fois 116 lignes, qui font 29 pouces; ce qui donne 3 lignes de différence. Si l'on ſuppoſe donc un degré de peſanteur de l'Athmoſphere, qui dans le grand froid ſoutienne le Mercure à la hauteur de 28 pouces 9 lignes, le même degré de peſanteur dans le grand chaud ſoutiendra le Mercure à la hauteur de 29 pouces, & l'on croira mal-à-propos le poids de l'Athmoſphere augmenté de 3 lignes. Comme dans ce Pays la hauteur du Barometre ſimple ne paſſe pas 29 pouces, & qu'elle eſt même toujours au deſſous, il ſ'enſuit que l'erreur de ce Barometre ne va point au de-là de 3 lignes: auffi eſt-ce à 3 lignes que M. Amontons a déterminé la plus grande erreur.

Maintenant il eſt clair qu'en ſuppoſant invariable le plus grand poids de l'Athmoſphere, les variations de la chaleur feront parcourir ces 3 lignes au Barometre, pendant que le Thermometre parcourra, en allant du plus grand froid au plus grand chaud, toute l'étenduë des degrés compris entre ces deux termes. Si cette étenduë eſt de 96 lignes, comme dans le Thermometre de M. Amontons, les 96 lignes du Thermometre ſeront parcouruës dans le même temps que les 3 lignes du Barometre; & par conſéquent pour chaque ligne du Thermometre, on aura dans le Barometre la 96<sup>e</sup> partie de 3 lignes, ou  $\frac{1}{32}$  de ligne, qu'il faudra retrancher de la hauteur

284 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
du Mercure; & la hauteur ainsi corrigée, donnera la pesanteur  
précise de l'Athmosphère.

C'est sur ce fondement que M. Amontons a dressé une  
Table à deux colonnes. Il a mis dans l'un les degrés de  
de son Thermometre divisés par lignes, & dans l'autre vis-à-  
vis de chaque ligne les corrections qui leur conviennent, ou  
les  $\frac{1}{32}$  de ligne qu'on doit retrancher de la hauteur du Baro-  
metre. Il est évident que cette Table n'est exacte que dans le  
seul cas d'une pesanteur de l'Athmosphère de 28 pouces 9 li-  
gnes; car ce n'est que dans ce cas, ainsi qu'on vient de l'exposer,  
que le plus grand chaud donne 3 lignes d'erreur; & justement  
dans ce cas la Table est inutile, puisqu'elle ne fait connoître  
que ce qu'elle suppose connu; sçavoir, le même degré de  
pesanteur, sur le pied duquel, pris pour invariable, elle a été  
construite. M. Amontons n'a pas laissé de la proposer pour  
toutes les variations de pesanteur, en avertissant qu'il n'y a  
pas d'erreur considérable à craindre: & il a eu raison. L'erreur  
ne peut aller au plus qu'à  $\frac{1}{3}$  de ligne; c'est dans le cas de la  
plus petite pesanteur de l'air, jointe au plus grand chaud; car  
la colonne de Mercure qui soutient ici le plus petit poids de  
l'Athmosphère, n'est jamais au-dessous de 25 pouces  $\frac{1}{2}$  ou  
306 lign. dont la  $\frac{1}{115}$  partie est de 3 lign. moins  $\frac{1}{3}$  de ligne.

On auroit lieu sans doute d'être très satisfait du Barometre,  
si l'on pouvoit s'assurer de la justesse de cet Instrument à un  
tiers de ligne près. Je suis fort éloigné de croire que dans  
l'usage on doive compter sur une si grande exactitude. Bien  
plus, des expériences certaines m'ont convaincu que l'on  
s'écartoit de cette exactitude, en voulant en approcher, & que  
l'erreur qu'on prétend corriger dans le Barometre simple, s'y  
trouvoit corrigée par l'inexactitude même, qui est inévitable  
dans la construction de ces sortes d'Instrumens. Cependant  
pour la spéculation, & à l'égard du calcul, on pourroit avoir  
une précision entière, en supposant tout ce que je viens  
d'expliquer.

La correction du Barometre simple dépend, comme on a



vû, de cette regle générale, que dans le plus grand chaud, en diminuant d'une 116<sup>e</sup> partie la hauteur donnée par l'observation, on a exactement celle qui convient à la pesanteur seule de l'Athmosphère; je dis une 116<sup>e</sup> partie, parce que la 116<sup>e</sup> partie de la hauteur entière est la même chose que la 115<sup>e</sup> de la hauteur après la diminution. Prenant donc un degré quelconque de pesanteur de l'Athmosphère, par exemple, celui de 28 pouces 9 lignes; & sur le pied de cette pesanteur supposée constante, dressant une Table comme celle de M. Amontons, pour tous les degrés de chaleur divisés par lignes, avec le secours de cette Table & d'une seule regle de trois, on aura dans toutes les variations du Barometre la pesanteur précise de l'air dans le temps de l'observation. A la pesanteur, prise pour constante de la Table, on ajoutera l'équation ou la correction qui dans cette même Table répond au degré de chaud indiqué par le Thermometre au moment de l'observation; ce sera le premier terme de la proportion; la hauteur observée sera le second, & l'on mettra dans le troisième l'équation seule; le quatrième terme qui viendra, sera l'équation qui convient à la hauteur observée; c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de cette hauteur pour avoir au juste la pesanteur que l'on veut connoître; ou bien on mettra au troisième terme la pesanteur seule de la Table, & le quatrième donnera la pesanteur cherchée.

Soit, par exemple, la hauteur que donne l'observation, 26 pouces 2 lignes, ou 314 lignes, & soit le Thermometre à 64 lignes au-dessus du plus grand froid; à ces 64 lignes répondront dans la Table  $\frac{64}{32}$  de ligne, ou 2 lignes d'équation pour ce degré de chaud sur le pied de la pesanteur de 28 pouces 9 lignes, ou 345 lignes, qui est celle de la Table; en ajoutant les 2 lignes aux 345, on aura 347 lignes. On fera donc cette analogie; comme 347 lignes (pesanteur constante plus les deux lignes d'équation) sont à 314 lignes, (hauteur observée) ainsi les deux lignes d'équation sont à un quatrième terme, qui sera ce qu'il faut retrancher de la hauteur observée; il viendra pour quatrième terme dans cet

exemple  $1 + \frac{14\frac{1}{2}}{169}$ , ou environ  $1 + \frac{6}{7}$ , ou  $\frac{13}{7}$ , & ôtant ces  $\frac{13}{7}$  de 314, qui est la hauteur donnée par l'observation, il restera 312 &  $\frac{1}{7}$  pour la hauteur dûë à la pesanteur seule de l'Athmosphère. Si sans faire cette analogie, on avoit retranché les deux lignes d'équation que donne la Table, on n'auroit eû pour la pesanteur cherchée que 313 lignes, quantité moindre de  $\frac{1}{7}$  de ligne que la véritable.

Mais tout cela est si peu de chose qu'on n'auroit eu garde d'en parler, s'il n'avoit été nécessaire en quelque sorte de dire un mot du Barometre simple, avant que de passer au Barometre double, qui est le seul objet que l'on s'est proposé dans cette recherche. Il y a dans ce Barometre une complication d'erreur qui demande quelque attention, & qu'on ne sçauroit même démêler exactement sans le secours de l'Analyse. A la rarefaction de Mercure se joint ici celle de la liqueur, & la confusion qui naît de ces deux causes est beaucoup augmentée par les capacités différentes des Boîtes & des Tuyaux. Pour ne pas embarrasser la difficulté, considérons d'abord la rarefaction seule du Mercure, & la variation qu'elle produit dans le Barometre double, indépendamment de la rarefaction de la liqueur; on verra ensuite plus aisément quelle modification cette dernière cause apporte à l'effet de la première.

La colonne de Mercure prise depuis le niveau de la hauteur où le Mercure est dans la Boîte inférieure, jusqu'à la hauteur qu'il a dans la Boîte supérieure; c'est-à-dire, la colonne marquée  $DA$  ou  $DK + KA$ , est soutenue en partie par le poids de l'Athmosphère, & en partie par celui de la liqueur. Cette colonne étant en équilibre avec ces deux poids dans le grand froid, il s'en faut beaucoup qu'elle ne soit encore en équilibre avec les mêmes poids dans le grand chaud. Pour demeurer en équilibre, il faudroit, selon les remarques précédentes, que si elle étoit de 28 pouces 9 lignes dans le grand froid, elle eût 3 lignes de plus dans le grand chaud, & qu'elle fût de 29 pouces; mais le Tuyau est si menu par rapport à la Boîte, que la dilatation du Mercure par le grand chaud, laquelle augmenteroit considérablement

la hauteur de la colonne, si le Tuyau étoit continué sans Boîte, ne donne dans la Boîte qu'une augmentation de hauteur presque insensible.

Supposons que le diametre du Tuyau soit d'une ligne, & celui de la Boîte d'un pouce ou de 12 lignes; la capacité de la Boîte sera à celle du Tuyau, comme 144 à 1; car les capacités sont entr'elles comme les quarrés des diametres. Supposons encore que dans les deux Boîtes considérées comme de parfaits Cylindres, il y ait en tout un pouce & demi de Mercure. Supposons enfin, que le Tuyau recourbé qui en est rempli dans toute sa longueur depuis une Boîte jusqu'à l'autre, soit égal à un Cylindre droit de même base, & de 32 pouces de longueur, qui est en effet à peu près celle qu'on lui donne ordinairement, les trois demi-pouces des Boîtes rempliroient dans un Tuyau de même diametre que celui que nous supposons, 144 fois trois demi-pouces, ou 216 pouces, qui ajoutés aux 32, font 248 pouces: ainsi voilà 248 pouces de Mercure, à les mesurer dans un Tuyau d'une ligne de diametre.

Maintenant le grand chaud les dilatant d'une  $\frac{1}{115}$  partie, donneroit une augmentation de deux pouces & deux lignes, ou de 26 lignes; mais dans la Boîte dont la capacité est 144 fois aussi grande que celle du Tuyau, ces 26 lignes se réduiront à une hauteur, qui ne sera que la 144.<sup>e</sup> partie de 26 lignes; ce qui ne va pas à  $\frac{1}{5}$  de ligne.

On voit donc par ce calcul, qu'une colonne de Mercure de 28 pouces 9 lignes, faisant équilibre dans le grand froid avec le poids de l'Athmosphère, joint à celui de la liqueur, ne devient plus longue dans le grand chaud, que d'une quantité à peine sensible dans la Boîte, au lieu qu'elle devoit s'allonger de trois lignes pour demeurer en équilibre avec les mêmes poids: d'où il arrivera que ces poids seront baïsser dans la Boîte inférieure, & hauffer dans la supérieure le Mercure, jusqu'à ce que la colonne comprise entre les deux surfaces, ait les trois lignes de plus que demande l'équilibre.

Quand je dis les trois lignes de plus que demande l'équilibre,

cela s'entend, le poids de la liqueur demeurant le même; ce qui ne sçauroit être : car le Mercure ne peut baïsser dans la Boëte inférieure de la moitié de trois lignes, ou d'une ligne & demie, que la liqueur ne baïsse de la même quantité dans la même Boëte, & cette abbaïssement en produira un dans le petit Tuyau de la liqueur, qui sera à celui de la Boëte comme le quarré du diametre de la Boëte au quarré du diametre du Tuyau. Il s'en faudra donc de beaucoup que la liqueur n'ait la même hauteur qu'elle avoit auparavant, & par conséquent qu'elle ne soutienne la même partie du Mercure qu'elle soutenoit : ainsi le Mercure remontera dans la Boëte inférieure, & fera remonter la liqueur dans le Tuyau jusqu'à un point d'équilibre qui donnera à la colonne de Mercure, comprise entre les deux surfaces, moins de 3 lignes de plus, c'est-à-dire, qui lui ôtera une partie des 3 lignes de plus qu'elle avoit, & qui rendra à la liqueur moins de hauteur qu'elle n'avoit avant la dilatation du Mercure, mais plus qu'elle n'en conservoit dans la supposition du Mercure baïssé d'une ligne & demie dans la Boëte inférieure.

Mais ce n'est pas là tout. Nous n'avons point encore considéré l'effet de la rarefaction de la liqueur ; nouvelle considération qui fait un nouvel embarras. La liqueur en se rarefiant devient moins pesante, & occupe plus de place; si elle étoit toute contenuë dans un même Tuyau, sa hauteur n'augmenteroit qu'à proportion de ce qu'elle perd de sa pesanteur, & l'équilibre se maintiendrait; mais par la différence des capacités de la Boëte & du petit Tuyau, la rarefaction la fait monter dans le petit Tuyau bien au de-là de la hauteur qui suffiroit pour lui conserver son poids sur le Mercure; elle fera donc descendre le Mercure dans la Boëte inférieure, jusqu'à ce qu'elle même soit descenduë au point de hauteur qui lui est nécessaire pour contrepeser la partie qu'elle doit soutenir de la nouvelle colonne de Mercure.

Voilà les difficultés qu'il faut démêler par l'analyse, pour déterminer dans l'exactitude géométrique la part qu'a la chaleur dans les variations du Barometre double de M. Hughsens; & pour



& pour se mettre en état d'en diminuer l'erreur avec lumière. Mes recherches sur cela se bornent dans la solution des Problèmes suivans.

## PROBLEME I.

*Les Volumes du Mercure & de la liqueur étant donnés avec le rapport de leurs pesanteurs entr'elles, & celle de l'Athmosphère; les diametres des Tuyaux & des Boîtes; les longueurs HL, LSG du Tuyau rempli de Mercure, & la hauteur VP de la Boîte inférieure étant aussi des grandeurs données; trouver la hauteur F de la liqueur dans l'état d'équilibre.*

Soient  $t$  le diametre du Tuyau  $HL SG$ ;  $\theta$  celui du Tuyau  $ER$ , &  $a$  celui des Boîtes, lesquelles je suppose d'égal diametre. Si l'on nomme  $m$  la longueur d'un Tuyau que la quantité donnée de Mercure rempliroit, & qui est supposé d'un diametre égal à  $t$ , &  $n$  la longueur que la quantité donnée de la liqueur occuperoit dans un Tuyau comme le sien du diametre  $\theta$ ; le produit  $mtt$  exprimant la quantité du Mercure,  $n\theta\theta$  exprimera celle de la liqueur. Soient  $g$  la pesanteur du Mercure, &  $f$  celle de la liqueur. Soient enfin les autres quantités données  $VP, h$ ; la longueur du Cylindre égal à  $GGSSLL$ ,  $b$ ;  $LH, c$ ;  $DO$  ou  $DK + KO$ , (longueur de la colomne de Mercure soutenuë par le poids seul de l'Athmosphère)  $d$ .

Nommant  $EF, x$ , on a la quantité de liqueur contenuë dans la partie du Tuyau  $EFFE = \theta\theta x$ , & la quantité contenuë dans la partie de la Boîte  $CVVC = CV \times aa$ ; & la somme de ces deux quantités étant égale à toute la quantité donnée, qui est  $n\theta\theta$ , on a  $\theta\theta x + CV \times aa = n\theta\theta$ , ou  $CV \times aa = n\theta\theta - \theta\theta x$ , & par conséquent  $VC = \frac{n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$ .  $CP = VP - VC = \frac{aa h - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$ ; & la capacité  $CPPC = aa h - n\theta\theta + \theta\theta x$ . La recourbure  $GLLG = bt$ ;  $LHHL = ct$ ; la hauteur  $BH = LH - LB$  ou  $PC = \frac{aac - aa h + n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$ ;  $KO = DO$ .

—  $DK$  ou  $BH = \frac{aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$ , & la capacité  $KOOK = aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x$ .

$OA$ , hauteur de la partie du Mercure soustenuë par le poids de la liqueur, se trouve par cette Analogie,  $g$  (pesant-  
 teur du Mercure).  $f$  (pesant-  
 teur de la liqueur) :  $FE + VC$   
 $\left( \frac{aax + \theta\theta x - n\theta\theta}{aa} \right) \cdot \frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{gua} = OA$ ,  
 & la capacité  $OAAO = \frac{faax + f\theta\theta x - fn\theta\theta}{g}$ .

Maintenant la quantité donnée de Mercure remplissant les  
 capacités  $CPPC$ ,  $GLLG$ ,  $LHHL$ ,  $KOOK$  &  $OAAO$ ,  
 on a  $mtt = aah - n\theta\theta + \theta\theta x + btt + ctt + aad$   
 $- aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x + \frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{g}$ ; ou  
 $2g\theta\theta x + faax - f\theta\theta x = gmtt + 2gn\theta\theta + gaac$   
 $- 2gaah - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta$ ; d'où l'on  
 tire l'égalité  $A$ .

$$A...x = \frac{gmtt + 2gn\theta\theta + gaac - 2gaah - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta}{2g\theta\theta + faa - f\theta\theta}.$$

*Ce qu'il falloit trouver.*

## PROBLEME II.

*La pesant-  
 teur de l'Atmosphere demeurant la même, & toutes les  
 grandeurs données dans le Problème précédent, étant encore  
 données dans celui-ci, trouver la différence de la hauteur de la  
 liqueur dans le grand chaud, à sa hauteur dans le grand froid.*

## SOLUTION.

Ce que la dilatation du Mercure & de la liqueur dans le  
 grand chaud ajoute à leurs volumes étant connu, & par  
 conséquent aussi le nouveau rapport de leurs pesanteurs, je  
 prends  $mtt \times \frac{1}{g}$  pour l'augmentation du volume précédent  
 $mtt$  du Mercure, &  $n\theta\theta \times \frac{1}{f}$  pour celle du volume  $n\theta\theta$  de

la liqueur ; & nommant les nouvelles pesanteurs  $f, v$ , je mets dans la précédente égalité  $A$ , au lieu de  $mtt$ ,  $mtt + \frac{1}{q} mtt$  ; au lieu de  $n\theta\theta$ ,  $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$  ; &  $f, v$ , au lieu des pesanteurs  $g, f$ . Je mets aussi pour  $d$  ( hauteur dans l'égalité  $A$  de la colonne du Mercure, soutenuë par le poids seul de l'Athmosphère )  $d + \frac{1}{q} d$ , à cause du nouveau rapport de la pesanteur du Mercure à celle de l'Athmosphère qui demeure la même. Cette substitution changera l'égalité  $A$  du grand froid, en l'égalité  $B$  du grand chaud

$$\begin{aligned} B...x = & f mtt + \frac{1}{q} f mtt + 2 f n\theta\theta + \frac{1}{r} \times 2 f n\theta\theta + f aac \\ & - 2 f aah - f bbt - f ctt - f aad - \frac{1}{q} f aad - v n\theta\theta \\ & - \frac{1}{r} v n\theta\theta \times \frac{1}{2 f \theta\theta + v aa - v \theta\theta}. \end{aligned}$$

Il est évident que substituant dans les deux égalités  $A$  &  $B$ , au lieu des lettres leurs valeurs données, on aura deux valeurs de  $x$  ( hauteur de la liqueur ) l'une pour le froid, & l'autre pour le chaud ; & que retranchant l'une de l'autre, leur différence sera celle des hauteurs. *Ce qu'il falloit trouver.*

*Exemple.* Si la liqueur du Barometre est de l'Esprit de vin, & que  $mtt$  &  $n\theta\theta$  soient les volumes de Mercure & d'Esprit de vin donnés dans le grand froid ; la pesanteur du Mercure dans le grand froid étant à celle de l'Esprit de vin comme 16 à 1, on aura pour ce cas du grand froid l'égalité  $C$ .

$$C...x = \frac{16 mtt + 31 n\theta\theta + 16aac - 32aah - 16bbt - 16cct - 16aad}{31\theta\theta + aa}.$$

Mais, comme on a déjà dit, les volumes  $mtt$  &  $n\theta\theta$  devenant dans le grand chaud  $mtt + \frac{1}{q} mtt$  ;  $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$  ; c'est-à-dire, suivant les expériences de M. Amontons, & de plusieurs autres,  $mtt + \frac{1}{115} mtt$ , &  $n\theta\theta + \frac{1}{27} n\theta\theta$ .  $d$  devenant aussi  $d + \frac{1}{115} d$ , & le rapport de la pesanteur du Mercure à celle de l'Esprit de vin étant alors celui de 33 à 2,

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
on aura pour le cas du grand chaud l'égalité *D*.

$$D..x = 33mtt + \frac{33}{115}mtt + 64n\theta\theta + \frac{64}{27}n\theta\theta + 33aac \\ - 66aah - 33btt - 33ctt - 33aad - \frac{33}{115}aad \times \\ \times \frac{1}{64\theta\theta + 2aa}.$$

Et multipliant le numérateur & le dénominateur de la fraction par  $27 \times 115 = 3105$ , il viendra l'égalité *E*.

$$E...x = 103356mtt + 206080n\theta\theta + 102465aac \\ - 204930aah - 102465btt - 102465ctt \\ - 103356aad \times \frac{1}{198720\theta\theta + 6210aa}.$$

Soient présentement les grandeurs désignées par les lettres qui restent, prises telles qu'on les voit ici :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 12; \\ t = 1; \\ \theta = \sqrt{\frac{1}{2}}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} b = 48 \text{ lign.} \\ c = 336 \text{ lign.} \\ d = 340 \text{ lign.} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} h = 46. \\ m = 2908 + \frac{1}{2}. \\ n = 11664. \end{array} \right.$$

On aura  $mtt = 2908$  lignes & demie de Mercure dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui donnent 242 pouces, 4 lignes & demie, quantité ordinaire. On aura aussi  $n\theta\theta = 11664$  lignes, d'Esprit de vin dans un Tuyau d'un diametre  $= \sqrt{\frac{1}{2}}$  ligne ou 5832 lignes dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui sont 40 lignes & demie dans la Boëte inférieure, dont le diametre est supposé de 12 lignes. C'est la quantité d'Esprit de vin que M. Amontons prenoit pour détruire l'erreur du Barometre.

En substituant dans l'égalité *C* ces valeurs données, on trouvera  $x = 0$ ; c'est-à-dire, que la hauteur de l'Esprit de vin dans le grand froid sera à niveau de la Boëte, ou de l'entrée dans le petit Tuyau.

Mais en substituant ces mêmes valeurs dans l'égalité *E* du grand chaud, on trouvera  $x = 3$  lignes  $+\frac{2303}{497800}$ ; c'est-à-dire, que dans le grand chaud, la hauteur de l'Esprit de vin



dans le petit Tuyau, fera d'un peu plus de 3 lignes; ce qui ne donne pas une erreur de  $\frac{1}{4}$  de ligne de Mercure.

## PROBLEME III.

Toutes les grandeurs données dans le précédent, étant encore données dans celui-ci, excepté le volume de la liqueur; trouver ce volume requis pour que l'équilibre se conserve à la même hauteur dans le grand froid, & dans le grand chaud.

## SOLUTION.

En mettant dans les égalités  $A \& B$ , les valeurs données; on tirera deux valeurs de  $x$  en  $n$  par la supposition: ces deux valeurs étant égales, leur comparaison donnera la valeur de  $n$ ; cette valeur étant mise dans l'une ou dans l'autre des deux égalités  $A \& B$ , on en tirera la valeur de  $x$ .

Si l'on prend le même volume de Mercure qu'auparavant  $= 2908$  lignes &  $\frac{1}{2}$ , & que la liqueur soit encore de l'Esprit de vin, on trouvera  $n\theta\theta$  qui en exprime le volume requis,  $= 5848 + \frac{1}{2} + \frac{8081497}{28733440}$ , valeur qui donnera celle de  $x = 6$  & un peu moins de  $\frac{11}{18}$ ; c'est-à-dire, que le volume d'Esprit de vin que l'on demande, est de  $5848 + \frac{1}{2} + \frac{8081497}{28733440}$ , & que la hauteur d'Esprit de vin est hors de la Boîte de 6 lignes & un peu moins de  $\frac{11}{18}$ .

A présent si l'on veut trouver une valeur d'Esprit de vin qui donnât la même hauteur dans le grand froid & dans le grand chaud, en prenant  $x$  dans la Boîte, il faudroit former deux nouvelles égalités. Pour cet effet, soit la surface supérieure de l'Esprit de vin en  $NN$ , & soit  $VN$  ou  $EF$  Fig. 2. appelée  $x$ , on aura  $CPPC = aah - n\theta\theta - aax$ ;  $KOOK = aad - aac + aah - n\theta\theta - aax$  &  $OAAO = \frac{f}{g} \times n\theta\theta$ ; d'où l'on tirera l'égalité  $F$  du grand froid.

$$F \dots x = \frac{2gaah + gaad + gbtt + gctt + fn\theta\theta - 2gn\theta\theta - gmtt - gaac}{2gaa}.$$

Sur cette égalité on formera celle du grand chaud, & en

faisant ensuite les substitutions, & toutes les opérations requises, on trouvera  $n66$  qui exprime le volume de l'Esprit de vin,  $= 543$  1 lignes  $\frac{1}{2}$ , & quelque chose de plus, valeur qui donnera celle de  $x = 2$  lignes  $\frac{3}{4}$  environ, c'est-à-dire, que le volume cherché d'Esprit de vin est de 543 1 lign.  $\frac{1}{2}$  & un peu plus dans un Tuyau d'une ligne de diamètre, & que la hauteur de l'Esprit de vin est dans la Boîte au dessous de l'entrée du Tuyau  $ER$  2 lign.  $\frac{3}{4}$  environ.

## P R O B L E M E I V.

*Tout ce qui regarde les Boîtes, les Tuyaux & les Pesanteurs, étant encore donné, déterminer le volume du Mercure & celui de la liqueur nécessaire, pour que l'équilibre, dans le grand froid & dans le grand chaud, se fasse à une même hauteur donnée.*

## S O L U T I O N.

Nous supposons toujours que la liqueur est de l'Esprit de vin. Les valeurs données étant substituées dans les égalités  $C$  &  $D$ , on n'aura d'inconnuës que  $m$  &  $n$ . Prenant donc deux valeurs, ou de  $n$ , ou de  $m$ , c'est-à-dire, de l'inconnuë qu'on voudra dégager la première, & cette valeur étant substituée dans l'une ou dans l'autre des deux égalités, donnera la valeur de l'autre inconnuë.

Soit, par exemple, la hauteur donnée  $= 0$ ; c'est-à-dire, si l'on veut que la surface supérieure de la liqueur soit à niveau de la surface supérieure de la Boîte, dans le grand froid & dans le grand chaud, on trouvera par les opérations prescrites, que le volume du Mercure doit être de 3913 lignes  $+\frac{1547}{23311}$ , & celui de l'Esprit de vin, de 5151  $+\frac{1}{2} + \frac{25}{63}$   $+\frac{8470}{23311} \times 30$  environ 5152 lignes.

## PROBLEME V.

Les deux Boîtes Q & T ont un diametre égal, & ce diametre est à celui du Tuyau ER ::  $a . \theta$ . Il y a du Mercure dans les Boîtes & dans le Tuyau recourbé depuis CC jusqu'à AA. Le Mercure est soutenu à la hauteur DA, au dessus du niveau, par le poids de l'Athmosphère, joint à celui de la liqueur contenuë dans la Boîte T, & dans le Tuyau depuis CC jusqu'à EF. Fig. 3.

On demande la hauteur R, telle que la liqueur y étant en équilibre, la colonne de Mercure soutenuë par le poids seul de l'Athmosphère, soit moindre qu'elle n'étoit de la quantité donnée l.

Appellant DA,  $d$ ; la hauteur CF donnée  $e$ , la pesanteur spécifique du Mercure  $g$ , & celle de la liqueur  $f$  soit  $FR = x$ , la liqueur ne peut monter dans le Tuyau, que le Mercure ne descende dans la Boîte Q, & ne monte par conséquent dans la Boîte T. Supposons qu'il soit descendu de A en I dans l'une, & monté de C en M dans l'autre, il est évident que la descente AI du Mercure dans la Boîte Q, où la hauteur CM à laquelle il est monté dans la Boîte T, doit être à FR ( $x$ ) en raison réciproque de  $AA^2$  ou  $CC^2$  ( $aa$ ) à  $FF^2$  ( $\theta\theta$ ); on aura donc  $AI$  ou  $CM = \frac{\theta\theta x}{aa}$ ; on a  $IM = AD - AI - DM$  ou  $CM = d - \frac{2\theta\theta x}{aa}$ ; on a aussi  $FR - CM = x - \frac{\theta\theta x}{aa}$ .

Cela posé, la colonne IM n'étant plus petite que la colonne AD, que de la quantité  $AI + CM$ , c'est-à-dire de deux AI ou de deux CM ( $\frac{2\theta\theta x}{aa}$ ) & n'étant pas diminuée de toute la quantité l, il s'ensuit que la hauteur  $l - 2 AI$  est soutenuë par  $FR - CM$  ( $x - \frac{\theta\theta x}{aa}$ ) ainsi on aura  $g . f :: x - \frac{\theta\theta x}{aa} . l - \frac{2\theta\theta x}{aa}$ ; ce qui donne, en

multipliant les moyens & les extrêmes  $fx - \frac{f\theta\theta x}{aa} = gl$   
 $- \frac{2g\theta\theta x}{aa}$ , ou  $aafx - f\theta\theta x + 2g\theta\theta x = aagl$ , &

$x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta}$ . Si l'on fait  $aa = 288$ ,  $\theta\theta = 1$ ;

$g = 16$ ,  $f = 1$ , on aura  $aagl = 1 \times 288 \times 16 =$   
 $46081$ , &  $aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta = 288 - 1 + 32$

$= 319$ ; donc  $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta} = \frac{4608}{319} 1 = 1$

$\times 14 + \frac{1+2}{319}$ . *Ce qu'il falloit trouver.*

On trouvera pour le grand chaud, en faisant  $g = 33$  &  
 $f = 2$ ,  $x = 1 \times 14 + \frac{563}{575} = 1 \times 15 - \frac{12}{575}$ .

Dans le chaud moyen où  $g = 65$ , &  $f = 4$ , il viendra  
 $x = 1 \times 14 + \frac{1162}{1633}$ .

Ainsi pour avoir dans le Barometre double dont il s'agit, la quantité de lignes de Mercure, dont le poids de l'Athmosphere est diminué ou augmenté, il n'y a qu'à multiplier la quantité des lignes de diminution ou d'augmentation que donne la liqueur par 319, & diviser le produit par 4608 dans le grand froid. Pour le grand chaud, il faut multiplier par 575, & diviser par 8623. Dans ce dernier cas on peut, sans aucune multiplication, diviser seulement par 15, l'erreur n'étant par ligne de Mercure que de  $\frac{1}{48}$  de ligne d'Esprit de vin; de sorte que si la différence entre la plus petite pesanteur & la plus grande n'étoit que de 24 lignes de Mercure, l'erreur totale ne seroit que d'une demi-ligne d'Esprit de vin, ce qui ne donne que  $\frac{1}{50}$  de ligne de Mercure. Pour le grand froid, on peut aussi sans aucune erreur sensible multiplier par 2 au lieu de 319, & diviser par 29 au lieu de 4608; l'erreur totale n'ira pas à deux lignes d'Esprit de vin, ce qui donne moins de  $\frac{1}{7}$  de ligne de Mercure.





Fig. 2.

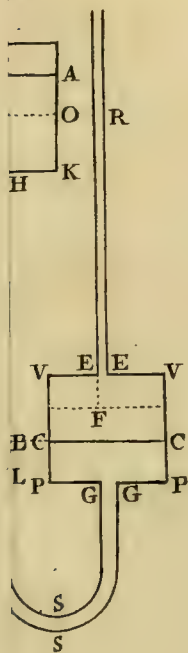


Fig. 3.

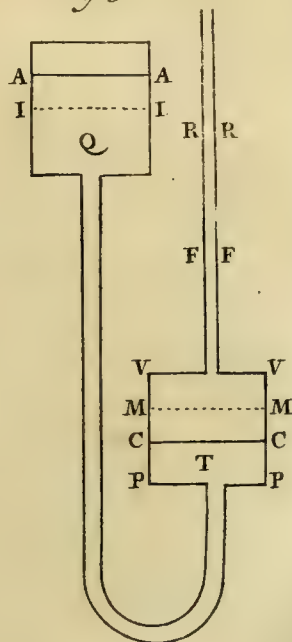


Fig. 1

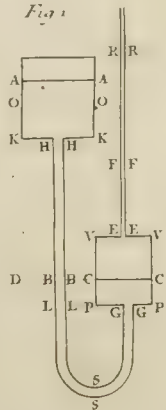


Fig. 2

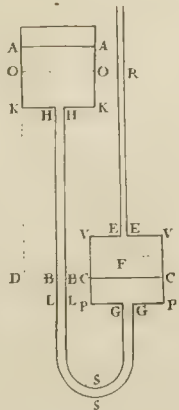
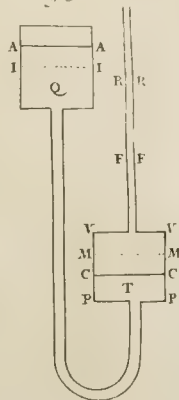


Fig. 3



R E M A R Q U E S  
SUR  
LES POLYGONES REGULIERS  
INSCRITS ET CIRCONSCRITS.

Par M. DU FAY.

T H E O R E M E I

*La différence de deux Polygones semblables (PFHZ & EGBT) Fig. 13  
l'un inscrit & l'autre circonscrit au Cercle (TBGE) est égale  
à un Polygone semblable inscrit au Cercle (KFRH) dont le  
diametre (FH) est égal au côté du Polygone (PH) circonscrit,  
ou circonscrit au Cercle (LN) qui a pour diametre une ligne  
égale au côté (EG) du Polygone inscrit.*

ON inscrira & on circonscrira à un Cercle deux Poly- 6 Déc.  
gones semblables, & on les disposera de façon, que les 1727.  
Angles de l'inscrit touchent le milieu des côtés du circonscrit.  
On tirera la ligne  $AF$  du centre qui partagera  $EG$  en deux  
également. Sur un des côtés  $FH$ , comme diametre, on dé-  
crira un Cercle, dans lequel on inscrira un Polygone sembla-  
ble, dont on appliquera un des côtés sur la ligne  $AF$ . Je dis  
que ce petit Polygone est égal à la différence du Polygone  
circonscrit au Polygone inscrit.

D É M O N S T R A T I O N.

La différence du Polygone inscrit au circonscrit étant égale  
à la somme des Triangles  $EFG$ ,  $GHB$ , &c. & le petit Po-  
lygone qui doit être égal à cette différence, étant composé  
d'un pareil nombre de Triangles égaux à  $KGF$ , il s'agit seu-  
lement de prouver que  $KGF$  est égal à  $GFE$ . Le Triangle  
 $GFL$  leur est commun,  $EL$  est égal à  $LG$  par la construction,

*Mem. 1727.*

. P p

$KG$  est égal à  $EF$ , puisque  $KG$  est un rayon du Cercle, & que  $EF$  est moitié de  $PF$ , ou de  $FH$ , diametre de ce même Cercle; les Angles  $KLG$  &  $ELF$  sont droits; donc le Triangle  $ELF$  est égal au Triangle  $KLG$ ; donc le Polygone entier  $FKMSR$  est égal à la différence du Polygone inscrit au circonscrit.

On voit que ce Polygone qui exprime la différence, est égal à celui qui seroit circonscrit au Cercle, dont le diametre seroit un des côtés du Polygone inscrit; car chacun des Triangles qui le composent, a pour hauteur  $GL$ , qui est un rayon de ce Cercle, & moitié du côté du Polygone inscrit. On tire de cette seconde partie du Théorème le Corollaire suivant, qui est une proposition déjà connue, mais qui servira dans la suite.

### C O R O L L A I R E I.

Les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones réguliers sont entr'eux comme les Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, puisqu'ils peuvent être regardés comme ayant pour diametres les côtés des Polygones alternativement inscrits & circonscrits au Cercle; ainsi le Cercle circonscrit au Quarré, est au Cercle inscrit, comme le Quarré circonscrit au Cercle, est au Quarré inscrit, & ainsi des autres.

### C O R O L L A I R E II.

Il suit de-là que si deux Cercles sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit à un Polygone régulier, le Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés de ce Polygone, sera égal à la différence des deux Cercles, c'est-à-dire, à la couronne comprise entre deux.

### C O R O L L A I R E III.

Si au lieu de deux Cercles, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, ce sont des Polygones semblables entr'eux, mais différens de celui du milieu, ils seront en même rapport que les Cercles, & seront aussi renfermés dans la même proposition



générale : c'est-à-dire, que si deux Octogones sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit au Quarré, l'Octogone inscrit au Cercle, qui aura pour diametre l'un des côtés du Quarré, sera égal à la différence des deux Octogones, ou à l'espece d'Anneau angulaire *ABCD*.

Fig. 3.

Il faut remarquer qu'alors les Polygones inscrits & circonscrits à un autre Polygone, sont entr'eux en même rapport que le Polygone du milieu considéré comme inscrit au Cercle, seroit à un Polygone semblable circonscrit au même Cercle ; car puisque les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones sont entr'eux comme des Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, il est évident que les Polygones inscrits & circonscrits à un autre, sont aussi en même rapport, puisqu'ils peuvent être considérés comme inscrits à ces mêmes Cercles.

## COROLLAIRE IV.

Dans les Polygones pairs, si l'on tire des lignes *AB, CD, AE, FD*, &c. par l'extrémité de tous les côtés paralleles *AC, BD, AF, ED*, &c. du Polygone inscrit, ces lignes formeront par leur intersection un Polygone semblable (*HIKL*) Fig. 4. égal à la différence, puisqu'il sera renfermé entre les mêmes paralleles que celui qui auroit pour hauteur l'un des côtés du Polygone inscrit qu'on a vû lui être égal par le Théorème.

Dans les Polygones impairs, il faut tirer une perpendiculaire sur l'une des extrémités de chaque côté du Polygone inscrit, & ces lignes formeront de même un Polygone semblable & égal à la différence ; la démonstration est la même. On remarquera seulement que comme dans le Triangle la différence est plus grande que le Triangle inscrit, ces lignes ne se rencontrent point au dedans de l'inscrit comme dans les autres Polygones, mais forment par leur prolongation des deux côtés, un Triangle plus grand que l'inscrit, & moindre que le circonscrit, comme on le voit Fig. 5.

Fig. 5.

Dans le Quarré les lignes tirées par l'extremité des côtés paralleles du Quarré inscrit, réforment ce même Quarré,

300 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
parce que le Quarré circonscrit est double de l'inscrit, & que  
par conséquent la différence est égale au Quarré inscrit.

### COROLLAIRE V.

Dans les Polygones impairs, le Trapeze  $BMNH$  est  
égal au Triangle  $GMN$ , car on a vû que  $GMS$  est égal  
Fig. 1. à  $GBH$ ; or  $GMN$  est moitié de  $GBH$ , dont le Trapeze  
qui en est l'autre moitié, est égal à  $GDH$ .

On peut aussi trouver dans les Polygones pairs un Trapeze  
semblable, si l'on dispose le Polygone qui exprime la diffé-  
rence, en sorte que le côté du circonscrit coupe deux de ses  
côtes à Angles droits.

On peut déduire du 3<sup>e</sup> Corollaire le Problème suivant.

### PROBLEME.

*Décrire deux Polygones semblables, qui soient en même rapport  
qu'un autre Polygone quelconque circonscrit, à un semblable  
inscrit, & dont la différence soit exprimée par un Polygone  
semblable au premier.*

Fig. 6. Si l'on veut avoir deux Triangles ( $ABC$ ,  $DEF$ ) qui  
soient l'un à l'autre comme 4 à 3, ou comme l'Hexagone  
circonscrit à l'Hexagone inscrit; on inscrira & circonscrira à  
l'Hexagone deux Cercles, & à chacun de ces Cercles on  
inscrira un Triangle; ces deux Triangles seront dans le rapport  
que l'on demande. Si on veut avoir un Triangle qui en  
exprime la différence, on l'inscrira dans un Cercle qui aura  
pour diametre l'un des côtés ( $HB$ ) de l'Hexagone.

### DÉMONSTRATION.

On a vû par le premier Corollaire, que les Cercles inscrits  
& circonscrits à un Polygone, sont entre eux comme ce  
Polygone inscrit au Cercle, est au circonscrit, & qu'alors le  
Cercle décrit sur l'un des côtés de ce Polygone comme  
diametre est égal à la différence; il est évident qu'il en est  
de même des Polygones semblables qui sont par la constru-  
ction inscrits à ces mêmes Cercles.

Cette proposition est vraie dans tous les cas ; car si le Polygone auquel les deux autres sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, est d'un moindre nombre de côtés, & que ce nombre soit une partie aliquote du nombre des côtés des deux autres, il n'y a nulle difficulté à les inscrire, ni à les circonscrire au Polygone du milieu, puisqu'alors pour circonscrire le Polygone du plus grand nombre de côtés à celui qui en a moins, il n'y a qu'à les circonscrire au même cercle ; ainsi l'Hexagone circonscrit au Triangle, est circonscrit au même Cercle que le Triangle : mais si le Polygone du milieu a un plus grand nombre de côtés, ou que l'un de ces nombres ne soit pas un multiple de l'autre, on ne pourra pas les inscrire régulièrement : ils n'en seront cependant pas moins renfermés dans la proposition générale, car il faudra toujours les inscrire aux Cercles qui seront, l'un inscrit & l'autre circonscrit à ce Polygone, & considérer alors le plus grand, comme s'il étoit effectivement circonscrit au Polygone du plus grand nombre de côtés, comme on le voit dans l'exemple que nous avons pris des deux Triangles, dont j'ai considéré le plus grand (*ABC*) comme circonscrit à l'Hexagone, parce qu'il est inscrit au Cercle qui est circonscrit à l'Hexagone.

Si l'on circonscrivoit réellement un Triangle à l'Hexagone, c'est-à-dire, au Cercle dans lequel l'Hexagone est inscrit, on auroit de nouveaux rapports qu'il est aisé de découvrir ; ainsi dans cet exemple, le rapport du Triangle *KLM* au Triangle *DEF*, est composé du rapport du Triangle circonscrit à l'inscrit, & du rapport de l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit, c'est-à-dire, du rapport de 4 à 1 & de celui de 4 à 3, donc ils sont entr'eux comme 16 à 3, & ainsi des autres.

## THEOREME II.

Fig. 7.

Soit un Polygone régulier inscrit au Cercle, soient tirées des lignes du centre à tous les Angles, & sur le milieu des côtés de ce Polygone; si l'on prend la moitié (BC) d'un des côtés du Polygone, que de ce point C on abaisse une perpendiculaire sur la ligne AD, au point D, que de ce point on en abaisse une autre sur la ligne AE, du point E une autre sur la ligne AF, & ainsi de suite jusqu'à la dernière, qui sera abaissée sur la ligne AB, on aura une espcce de Polygone spiral, dont le nombre des côtés sera double plus un du nombre de ceux du Polygone régulier, & dont la valeur sera exprimée par cette formule :

$$f = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \text{ \&c.}$$

## DÉMONSTRATION.

On peut considérer cette figure comme formée par autant de Polygones moins un qu'elle a de côtés, & chacun de ses côtés comme étant moitié de celui de chacun de ces Polygones pris successivement, en commençant par le plus grand, car la ligne CD, perpendiculaire à la ligne AB, est moitié du côté d'un Polygone semblable inscrit au premier, & ainsi des autres : par conséquent le Triangle ABC est au Triangle ACD, comme le Polygone circonscrit dont il fait partie est au Polygone inscrit; il est clair que le même rapport regne dans tous les autres Triangles, ainsi on aura une Progression géométrique continuë, dont le nombre des termes sera égal à celui des Triangles, c'est-à-dire, à deux fois le nombre des côtés du Polygone régulier, & le rapport sera celui du Polygone circonscrit au Polygone inscrit.

Soit le premier Triangle  $= a$ , le second  $= b$ , le troisième sera  $\frac{bb}{a}$ , le quatrième  $\frac{b^3}{aa}$ , &c. & le Polygone spiral, ou la somme de tous les Triangles sera égale à  $a + b + \frac{bb}{a}$



$+\frac{b^3}{aa}$ , &c. ainsi mettant  $n$  pour le nombre des côtés, & réduisant les fractions à même dénomination, on aura

$$f = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \text{ \&c.}$$

On peut aussi se servir de la formule suivante, dont le nombre des termes est fini.

$$f = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

## D É M O N S T R A T I O N.

Le premier terme de la progression étant  $a$ , le second  $b$ , le troisième  $\frac{bb}{a}$ , le dernier sera  $\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$ , la somme des antécédents sera  $f = \frac{b^n - 1}{a^{n-2}}$ , la somme des conséquents sera  $f = a$ , donc on a cette proportion  $f = \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}, f = a$  : :  $a . b$ . d'où l'on tire  $b f = \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} = f a = a a$ , & ôtant la fraction :  $a^{n-2} b f = b^{n-1} = f a^{n-1} - a^n$ . faisant passer  $f$  dans un membre,  $f a^{n-1} - a^{n-2} b f = a^n - b^n$ , enfin dégageant  $f$ ,

$$f = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

## C O R O L L A I R E I.

Ayant décrit le Polygone spiral  $ABFH$ , &c. si l'on porte sur  $AC$  la longueur de la ligne  $CB$  au point  $D$ , sur  $CB$  la longueur de la ligne  $CF$  au point  $E$ , sur  $CE$  la longueur  $CH$  au point  $G$ , & ainsi de suite, & qu'on tire les côtés  $DE$ ,  $EG$ ,  $GK$ , &c. parallèles aux côtés correspondants du Polygone spiral, on en décrira un semblable, qui sera au premier, comme le Polygone régulier inscrit, que j'appellerai *Générateur*, est au Polygone semblable circonscrit. Fig. 8.

## D É M O N S T R A T I O N .

Le Polygone spiral intérieur est au Polygone spiral extérieur, comme le Triangle  $CDE$ , est au Triangle  $CAB$ ; or le Triangle  $CDE$  est égal au Triangle  $CBF$ , puisqu'ils ont chacun un Angle droit, & que par la construction  $CD$  est égal à  $CB$ , &  $CE$  est égal à  $CF$ ; il est évident que  $CAB$  est à  $CBF$ , comme le Polygone generateur circonscrit, est au Polygone semblable inscrit; donc  $CDE$  est à  $CAB$ , comme le Polygone régulier inscrit est au circonscrit; donc les Polygones spiraux sont entre eux comme les Polygones generateurs, & le crochet  $AD$ ,  $BE$ ,  $FG$ , &c. en exprime la différence.

## C O R O L L A I R E I I.

Il suit de là que dans les Polygones réguliers, dont le rapport du circonscrit à l'inscrit est exprimé par des nombres possibles, on aura la valeur du crochet: ainsi dans le Triangle, le crochet est quadruple du Polygone spiral intérieur; dans le Quarré, il lui est égal; dans l'Hexagone, il lui est comme 4 à 3, &c.



Fig. 3.

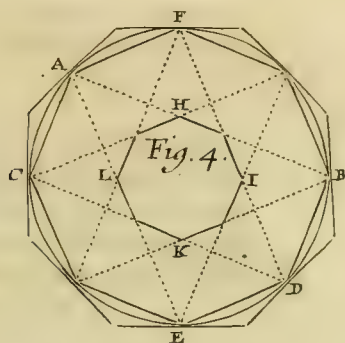
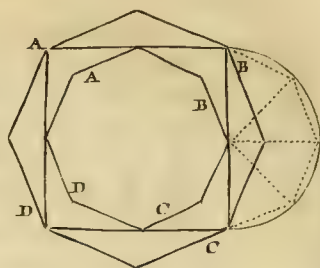


Fig. 8.

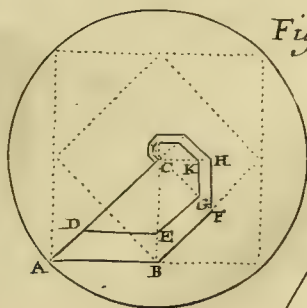


Fig. 6.

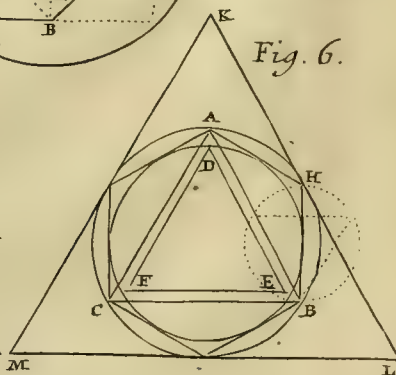


Fig. 5.

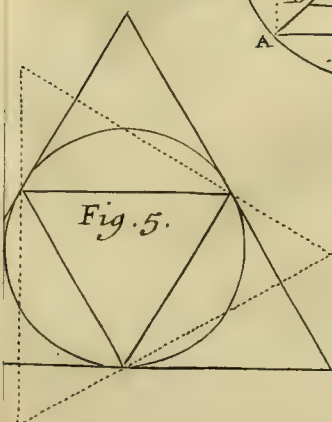


Fig. 1

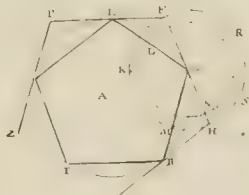


Fig. 3.

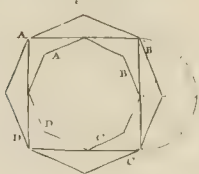


Fig. 2

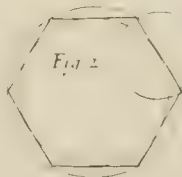


Fig. 4

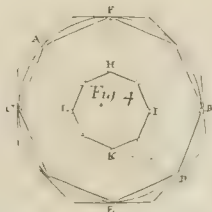


Fig. 7

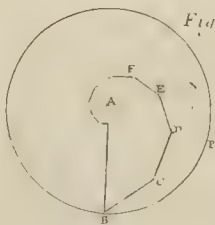


Fig. 8

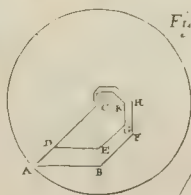
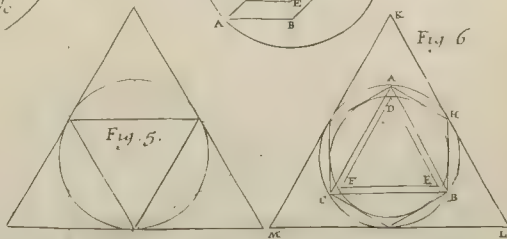


Fig. 6





## M E M O I R E

SUR

LES DENTS ET AUTRES OSSEMENS  
DE L'E' L E P H A N T,  
TROUVES DANS TERRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

C'EST une chose très-remarquable, que parmi cette grande 10 Déc.  
variété de corps hétérogenes, qu'on trouve dans la terre, 1727.  
souvent à des profondeurs si considérables, qu'il est absolument  
impossible qu'ils eussent pû s'y former & y croître, il y ait  
beaucoup moins de productions de la terre quë de la mer.  
On observe même, que parmi celles qui ne peuvent qu'avoir  
été originaires de la terre, le nombre des Végétaux excède  
celui des Animaux terrestres & de leurs parties. Neantmoins  
l'Histoire des siècles les plus reculés, & les relations particu-  
lières de divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous  
apprennent que de tout temps, & presque dans toutes les  
parties du monde, on a trouvé sous terre des Dents, des  
Ossemens, & même quelquefois des Squeletes entiers : Et il  
ne doit pas paroître surprenant, que ceux qui étoient remar-  
quables pour leur figure, & plus encore pour leur grandeur  
extraordinaire, ayent aussi par-là même mérité une attention  
plus particulière. En Irlande, par exemple, on a trouvé sous  
terre le Bois, les Ossemens, & des Squeletes presque entiers  
d'une très-grande espece de Cerf, qu'on prend communément  
pour le *Moufe Deer*, comme les Anglois l'appellent, Cerf  
d'une grandeur extraordinaire, & dont l'espece, à ce qu'on  
prétend, subsiste encore dans quelques parties du continent de  
l'Amerique. Mais de tous les animaux terrestres, dont on  
trouve les os, ou les dépouilles sous terre, je me bornerai  
Mem. 1727.

dans ce Mémoire à l'Eléphant seul, & je me contenterai de parler des *Dentes exerti*, ou des Dents d'Yvoire, des Dents molaires, & d'autres Ossemens fossiles de cet animal.

Je commencerai par quelques morceaux assés curieux & singuliers, que j'ai dans mon propre Cabinet, & je passerai ensuite à ceux dont il est parlé dans divers Auteurs, qui sont venus à ma conoissance.

N.<sup>o</sup> 116 (de mon Cabinet) est une Dent longue (*Dens exertus*,) ou Défense, pour me servir de ce terme, d'un Eléphant. Elle fut trouvée à douze pieds sous terre dans une Carrière de gravier au bout de *Graysinlane*, au Nord-Oüest de la ville de Londres. M. Conyers, fameux Apothicaire, il y a environ quarante ans, & qui se plaisoit beaucoup à ramasser toutes sortes de curiosités, eut soin de la conserver, en attachant de petits rubans, & de buscs de Baleine autour de ce qui en étoit resté entier. Comme la plus grande partie étoit tombée en morceaux, on ne sçauroit déterminer rien de précis par rapport à sa longueur. La pièce la plus remarquable, & aussi la plus entière, a 5 pouces &  $\frac{8}{10}$  de long, & 9 pouces  $\frac{6}{10}$  de circonférence, ce qui donne un peu plus de 3 pouces de diametre. Cette pièce forma la base de la Dent, je veux dire cette partie par laquelle la Dent est articulée dans la tête de l'Eléphant. Ceci est évident, par une cavité en forme de cone, qui se trouve communément dans la base des Dents d'Yvoire, & qui dans celle-ci est remplie du sable graveleux de la Carrière d'où elle fut tirée.

Fig. 1.

L'état où l'on trouva cette Dent, me donne occasion de faire les deux remarques suivantes.

En premier lieu, son extrême fragilité, la facilité avec laquelle elle tomboit en pièces presqu'au simple toucher, j'ajoutérai encore une qualité astringente, lorsqu'on l'approche de la langue, montrent combien les vapeurs souterraines sont capables de calciner des substances de cette nature. Plusieurs autres exemples confirment cette observation. Le grand Squelette d'un prétendu Géant, qu'on trouva proche de *Drapani* en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux,

nous a laissé une relation assez ample, ce remarquable Squelette éléphantin, qui fut tiré d'une Carrière proche de *Tonna* en Thuringe, & pour la description duquel nous sommes obligés au célèbre M. *Tentzelius*, enfin deux autres Dents d'Eléphant, l'une longue, l'autre molaire, qui furent trouvées dans le Comté de Northampton, & dont je parlerai plus au long ci-après, avoient tous subi le même changement. Il ne s'ensuit pourtant pas de-là, que toutes les Dents ou tout Yvoire, qu'on trouve fossiles, soient calcinés de cette manière, il y en a au contraire qui ont acquis dans les entrailles de la terre une dureté suffisante pour prendre une fine *politure*. *Thomas Bartholin* entr'autres, parle d'une Dent fossile qui lui fut envoyée d'Islande, & qui se trouva tout-à-fait changée en caillou.

Elle peut servir, en second lieu, pour montrer que la structure de ces sortes de Dents, & conséquemment de l'Yvoire en général, est une composition de différentes couches, lames ou membranes qui s'enveloppent entr'elles, & sont arrangées les unes sur les autres, à peu-près comme les peaux d'un Oignon, ou les cercles annuels qu'on observe dans les troncs des Arbres, en les coupant horizontalement. En effet, ces différentes couches paroissent visiblement dans la plus grande pièce de la Dent en question; cette pièce, comme j'ai remarqué ci-dessus, formoit la base de la Dent, & on y peut compter jusqu'à neuf couches, dont quelques-unes ont plus d'une ligne d'épaisseur. Vers le bout de la Dent, où elle se termine en pointe, ces différentes couches aussi se réunissoient dans trois ou quatre principales, & d'une épaisseur assez considérable. Avec un peu de soin, toutes ces couches pourroient se diviser dans un nombre beaucoup plus grand de couches plus minces, dont quelques-unes ne passeroient pas peut-être l'épaisseur du parchemin. D'ailleurs, la manière même dont cette Dent tomba en pièces, est une preuve assez évidente de sa structure, les morceaux étant concaves par dedans, & convexes par dehors, mais de telle manière, que les arcs de convexité & de concavité sont de véritables frag-

Fig. 1.

Fig. 2.



<sup>a</sup> De Uni-  
cornu obser-  
vationes no-  
væ, p. 102.

mens des cercles concentriques que ces couches formoient ; lorsqu'elles étoient entières. Le sçavant *Thomas Bartholin* nous apprend dans son *Traité de la Licorne*<sup>a</sup>, qu'une partie de la Licorne fossile ayant été calcinée par ordre de *Chrétien IV*, Roi de Dannemarck, on la trouva pareillement composée de couches fort minces, qui se couvroient l'une l'autre. Il conclut de-là, avec beaucoup de raison, que la Licorne n'étoit pas, comme on prétendoit, la Corne d'un Animal, mais bien la Dent, & peu de temps après il eut une excellente occasion de vérifier cette conjecture, quand *Thorlacus Scutonium*, Evêque d'Islande, envoya au fameux *Vormius* la Tête d'une espèce singulière de Baleine des Mers du Nord, appelée *Narwhal*, où une de ces Dents, qui ressembloit si bien à la Licorne fossile, qu'on ne pouvoit douter que l'une & l'autre ne fussent la même chose, étoit actuellement jointe au Crâne. Cependant on ne sçauroit regarder cette structure comme un effet de la calcination, soit par les vapeurs souterraines, soit par une opération chimique : une coupe horizontale d'une Dent d'Eléphant (N.º 1181 de mon Cabinet) montre qu'elle est naturelle à l'Yvoire ; mais cela paroît encore plus évidemment par une autre pièce (marquée 731) où ces couches, par quelque maladie particulière, se trouvent actuellement séparées les unes des autres, & ressemblent à des feüilles de parchemin, tandis que l'autre bout de la même pièce est un morceau d'Yvoire uni & sain. Les Dents d'un jeune Eléphant, qui mourut dans ce Pays-ci, il y a quelque temps, prouvent la même chose, la couche extérieure, qui étoit un peu humide, s'étant cassée en divers endroits, à mesure que les Dents se séchoient, & s'étant ensuite détachée vers le bout.

Fig. 5. N.º 750 (de mon Cabinet) est partie d'une autre Dent d'Eléphant ; elle me fut envoyée du Comté de Northampton, par le Révérend M. *Morton*, qui dans son Histoire naturelle de ce Comté<sup>b</sup> en donne la description suivante : En creusant, dit-il, il y a quelque temps, dans *Bowdon parvu* champ, on trouva une Dent d'Eléphant fort extraordinaire ; c'étoit

<sup>b</sup> *Natural history of Northampton-shire*, p. 252.



une de celles qui sortent de la Mâchoire supérieure de cet animal, & qui, à cause de leur grandeur & de leur longueur, ont été prises par quelques Écrivains pour des Cornes. Il y avoit jusqu'à sa couleur naturelle, qui s'étoit conservée en quelque manière : mais elle étoit devenue fort fragile, pour avoir été long-temps sous terre ; des ouvriers, en la tirant dehors, l'avoient cassée en trois ou quatre morceaux, dont deux des plus grands, ayant été heureusement venus entre les mains de M. *Haldford*, il eut la bonté de m'en faire présent. Le plus grand de ces morceaux avoit un peu plus d'une aune d'Angleterre de long, & le plus petit à peu-près deux pieds. A en juger par ce qui étoit resté, la Dent entière ne pouvoit pas avoir eu moins de six pieds de longueur. La partie la plus épaisse du plus grand morceau dans ma possession avoit seize pouces de tour. On trouva la Dent à plus de cinq pieds sous terre, & les *strata*, ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où elle fut trouvée étoient disposés de la manière suivante. 1. Treize ou quatorze pouces de terre noire labourable. 2. Un pied & demi de terre grasse. 3. Deux pieds & demi de grands cailloux avec un petit mélange de terre. 4. Argile bleüâtre, dans la partie supérieure de laquelle la Dent fut trouvée. Jusques-là la description de M. *Morton*. J'ajouterai seulement que le morceau, qui est entre mes mains, a des marques fort visibles, non seulement de la calcination que la Dent avoit subie sous terre, mais encore de sa structure *f, f, f*, ou par couches, telle que je l'ai décrite ci-dessus.

N.º 1185, est le *Dens exertus*, Dent longue, ou Dent d'Yvoire d'un Eléphant, remarquable pour sa grandeur, & pour s'être si bien conservée. Elle fut trouvée sous terre en Sibérie. M. *Bell*, habile Chirurgien, l'apporta de de-là, & me la donna. Il l'avoit eue en présent de la femme du Gouverneur Général de la Sibérie, qu'il avoit guérie en passant par le pays avec la Caravane qui alloit de Moscou à la Chine. Elle est fort entière, d'une couleur approchante du brun, & on y remarque fort distinctement la cavité en forme

Fig. 6.

de Cone, qui se trouve ordinairement à la base de ces sortes de Dents, comme aussi à celle de la Licorne. D'ailleurs, on n'a qu'à la regarder, pour être convaincu que c'est une Dent d'Eléphant. Par dehors, depuis la base *B* par *c* jusqu'au bout *E*, elle a 5 pieds 7 pouces de long, & 4 pieds 10 pouces par dedans en *Ad E*. Le bord intérieur de la base *A* est éloigné de l'extrémité *E* de 3 pieds 10 pouces &  $\frac{1}{2}$  en ligne droite. Tout proche de la base, dans l'endroit le plus épais, elle a 1 pied 6 pouces de circonférence, & 6 pouces de diamètre. Elle pèse 42 livres, poids d'Angleterre, à 16 onces la livre.

On trouve beaucoup de ces Dents, & d'autres ossemens de ce même animal, c'est-à-dire de l'Eléphant, en divers endroits de la Sibérie; & il se fait même un assez gros commerce avec les Dents qu'on vend pour de l'Yvoire par toute la Russie. *Henri Guillaume Ludolf* dans l'Appendice à sa Grammaire Russe, imprimée à Oxford, en fait mention <sup>a</sup> parmi les Minéraux de la Russie, sous le nom de *Mammotoroikost*, & il rapporte que, selon l'opinion de la plupart des Russiens, ce sont les Dents & les ossemens d'un Animal qui vit sous terre, & qui surpasse de beaucoup en grandeur tous ceux qui vivent sur terre. Les Médecins s'en servent au lieu de la Licorne, & dans les mêmes maladies; & *M. Ludolf* ayant eu une pièce en présent d'un de ses amis, qui disoit l'avoir reçue d'un Russe, homme de qualité, retourné depuis peu de la Sibérie, il trouva que c'étoit du véritable Yvoire: il ajoute pourtant que ceux parmi les Russiens, qui ont plus de sens, soutiennent que ce sont des Dents d'Eléphant, apportées dans ce pays, & laissées là par les eaux du temps du Déluge Universel.

*Everardt Isbrants Ides*, que le feu Czar envoya en ambassade à la Cour de la Chine, donne une description si ample & si circonstanciée de ces Dents, & d'autres ossemens fossiles de cet animal qu'on trouve en Sibérie, que j'ai cru devoir la transcrire toute entière, telle qu'elle se trouve dans la Relation de son Voyage de Moscou à la Chine <sup>b</sup>: C'est dans les Montagnes, dit-il, qui sont au Nord-Est de cette Rivière,

<sup>a</sup> Recueil  
des Voyages  
au Nord, »  
tome 8.  
p. 48.

»

la *Keta*, qui arrose *Makofskoi*, & va ensuite se perdre dans l'*Oby*, qu'on trouve les Dents & les os des *Mammuts*. On en trouve aussi sur les rivages du Fleuve *Jenizea*, des Rivières de *Trugan*, *Mangasea*, *Lena*, aux environs de la ville de *Jakutskoy*, & jusqu'à la Mer Glaciale. Toutes ces Rivières passent au travers des Montagnes dont nous venons de parler; & dans le temps du dégel elles ont un cours de glace si impétueux, qu'elles arrachent les Montagnes, & roulent avec leurs eaux des pièces de terre d'une grosseur prodigieuse, ce qui découvre au milieu de ces Montagnes les Dents de *Mammuts*, & quelquefois des *Mammuts* tout entiers. Un Voyageur, qui venoit avec moi à la Chine, & qui alloit tous les ans à la recherche des Dents de *Mammuts*, m'assura qu'il avoit trouvé une fois dans une pièce de terre gelée la Tête entière d'un de ces animaux, dont la chair étoit corrompue; que les Dents sortoient hors du museau, droites comme celles d'un Eléphant, & que lui & ses compagnons eurent beaucoup de peine à les arracher, aussi bien que quelques os de la tête, & entr'autres celui du cou, lequel étoit encore comme teint de sang; qu'enfin ayant cherché plus avant dans la même pièce, il y trouva un pied gelé d'une grosseur monstrueuse, qu'il porta à la ville de *Trugan*: ce pied avoit, à ce que ce Voyageur me dit, autant de circonférence qu'un homme d'une taille médiocre au milieu du corps. Les gens du pays, continue *M. Ides*, ont diverses opinions au sujet de ces Animaux. Les Idolâtres, comme les *Jakutes*, les *Tungutes*, & les *Ostiaques*, disent que les *Mammuts* à cause du grand froid, se tiennent dans des souterrains fort spacieux, dont ils ne sortent jamais, qu'ils peuvent aller çà & là dans ces souterrains; mais que lorsqu'ils passent dans un lieu, le dessus de la caverne s'élève, & s'abîmant ensuite, forme dans cet endroit un précipice profond, ainsi que ces Sauvages assurent l'avoir vu souvent. Ils sont aussi persuadés qu'un *Mammut* meurt aussitôt qu'il voit, ou qu'il respire l'air du jour, & ils soutiennent que c'est ainsi que périssent ceux qu'on trouve morts sur les rivages des Rivières voisines de



„ leurs souterrains, où ces animaux s'avancent quelquefois in-  
 „ considérément. Telles sont les fictions de ce peuple, qui au-  
 „ reste n'a jamais vû de *Mammuts*. Les vieux Russes de Sibérie  
 „ disent & croient que les *Mammuts* ne sont autre chose que  
 „ des Eléphants, quoique les Dents qu'on trouve, soient un  
 „ peu plus recourbées, & un peu plus serrées dans la mâchoire,  
 „ que celles de ces derniers animaux. Voici quels sont là-dessus  
 „ leurs raisonnemens : Avant le Déluge, disent-ils, leur pays  
 „ étoit fort chaud ; il y avoit quantité d'Eléphants, lesquels ayant  
 „ été noyés comme toutes les autres créatures, flotèrent sur les  
 „ eaux jusqu'à l'écoulement, s'enterrent ensuite dans le limon.  
 „ Le climat étant devenu froid après cette grande révolution,  
 „ le limon gela, & avec lui les corps d'Eléphants, lesquels se  
 „ conservent ainsi sans corruption jusqu'à ce que le dégel les  
 „ découvre. Cette opinion n'a rien d'absurde, si l'on en ex-  
 „ cepte le changement du climat, puisqu'il peut fort bien être  
 „ arrivé que les eaux du Déluge qui couvroient tout l'Univers,  
 „ aient transporté dans ce pays des corps d'Eléphants, qui s'y  
 „ sont ensuite congelés avec la terre. Quoiqu'il en soit, il est  
 „ certain qu'on trouve en Été des Dents de *Mammuts*, dans  
 „ les endroits que j'ai nommés. Il y en a qui sont noires &  
 „ cassées, vrai-semblablement pour avoir resté sur les rivages  
 „ exposées à l'air pendant tout l'Été : celles-ci ne servent à  
 „ aucun usage ; mais les belles valent autant que l'Yvoire, &  
 „ on les transporte en Moscovie, où l'on en fait des peignes,  
 „ & d'autres ouvrages fort estimés. Le Voyageur dont j'ai  
 „ parlé plus haut, me dit qu'il avoit autrefois trouvé dans une  
 „ tête, deux Dents pesant ensemble 12 livres de Russie, qui  
 „ font environ 400 livres d'Allemagne. Le *Mammut* à qui ces  
 „ Dents ont appartenu, devoit avoir été d'une grosseur extra-  
 „ ordinaire ; car les Dents qu'on trouve communément sont  
 „ beaucoup moindres que celles dont nous venons de parler.  
 „ Au reste de toutes les personnes à qui je parlai des *Mammuts*,  
 „ aucune ne put m'assurer d'en avoir vû en vie, ni m'apprendre  
 „ de quelle figure ils sont faits. Jusqu'ici c'est la description de  
 M. *Ides*. Je n'ai qu'une remarque à faire là-dessus, qui est  
 que



que ce qu'il rapporte des Dents noires & cassées, pourroit servir de Commentaire sur le passage suivant de Pline : <sup>a</sup> *Theophrastus autor est, & Ebur fossile candido & nigro colore inveniri, & ossa è terrâ nasci, inveniri que lapides osscos.* <sup>a</sup> *Hist. Nat. lib. 36. c. 18.*

Laurence Lang, dans le Journal de son voyage à la Chine, où il fut envoyé par le feu Czar dans l'année 1715, fait pareillement mention de ces os <sup>b</sup>, & dit, qu'on les trouve aux environs de la rivière *Jenisei* & proche de *Mangasea*, le long des rivages & dans les creux que laissent dans les montagnes des grands morceaux de terre, que le cours impétueux des rivières emporte dans le temps du dégel. Il les appelle *os de Maman*, & rapporte deux autres opinions des habitans du pays là-dessus. Les uns prétendent, à ce qu'il dit, que ce ne sont pas des véritables Dents, ou os, mais bien une espèce de Corne fossile qui a cru dans la terre : d'autres au contraire soutiennent que ce sont les os du *Behemoth*, & que la description que Job nous a laissée de cet animal dans le quarantième chapitre, s'accorde parfaitement bien avec leur *Maman*, & que sur-tout un prétendu passage, où il est dit *que le Behemoth est attrapé par ses propres yeux*, a beaucoup de rapport à la tradition commune des habitans idolâtres de la Sibérie, que le *Maman* ou *Mammut* meurt aussi-tôt qu'il voit la lumière du jour. M. Lang ajoute sur le rapport, à ce qu'il dit, de gens dignes de foi, qu'on a trouvé quelquefois de ces Dents, des os de la Mâchoire & des Côtes, où il y avoit encore du sang & de la chair toute fraîche. Jean Bernard Muller dans sa relation des mœurs & des usages des *Ostiaques* <sup>c</sup>, confirme cette observation, & nous assure positivement qu'on a remarqué que ces Cornes (comme il les appelle) étoient sanglantes, lorsqu'on les cassoit à la racine où elles sont creuses, & que cette cavité étoit remplie d'une matière semblable à du sang caillé. Le même Auteur, entr'autres particularités, rapporte qu'on a souvent trouvé avec ces Cornes, des Crânes, & des Mâchoires avec les Dents mâchelières, qui y tenoient encore, le tout d'une prodigieuse grandeur; qu'il en a vu lui-même avec ses amis, & qu'il en a trouvé une qui pesoit 20 ou 24 livres & davan-

Mem. 1727.

. Rr

<sup>b</sup> *Etat présent de la Russie, vol. 2. p. 14. de l'Edition Angloise.*

<sup>c</sup> *Ibid. p. 52. &c. Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 284.*

tage. Il donne aussi la description de ce *Maman*, sur le rapport de plusieurs personnes qui l'assùrent qu'elles avoient vû de ces animaux dans les cavernes de hautes montagnes au de-là de *Beresowa*. Mais comme cette description paroît fort fautive, & que d'ailleurs l'Auteur lui-même n'a pas crû devoir y ajouter foi, je n'ai pas jugé à propos de l'insérer ici. Au reste il nomme *Iakatskoy*, *Beresowa*, *Mangasea* & *Obder*, & en général les parties les plus froides de la Sibérie, parmi les endroits où l'on trouve de ces os de *Maman*, dont les gens du pays font diverses sortes d'ouvrages.

<sup>a</sup> Vol. 1.  
p. 12. de  
l'E'dition  
Angloise.

<sup>b</sup> Pag. 78.

L'Auteur de l'Etat présent de la Russie <sup>a</sup>, remarque que quelques-uns des prisonniers Suédois que le Czar avoit exilés en Sibérie, gagnoient leur vie dans ce pays-là, en faisant de tabatières, & d'autres petits ouvrages en ivoire de ces mêmes Dents, & dans un autre endroit <sup>b</sup> il en fait mention parmi les marchandises de la Sibérie, dont le Czar s'étoit réservé le monopole.

<sup>c</sup> 1725.  
Trimestre se-  
cond. p. 36.

La plupart des observations que je viens de rapporter sur les os & les Dents du Mamout ( au moins les plus essentielles ) se confirment par une Lettre de *Basile Tatishou*, Directeur général des Mines de Sibérie, & Conseiller de Sa Majesté Czarienne au Conseil Métallique, écrite au célèbre *Ehrick Bengelius*, à présent Evêque de Gotheburg, & imprimée dans les *Acta Litteraria Sueciæ* <sup>c</sup>, où il fait mention des pièces suivantes, qu'il avoit eues dans sa propre possession : Une grande Corne, comme il l'appelle, qui pesoit 183 livres, & qu'on garde à présent à Petersbourg dans le Cabinet de Curiosités de Sa Majesté Czarienne, à laquelle il avoit eu l'honneur de la présenter : une autre grande Corne qu'il avoit présenté à l'Académie Imperiale de Petersbourg : une autre Corne beaucoup plus grande qu'aucune des deux précédentes, & dont l'ivoire étoit d'un fort bon grain & d'une belle blancheur ; il avoit fait couper celle-ci en morceaux & l'avoit travaillée lui-même : une partie du Crâne de l'animal gâtée par le temps, mais qui lui paroissoit être de la grandeur de la tête d'un grand Eléphant ; l'os du Crâne étoit fort épais, & avoit une petite

excroissance à chaque côté, à l'endroit d'où les Cornes sortent ordinairement; (excroissance pourtant qui ne paroïssoit pas assez considérable à l'Auteur pour oser affirmer qu'il y eut jamais eu des Cornes attachées,) la cavité qui contenoit la cervelle étoit fort petite à proportion de la grandeur de la tête : il avoit trouvé en outre un os spongieux, long d'un pied & demi, large de trois pouces, & attaché à une partie du Crâne; la figure de cet os étoit telle, que M. *Tatishou* jugea qu'il avoit servi de base à une des Cornes, ce qu'on observe aussi dans d'autres animaux qui portent des Cornes : enfin une Dent molaire longue de dix pouces, large de six. L'Auteur passe sous silence, plusieurs des Côtes, les os de la Cuisse, les os de la Jambe, & quelques autres os qu'il avoit trouvés de temps en temps. Quant aux cavités que, selon le rapport des habitans Payens de la Sibérie, ces animaux font en se promenant sous terre, M. *Tatishou* prit beaucoup de soin de s'en informer, & il trouva que c'étoient des cavernes formées par des torrens, & des cataractes souterraines qui rongeoient tellement les endroits par où ils passent, qu'enfin le terroir qui est par-dessus s'enfonce. Voilà ce que j'ai trouvé de remarquable dans la Lettre de M. *Tatishou*. Je ne puis m'empêcher d'ajouter que quoique l'Auteur aye laissé la question sur l'origine de ces os indécis, ses observations ne laissent pas de confirmer l'opinion de ceux qui croient que ce sont des os des Eléphans noyés dans un déluge universel, & que ce qu'il appelle des Cornes sont des Dents d'ivoire. On peut espérer que cette matière s'éclaircira encore davantage, après les ordres qu'il a plu à feu Sa Majesté Czariene de donner au Gouverneur général de la Sibérie, de n'épargner ni soin, ni dépense pour trouver un Squelette entier de ce Mamout, & pour l'envoyer à M. *Tatishou*.

J'ajouterai encore, avant que de passer outre, une observation de Corneille le Brun, tirée de ses voyages par la Russie aux Indes Orientales, où il nous informe qu'on avoit trouvé aux environs de *Veronitz* plusieurs Dents d'Eléphant presque sur la surface de la terre. On étoit en suspens de quelle



manière elles pouvoient être venuës là , mais le Czar conjectura qu'Alexandre le Grand après avoir passé le *Tanaïs* ou *Don*, s'étoit avancé jusqu'à *Koslinka*, petite ville à huit wessles de *Veronitz*, ce devoient être probablement les Dents de quelques-uns de ses Eléphants qui avoient péri là , en quoi personne ne s'avisa de le contredire.

N.<sup>o</sup> 764 de mon Cabinet, est une des Dents molaires d'un Eléphant. Elle fut trouvée pareillement dans le Comté de Northampton, & elle a été si bien décrite par le Reverend M. *Morton* dans son Histoire naturelle de ce Comté, que je ne sçaurois mieux faire que de traduire sa description. Au Nord, dit-il <sup>a</sup>, c'est-à-dire, au Nord de l'endroit où l'on avoit trouvé la Dent d'yvoire, dont nous avons parlé ci-dessus ) à 50 verges ou environ, on trouva aussi une Dent molaire d'un Eléphant, peut-être du même à qui la Dent d'yvoire avoit appartenu. Toute la Dent, au moins toutes les pièces, que j'en pouvois trouver, ( car on l'avoit cassé en trois ou quatre morceaux en la tirant dehors, ) étant mises ensemble de la manière qu'elles devoient l'avoir été naturellement, faisoient un composé de treize ou quatorze lames parallèles, chacune desquelles égaloit la Dent en longueur & presque aussi en épaisseur. Ces lames ne sont pas si visibles dans les Dents naturelles, entières & saines d'un Eléphant en vie, étant alors couvertes d'une espèce de croute blanche & osseuse, qui s'étoit presque entièrement consumée dans cette Dent fossile, en sorte que les lames dont elle étoit composée devenoient par là plus exposées à la vûë. Elle n'étoit pas pourtant d'une égale longueur ou hauteur, mais proche du milieu où elle étoit plus longue que vers les deux extrémités, elle avoit exactement sept pouces depuis la base jusqu'à la racine. Dans l'endroit le plus épais de la racine, qui étoit aussi proche du milieu, elle avoit près de trois pouces d'épaisseur; sa largeur d'une extrémité à l'autre, étoit d'un peu plus de huit pouces, & c'est cette largeur qui renferme tout le rang des lames. Au reste ces lames ne sont pas immédiatement contiguës, mais il y a une autre lame plus mince, d'une couleur plus blanche, & d'une

<sup>a</sup> *Natural Hist. of Northampton-shire, c. 3. s. 135. p. 252.*



contexture moins compacte entre deux. Trois ou quatre des « lames, principalement de celles qui sont à une extrémité de la « Dent, sont comme onnées en haut ; celles-ci sont presque « aussi larges au haut qu'en bas vers la racine de la Dent, où « elle sont fort émoussées. Les autres se terminent insensiblement en pointe, & deviennent plus petites à mesure qu'elles « s'approchent de l'autre extrémité : celles-ci sont aussi un peu « recourbées les unes sur les autres. Chacune de ces lames se « divise vers le haut comme dans une des Dents plus petites, « & c'est par-là qu'elles se terminent de ce côté-là. La Dent que « nous venons de décrire, fut trouvée à la profondeur de douze « pieds, les couches depuis la surface jusqu'à l'endroit, où l'on « la trouva, étoient disposées de la manière suivante. 1. Seize « pouces de terre grasse noirâtre. 2. Cinq pieds de terre sablon- « neuse avec un mélange de cailloux. 3. Un pied de sable noir « avec un mélange de petites pierres blanches. 4. Espèce de « gravier mince & plus sablonneux, un pied. 5. Gravier « meilleur, deux pieds. C'est dans cette couche de gravier que « l'on trouva la Dent à la profondeur d'un pied & demi. Plus « bas il y avoit une terre bleuë. Ici finit la description de M. « *Morton*. On n'a qu'à regarder cette Dent, pour être con- « vaincu du changement qu'elle a subi dans la terre, & qui l'a « réduite au même état que nous avons remarqué ci-dessus « dans la Dent d'Yvoire qui fut trouvée pas loin de de-là dans « *Browdon parva* champ.

N.º 119, 120, sont deux fragmens d'une grande Dent molaire, qui paroît aussi avoir appartenu à un Eléphant. Ces deux morceaux sont tout-à-fait changés en caillou fort dur.

N.º 121, est une partie d'une Dent molaire d'un Eléphant, remarquable pour ses lames onnées, qui se serrent de fort près.

N.º 122, est une autre partie d'une Dent molaire, différente un peu des Dents molaires de l'Eléphant. L'une & l'autre ont des marques fort évidentes d'avoir été tirées de la terre ; & celle-ci a cela de particulier, qu'une matière pierreuse s'étoit engagée entre les lames, ce qui les a un peu séparées l'une de l'autre.

N.<sup>o</sup> 427 de mon Cabinet, des Quadrupedes & de leurs parties, est une pièce du Crâne d'un Eléphant, qui fut trouvé à Glocester quelque temps après l'an 1630. On avoit trouvé quelques Dents au même endroit, dont les unes avoient cinq, les autres sept pouces de circonférence, à ce qui paroît par une courte inscription sur cette même pièce.

Je viens à la seconde partie de ce Mémoire, où je me propose de faire quelques remarques sur les Relations que divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous ont laissé de grandes Dents & autres grands ossemens trouvés sous terre presque dans toutes les parties du Monde, ce qui me donnera occasion d'examiner un peu les Squeletes, ou parties des Squeletes qu'on montre par-ci par-là pour des monumens indubitables de l'existence de prétendus Géans.

On peut bien conjecturer en général, que la plupart de ces Dents ou os de prétendus Géans, ne sont en effet que les Dents & les os des Eléphants, des Baleines, de l'Hippopotame, ou de quelque autre bête, quand même d'ailleurs leur description ne seroit pas assés étendue pour faire voir précisément à quel animal elles avoient appartenu. C'est un grand préjugé en faveur de cette conjecture, qu'il y a de ces os & de ces Dents, qui après avoir passé long-temps pour des os & des Dents de Géans, ont été à la fin, après un examen plus circonspect, reconnus pour des Dents & os des Eléphants ou de Baleines. J'aurai occasion d'en donner des exemples. Il n'y a pas long-temps qu'on montra les os de la Nageoire du devant d'une Baleine pour le Squelete de la Main d'un Géant. J'ai dans mon propre Cabinet (N.<sup>o</sup> 1027 de la collection des Animaux & de leurs parties) la Vertebre d'une grande Baleine, qu'on m'apporta du Comté d'Oxford; où elle fut trouvée dans une Carrière, & avoit servi pendant quelque temps d'escabeau au possesseur. Il est très-certain que si l'on avoit fait passer cette Vertebre pour la Vertebre d'un Homme, & si l'on s'étoit servi de la proportion qu'elle a aux Vertebres & à d'autres parties du Squelete humain pour le fondement d'un calcul, pour déterminer la grandeur du

Fig. 7.

Squelete entier, on auroit trouvé un beaucoup plus grand que n'étoit peut-être aucun de ceux dont il est parlé dans l'Histoire. Je ne sçauois m'empêcher de remarquer ici, que ce seroit un objet fort digne de l'attention des habiles Anatomistes, que de faire une espece d'Anatomie comparative des os ; je veux dire, d'observer avec un peu plus d'exactitude qu'on n'a fait jusqu'ici, quel rapport ont entr'eux les Squeletes & les diverses parties des Squeletes de l'Homme & des Animaux, soit par rapport à leur grandeur, ou à leur figure, ou à leur structure, ou enfin à toute autre qualité. Cela nous meneroit certainement à un grand nombre de belles découvertes, & c'est d'ailleurs une de ces choses qui paroissent encore manquer à la perfection où l'on a porté l'Anatomie de nos jours. La même Vertebre, dont nous venons de parler, me fournit une preuve de l'utilité qu'on pourroit tirer de ces sortes d'observations. Elle diffère en bien des choses des Vertebres de l'Homme & des Animaux terrestres, comme sont les Vertebres de Baleines & de Poissons Cétacées en général ; & pour peu qu'on y fasse d'attention, on pourra aisément les distinguer les unes des autres. Le corps de la Vertebre est fort considérable, & beaucoup plus grand à proportion. Les *Processus* ou Apophyses transversales sortent du milieu du corps à chaque côté à une distance considérable des autres. Les Apophyses obliques descendantes y manquent entièrement. Le trou par où passe la moëlle est formé par les Apophyses obliques ascendantes & l'Apophyse épineuse ; & comme dans l'Homme ce trou est presque au milieu de la Vertebre, il est ici comme à une des extrémités. Le devant du corps de la Vertebre est fort raboteux, rempli de creux & des éminences qui répondent ou reçoivent les creux & les éminences d'un os rond, enforte qu'il y a deux os ronds placés entre chaque Vertebre, qui sont articulés entre eux-mêmes par le moyen d'un cartilage fort, & assés épais, & cela vrai-semblablement pour faciliter le mouvement de ces animaux, & particulièrement la flexion.

Mais pour revenir de cette petite digression, il y a plusieurs

Squeletes qui furent trouvés sous terre dans diverses parties du Monde, & dont il est parlé dans les Auteurs qui nous en ont laissé quelque Relation, comme des Squeletes des Géans, & des preuves de leur existence, que je soupçonnerois plutôt ; comme je viens de remarquer ci-dessus, avoir été les Squeletes des Eléphants, de Baleines, ou de quelque autre grande bête marine ou terrestre. Il me paroît que les Squeletes suivans sont de ce nombre : les Squeletes de Géans de 12, de 20 & 30 cubiti de hauteur, dont il est parlé dans Philostrate<sup>a</sup> : le Squelete haut de 46 cubiti, qu'on trouva, selon Pline<sup>b</sup>, dans la Caverne d'une Montagne en Crète, lorsqu'elle fut renversée par un tremblement de terre : le Squelete de 60 cubiti de hauteur, dont parle Strabon dans sa Géographie<sup>c</sup>, qui fut trouvé aux environs de *Tingis* (aujourd'hui *Tanger*) en Mauritanie, & qu'on prit pour le Squelete d'*Anteus* : le prétendu Squelete de Pallas, qu'on trouva à Rome l'an 1500, & qui étoit plus haut que les murailles de cette Ville : enfin le Squelete, qui, selon *Simon Majolus*, fut trouvé en Angleterre l'an 1171 : *Longè antè Fulgosi sæculum* (ce sont les propres paroles de cet Auteur<sup>d</sup>) *annis plus trecentis, anno scilicet 1171, in Angliâ, illuvione fluminis, resecta sunt humati olim Hominis ossa adhuc ordine composita : longitudo totius corporis inventa est longa ad pedes quinquaginta.*

Il y en a d'autres Squeletes, ou parties de Squeletes, dont on pourroit dire, à n'en juger que par leur description, que non seulement elles n'avoient jamais appartenu à l'Homme ; mais avec beaucoup de probabilité à l'Eléphant, quoique d'ailleurs on ne sçauroit l'assurer positivement. S.<sup>t</sup> Augustin<sup>e</sup>, en parlant de l'existence & de grandes actions de Géans avant le Déluge, rapporte pour preuve de ce qu'il y avance, que lui-même avec plusieurs autres personnes avoit vû à Utique sur le bord de la mer la Dent molaire d'un homme, si grande que si on l'avoit coupée dans des Dents molaires d'un homme de taille ordinaire, on en auroit pu faire pour le moins une centaine. *Hierome Magius*<sup>f</sup>, quoique lui-même fût rempli de préjugé en faveur de l'existence de Géants, conjecture néant-

moins

<sup>a</sup> In suis Heroicis.

<sup>b</sup> Hist. Nat. lib. 7. c. 16.

<sup>c</sup> Lib. 17.

<sup>d</sup> Dierum Camcularium, colloq. 2. p. 36.

<sup>e</sup> De Civit. Dei, lib. 15. c. 9. citatus per Cassianum & Lambeccium.

<sup>f</sup> Miscellaneorum, l. 1. c. 2. p. 17.



moins que cette Dent, dont S.<sup>t</sup> Augustin parle ; pourroit bien avoir été la Dent d'un Eléphant, ou de quelque bête marine plutôt que celle d'un homme. Mais *Loüis Vives* dans son Commentaire sur ce passage de S.<sup>t</sup> Augustin, rapporte que dans l'Eglise de S.<sup>t</sup> Christophe à Hispella, on lui avoit montré une Dent plus grande que son poignet, & qu'on prétendoit que c'étoit la Dent de ce grand Saint, peut-être avec autant de raison, qu'on montrait dans une Eglise à Venise un os d'épaule d'une grandeur extraordinaire, pour l'os de l'Epaule du même Saint, selon ce qu'en rapporte *Hierome Magius*<sup>a</sup>.

<sup>a</sup> r. c.  
p. 20. b.

Il y a bien de l'apparence que le Squelete d'un prétendu Géant qu'on trouva en creusant les fondemens d'une maison proche de *Trapani*, Château en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux<sup>b</sup>, nous a laissé une relation, étoit un Squelete éléphantin. Car quoique la plupart des os par la longueur du temps & la force des vapeurs souterraines fussent tellement consumés, qu'après avoir été exposés à l'air, le simple toucher presque les fit tomber en pièces, on trouva néanmoins trois Dents entières, qui pesoient cent onces, & que les habitans de *Trapani* suspendirent dans une de leurs Eglises en mémoire de cet événement. On trouva aussi une partie du Crâne, qui avoit assés de capacité pour tenir quelques boisseaux de grains, & un os de la jambe si grand, que l'ayant comparé avec l'os de la jambe d'un homme de taille mediocre, on trouva que ce grand Géant, que quelques-uns prirent pour *Erich*, d'autres pour *Ethellus*, d'autres pour un des *Cyclopes*, d'autres enfin pour le fameux *Polypheme* lui-même, ne pouvoit pas avoir eu moins de deux cens coudées de hauteur. C'est sur le pied de ce calcul qu'il est figuré par le P. *Kircher*<sup>c</sup>, comme le plus grand d'une petite compagnie de Géans, qu'après celui-ci il range dans l'ordre suivant.

<sup>b</sup> Lib. 4.  
sur la fin.

<sup>c</sup> Mund.  
subt. lib. 8.  
sect. 2.

Le Géant de *Strabon* dont le Squelete fut trouvé proche de *Tingis* en *Mauritanie*, & qui, selon le rapport de cet Auteur, étoit haut de . . . . 60.

*Mem. 1727.*

. S f

Le Géant de Pline trouvé dans une montagne en Coudées.

Crète, haut de . . . . . 46.

Le Squelete d'Asterius, fils d'Anaëte, haut de . . 10.

Le Squelete d'Oreste, qu'on tira de son tombeau  
par ordre exprès de l'Oracle, haut de . . . . 7.Le Géant, dont on trouva les os sous un grand  
Chêne, proche du Monastere de *Reyden*, dans  
le Canton de Lucerne en Suisse, haut de . . . 9.Enfin Goliath, dont la hauteur est fixée par l'Ecri-  
ture sainte, à . . . . . 6  $\frac{1}{2}$ .

Le cas est moins douteux par rapport aux os qu'on trouva en France l'an 1456 sous le regne de Charles VII, près d'une Rivière, dans la Baronie de Crussol (qui fut ensuite érigée en Comté) pas loin de Valence. *Jean Marius* (*in Libris de Galliarum Illustrationibus*) *Calamæus* (*in suis de Biturigibus Commentariis*) *Fulgosius* dans ses Annales, & *Jean Cassanio de Monstraviil* dans son *Traité des Géants*<sup>a</sup>, parlent de ces os, qui étoient si grands, qu'on conjectura que le Géant, à qui on crut qu'ils avoient appartenu, & que quelques-uns prirent pour le Géant *Briatus*, ne pouvoit pas avoir eu moins de 15 coudées. Le Crâne seul étoit large de 2 coudées, & l'os de l'Epaule large de 6. Quelque temps après, on trouva davantage de ces os dans la même Baronnie, & proche du même endroit. *Cassanio*, qui en vit quelques-uns lui-même, donne une description si circonstanciée d'une Dent, qu'on ne peut presque pas douter que ce n'eût été une grande Dent molaire, & conséquemment les autres os, les os d'un Eléphant. Je rapporterai ses propres paroles :<sup>b</sup> *Miræ magnitudinis Dentem multi ibi conspicientes, longitudine unius pedis, pondere librarum octo; multò autem oblongior quàm crassus visus est, radicesque aliquot habere, quibus gingivæ inhærebat. Visa est insuper ea pars, quâ cibus terebatur, aliquantulum concava latitudine digitorum quatuor*. Il ajoûte qu'on montroit de son temps une Dent pareille au Château de Charmes, dans le voisinage de

<sup>a</sup> Pag. 57.  
et seq.<sup>b</sup> Pag. 62.

cet endroit; qu'il avoit mesuré la longueur de l'endroit d'où l'on avoit tiré ces os, & qu'il l'avoit trouvé de 9 pas; que quelque temps après on découvrit quelques autres os au même endroit; enfin que tout le pays d'alentour étoit fort montagneux, c'est-à-dire, tel que les Géans vrai-semblablement le choissoient, comme très propre pour eux d'y demeurer. Ce qui me confirme dans mes conjectures sur l'origine de ces os, c'est que j'en vis quelques-uns trouvés-là dans le voisinage, qu'un Marchand François, homme fort curieux, apporta dans ce pays-ci, & qui me sembloient être les os d'un Eléphant. Il y avoit entr'autres une partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules entre les deux tablatures, telles qu'elles se trouvent dans le Crâne de cet animal. On remarqua la même chose dans le Crâne du Squelete éléphantin, trouvé proche de *Tonna* en Thuringe, dont nous parlerons ci-après.

*Hierosme Magius* <sup>a</sup> fait mention d'un Crâne très-grand, qui avoit onze emfans de circonférence, & de quelques autres grands os, vrai-semblablement du même Squelete, que deux Esclaves Espagnols trouvèrent dans un champ près de *Tunis* en Afrique, en labourant la terre. *Magius* en fut informé par *Melchior Guilandinus*, qui avoit vû le Crâne lui-même, ayant eu le malheur d'être pris prisonnier par les Corsaires, & mené en esclavage à cette ville l'an 1559. Je suis d'autant plus porté à croire que ce Crâne & ces os faisoient partie d'un Squelete éléphantin, parce que, comme nous verrons, on trouva quelque temps après un autre grand Squelete proche de la même ville, dont on envoya une Dent molaire à M. *Péiresk*, que cet illustre Sçavant trouva occasion de reconnoître pour la Dent molaire d'un Eléphant.

Je passe à ces Os, Dents molaires & Dents d'Yvoire (ou Cornes, comme quelques-uns les appellent) trouvés sous terre en différentes parties du Monde, qui ont été reconnues, par les Auteurs qui en ont parlé, pour des parties des Squeletes éléphantins, ou qui paroissent l'être indubitablement, à n'en juger que par leur figure & leur description.

<sup>a</sup> *Miscellaneorum*, l. 1.  
c. 2. p. 15.  
b.

<sup>a</sup> *Originum  
Antuerpia-  
narum lib. 2.  
quem Gigan-  
tomachiam  
appellavit,  
p. 178.*

*Jean Goropius Becanus*<sup>a</sup>, quoiqu'il vécût dans un temps où les fables des Géans étoient beaucoup accréditées, & avoient trouvé leurs partisans, même parmi des personnes d'ailleurs célèbres par leur jugement & leur sçavoir, se hazarda pourtant d'affirmer que la Dent qu'on garda & montra à Anvers pour la Dent de ce Géant cruel & sanguinaire, qui fut dé-fait, à ce qu'on prétend, par *Brabo*, fils de Jules César, Roi des Arcades, & dont la défaite, si l'on en croit l'Histoire fabuleuse de l'origine d'Anvers, a donné occasion de bâtir cette Ville & son Château; il s'est hazardé, dis-je, d'affirmer que la Dent de ce prétendu Géant, n'étoit autre chose que la Dent molaire d'un Eléphant. Assertion, comme il prévoyoit lui-même, qui ne pouvoit que déplaire à des gens qui se plaisent dans ces sortes de contes fabuleux & ridicules; mais aussi se flatoit-il, & avec beaucoup de raison, que des personnes judicieuses la regarderoient d'un tout autre œil. Ce qui arriva quelque temps avant qu'il écrivit ce Livre, le confirma beaucoup dans son sentiment. C'est qu'en creusant un Canal, de Bruxelles à la Rupelle, pour mettre cette Ville, & les Pays circonvoisins, à l'abri des incursions de ceux de Mechlen, on trouva proche de Vilvorde les Squeletes entiers de deux Eléphans, avec les Dents molaires, & les Dents longues, ou Dents d'Yvoire. *Goropius* conjecture que ces Eléphans pouvoient avoir été amenés dans ce pays-là par les Romains, du temps de l'Empereur Galien ou Posthume.

<sup>b</sup> *Lib. 4.  
l'an 1632.*

Un grand Squelete, pareillement d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, fut trouvé proche de *Tunis* en Afrique, autour de l'an 1630. Un Gentilhomme, nommé *Thomas Darcos*, qui demouroit alors à Tunis, en envoya une relation, avec une des Dents, au sçavant M. *Peiresk*. Le Crâne étoit si grand, qu'il contenoit huit meilleroles (mesure de vin en Provence) ou, selon *Gassendi*, dans sa vie de *Peiresk*<sup>b</sup>, un muid, une pinte & demie, mesure de Paris. Quelque temps après, un Eléphant en vie ayant été montré à Toulon, M. *Peiresk* donna ordre de l'amener à sa Maison de campagne, dans le dessein d'en examiner à loisir les Dents, dont il fit



prendre l'impression en cire, & trouva par-là que la prétendue Dent de Géant qui lui fut envoyée de Tunis, étoit la Dent molaire d'un Eléphant. Voici le second grand Squelete trouvé proche de Tunis en Afrique; & comme il parut évidemment par la Dent qu'on envoya à Peiresk, que c'étoit le Squelete d'un Eléphant, on en peut inférer, avec beaucoup de probabilité, quelques autres circonstances favorisant la conjecture, que le premier dont on a parlé, c'est-à-dire, celui dont *Guilandin* vit une partie, étoit le Squelete d'un Eléphant, plutôt que celui d'un Géant.

*Thomas Bartholin*<sup>a</sup> fait mention de la Dent molaire d'un Eléphant, qui fut trouvée sous terre en Islande, & qui lui fut envoyée par *Pierre Resenius*. Elle étoit tout-à-fait changée en caillou, de même que la Dent longue ou Défense d'un Rosinare qu'on trouva dans la même Isle.

<sup>a</sup> *Act. Medic. & Philosoph. Hafn. tom. 1. obs. 46. p. 83.*

Une grande Dent dont la forme montre assés que c'est la Dent molaire d'un Eléphant, a été décrite & figurée par *Lambecius*<sup>b</sup>. Il l'avoit vûe dans la Bibliotheque de l'Empereur à Vienne; mais il ne put rien apprendre, ni où elle fut trouvée, ni comment elle vint à être gardée dans cette Bibliotheque. Elle pesoit 28 onces, & on la prit communément pour la Dent d'un Géant. *Antoine de Pozzis*, premier Médecin de l'Empereur, dans une Lettre écrite à *Lambecius*<sup>c</sup>, l'assûra pourtant que c'étoit la Dent d'un Eléphant, & lui fit part de ses conjectures là-dessus, qui étoient qu'elle fut trouvée à Baden, à quatre milles de Vienne, où, peu d'années avant la date de cette lettre, on avoit trouvé aussi l'os de la jambe & l'os de la cuisse d'un Eléphant.

<sup>b</sup> *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib. 6. p. 312.*

<sup>c</sup> *Ibid. l. 64. p. 315.*

Le même *Lambecius*<sup>d</sup> a donné la description & la figure d'une autre Dent dans la Bibliotheque de l'Empereur, qui paroît aussi être la Dent d'un Eléphant. Elle pesoit 23 onces, & fut trouvée l'an 1644 à *Krembs* dans la basse Autriche, en creusant autour de cette ville pour en augmenter les Fortifications.

<sup>d</sup> *Ibid. l. 64. p. 313.*

L'année suivante, lorsque les Suédois vinrent assiéger cette même ville de *Krembs*, on trouva le Squelete entier d'un

Géant, à ce qu'on prétendoit, au haut d'une montagne voisine; proche d'une vieille Tour. Les assiégans vouloient y faire un retranchement, mais se trouvant fort incommodés de l'eau qui couloit de la montagne, ils creusèrent une fosse profonde de trois à quatre brasses pour la détourner d'un autre côté : & c'est dans cette fosse qu'on déterra ce Squelete, qui fut admiré pour sa remarquable grandeur. Beaucoup des os, principalement de la Tête, tomboient en morceaux après avoir été exposés à l'air; quelques autres furent rompus en pièces par la négligence des ouvriers : quelques-uns pourtant échappèrent, & furent envoyés à des gens sçavans en Suède & en Pologne. Il y avoit parmi ceux-ci une Omoplate, avec une cavité assés grande pour contenir un boulet de canon. La tête fut comparée par rapport à sa grandeur à une table ronde, & les os du bras approchoient de l'épaisseur d'un homme. Une Dent molaire qui pesoit 5 livres, est aux Jésuites de Krembs : une autre est figurée par Happelius dans ses *Relationes curiosæ*<sup>a</sup>, d'où j'ai tiré ce que je viens de rapporter; & il paroît évidemment par la figure, que c'étoit une Dent d'Eléphant. Cette dernière pesoit 4 livres moins 3 onces, poids de Nuremberg.

<sup>a</sup> Tom. 4.  
p. 47. 48.

<sup>b</sup> Biblioth.  
Casar. Vindob.  
lib. 6.  
p. 652.

Dans le VIII.<sup>e</sup> volume des Commentaires de *Lambecius* sur la Bibliothèque Imperiale de Vienne<sup>b</sup>, il y a la description & deux figures d'une Dent d'Eléphant très-grande, qui pesoit quatre livres & trois quarts. Elle fut envoyée de Constantinople à Vienne l'an 1678, & on l'offrit de la vendre à l'Empereur pour deux mille écus. On prétendoit que pour sa grandeur & son antiquité, elle avoit été estimée ci-devant à 10000 écus, & qu'on l'avoit trouvée aux environs de Jérusalem dans une Caverne souterraine fort spacieuse, où il y avoit le tombeau d'un Géant, avec cette inscription en caractères Chaldaïques : *Ci git le Géant Hog*; d'où l'on voulut conjecturer que ç'avoit été la Dent de *Hog*, Roi de *Bassan*, qui fut défait & assujéti avec tout son peuple par Moïse, qui étoit demeuré seul de reste de *Rephaims*, dont le lit étoit un lit de fer : sa longueur étoit de neuf coudées, & sa largeur de

quatre coudées, de coudée d'homme <sup>a</sup>. Comme le tout avoit l'air d'une imposture, l'Empereur ordonna qu'on renvoyât cette Dent à Constantinople. <sup>a</sup> Deuteron. ch. 3. v. 11.

*Hierosime Ambroise Langeumantel*, Membre de l'Académie Impériale des Sciences, fit insérer dans les Ephémérides de cette Académie <sup>b</sup>, un Extrait d'une Lettre qui lui avoit été écrite par le sçavant *Jean Ciampini* de Rome, touchant quelques Os d'une grandeur extraordinaire; à sçavoir, l'os de la Cuisse, l'os de l'Epaule, & cinq Vertèbres, du nombre desquelles étoit une des Vertèbres du Col, qui furent trouvés sous terre, aux environs de *Vitorchiani*, dans le Diocèse de Viterbe, l'an 1687. Tous ces os ensemble, qui pesoient plus de 180 livres Romaines, excédoient de beaucoup en grandeur les os les plus grands qui se trouvoient dans divers Cabinets à Rome, particulièrement dans celui de la famille de *Chisi*. La plupart de ceux qui les virent, les prirent pour des os de Géant, mais *Ciampini*, & quelques autres, soupçonnant que ce pouvoit être plutôt les os d'un Eléphant, ou de quelque autre grande bête, & sçachant qu'il y avoit dans le Cabinet du Grand Duc de Toscane un Squelete entier d'un Eléphant, il en obtint un dessein exact, & trouva, en le comparant avec ces os, une correspondance si parfaite, qu'il n'avoit plus raison de douter qu'ils n'eussent fait partie d'un Squelete éléphantin. <sup>b</sup> Decur. 2. annus 7. f. 1688. obs. 234. p. 446.

Le Squelete éléphantin, qui fut trouvé dans une Carrière de sable aux environs de *Tonna* en Thuringe, l'an 1698, est un des plus curieux, & aussi des plus complets dans ce genre: car il y avoit toute la Tête, avec quatre Dents molaires & les deux Dents longues ou d'Yvoire, les os des pieds de devant & de derrière, un os de l'Epaule, les os de l'Epine du Dos, quelques côtes, & plusieurs des Vertèbres du Col. *Guillaume Ernest Tentzelius*, Historiographe des Ducs de Saxe, a si bien décrit toute l'histoire de ce Squelete dans une Lettre à l'illustre *Maghiabechi*, qui fut réimprimée dans les Transactions philosophiques <sup>c</sup>, qu'il seroit inutile d'y ajoûter quelque chose. Quelques-uns de ces os furent envoyés par M. <sup>c</sup> N.º 234. p. 737.



*Tentzelius* à la Société Royale de Londres; à sçavoir, partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules, qui rendent le Crâne de cette bête remarquable, quelques-unes des Dents molaires, & une partie des Dents d'Yvoire; & ayant été examinés dans une des assemblées de la Société, on les trouva parfaitement conformes à la description qu'il en avoit donné dans la Lettre, & l'on ordonna qu'ils fussent soigneusement gardés dans leur repatoire, comme des choses aussi rares que curieuses & singulières. Au reste les *strata* ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où l'on trouva ce Squelete éléphantin, étoient, selon le rapport de *Tentzelius*, disposées de la manière suivante : quatre pieds de terre noire labourable : deux pieds & demi de gravier ; le milieu de cette couche à la hauteur de deux pieds étoit composée de l'osteocolla & des pierres : autre demi-pied de l'osteocolla & des pierres : six pieds de sable avec environ deux pouces de l'osteocolla au milieu : un pied de l'osteocolla & de cailloux : six pieds de gravier : un sable blanc & fin, dont la profondeur resta inconnuë ; & c'est dans ce dernier lit qu'on trouva le Squelete.

M. le Comte *Marfilli*, dans le 2.<sup>e</sup> Volume de son *Danube*, où il traite des Antiquités remarquables qu'il avoit observé le long de cette Rivière, fait mention de plusieurs os & Dents d'Eléphants, qu'il trouva tant en Hongrie qu'en Transylvanie, & qu'on garde à présent à Bologne dans son célèbre Cabinet des Curiosités naturelles & artificielles. Selon le rapport des gens du pays, ces Dents & ces os furent trouvés dans des Rivières, dans des Lacs & des Etangs. Il eut, par exemple ; une Vertebre, une Dent molaire, & partie d'une Dent d'Yvoire du Lac ou Etang de *Hiulia* ; deux fragmens de l'os de la jambe, qui étoient un peu rongés par dedans, furent tirés d'un Etang proche de *Fogheras* en Transylvanie, autrefois la résidence des Princes du pays : toute la Mâchoire inférieure avec deux Dents molaires dedans, lui fut présentée par des Pêcheurs, qui disoient l'avoir trouvée dans les Etangs

aux



aux environs de *Tibiscus*, un peu plus haut que le *Romerskaatz*, c'est-à-dire, le Fort Romain.

J'ai rapporté ci-dessus l'opinion de *Goropius* sur l'antiquité de deux Eléphans, dont on trouva les Squeletes proche de *Wilvorde*. Cet Auteur prétend qu'ils ne sont venus là que du temps des Romains, & de leurs expéditions dans les Pays-bas, principalement sous les Empereurs Galien ou Posthume. M. le Comte *Marfili* est du même sentiment, par rapport à ceux dont il trouva les Dents, & quelques autres ossemens, en Hongrie & en Transylvanie. Il remarque qu'il ne doit pas du tout paroître étrange, qu'on trouve des os d'Eléphans dans les pays Septentrionaux, où certainement il n'y a jamais eu de ces bêtes; il remarque, dis-je, que cela ne doit pas paroître étrange à quiconque sçait les grands usages que les Romains en tiroient dans la guerre; & comme ce qu'il a trouvé en Hongrie & en Transylvanie des Dents & ossemens de cet animal, a été tiré des Lacs & des Etangs, il se sert de cette observation pour appuyer son sentiment sur leur antiquité, la coutume des Romains ayant été de jeter les carcasses des Eléphans morts dans des eaux, ce qui se fait encore aujourd'hui avec les carcasses des Chevaux, & autres bêtes, pour prévenir par-là les maladies & autres inconvéniens que leur putréfaction pourroit causer dans une Armée. De l'autre côté, il y a un grand nombre d'argumens, tirés entre autres de la grandeur des Animaux dont on a trouvé les Squeletes sous terre, qui quelquefois surpasse de beaucoup tout ce qu'on en a pu amener de vivant en Europe, de l'état dans lesquels on les a trouvés, de la situation particulière des os, & de l'état des couches des terres par dessus les endroits où on les a trouvés, qui prouvent, presque jusqu'à démonstration, que quelques-uns au moins de ces Squeletes (si on ne les comprend pas tous) doivent être d'une antiquité plus grande, & qu'il en faut absolument revenir à la force des eaux d'un Déluge universel, pour résoudre un phénomène aussi extraordinaire pris dans toute son étendue. Pour n'insister que sur le dernier de ces argumens, il est évident que si on les avoit

enterré à une profondeur si considérable, cela n'auroit pû se faire sans creuser par les différentes couches de terre, & conséquemment sans en changer la disposition. Or si on trouve toutes ces couches dans leur état naturel, il s'ensuit nécessairement, que ce qu'on trouve au dessous, doit avoir été logé là, avant, ou du temps que ces couches furent formées. Mais il y a encore un argument, qui me semble d'un grand poids, pour prouver que les Eléphants, dont on trouve les Squeletes sous terre, n'ont pas été du temps des Romains, comme le conjecturent *Goropius* & M. le Comte *Marssili*. *Tentzelius* s'en est servi dans sa Lettre à *Magliabechi*, & il est pris de la grande valeur de l'Yvoire depuis les temps les plus reculés, & principalement aussi parmi les Romains. Plusieurs Auteurs sont

<sup>a</sup> *Hist. Nat.*  
l. 12. c. 4.

foi de cela : il suffira de citer un passage de Pline <sup>a</sup>, où il dit que parmi d'autres présents d'un très grand prix, que les Ethiopiens furent obligés de faire aux Rois de Perse, au lieu d'un tribut, il y avoit vingt grandes Dents d'Eléphants, (sans doute les *Dentes exerti*, ou Dents d'Yvoire) & il remarque là-dessus, *tanta Ebori auctoritas erat*. On ne sçauroit s'imaginer que, vû le prix de l'Yvoire, les Romains eussent négligé d'ôter les Dents des Eléphants morts, avant que de jetter leurs carcasses dans l'eau; mais il n'y a presque aucun de ces Squeletes, que je sçache, où l'on n'aye trouvé les Dents avec; & même parmi les ossements éléphantins figurés par M. le Comte *Marssili*, il y a trois Dents molaires, & une partie considérable d'une Dent d'Yvoire.

<sup>b</sup> *Natural*  
*History of*  
*Stafford-*  
*shire, ch. 7.*  
p. 78.

*Robert Plot*, dans son Histoire naturelle du Comté de Stafford <sup>b</sup>, dit, que *Guillaume Leveson Gower* de Trentham lui avoit fait présent de la Mâchoire inférieure d'un grand Animal, avec des grandes Dents qui y étoient encore enchassées. On l'avoit trouvé dans une marnière sur une de ses terres, & M. *Plot* l'ayant comparée avec la Mâchoire inférieure d'une tête d'Eléphant, dans le Cabinet de M. *Ashmole* à Oxford, il y trouva une exacte conformité.

Il y a dans le Cabinet de la Société Royale de Londres deux os de la Jambe de l'Eléphant. L'un fut présenté à la Société

par le Chevalier *Thomas Broun* de Noruich. L'autre fut apporté de la Syrie pour l'os de la Jambe d'un Géant. *M. Grew*<sup>a</sup> fait voir par une supputation exacte, qu'il est impossible que ce puisse être l'os de la Jambe d'un Homme, n'étant que trois fois aussi long sur vingt-deux fois d'épaisseur qu'il a de plus, il a une aune d'Angleterre, & demi-pied de long, & environ un pied de circonférence dans l'endroit le plus mince. *M. Grew* remarque, que la figure fait voir que c'étoit un os de la Jambe & non pas de la Cuisse, & il conjecture que l'Eléphant, à qui il avoit appartenu, devoit avoir été haut d'environ cinq aunes.

<sup>a</sup> *Museum  
Regalis Socie-  
tatis,  
p. 32.*

J'en ai quelques-uns à ajoûter. *Gessner* dans son *Traité de Figuris Lapidum*<sup>b</sup>, fait mention d'une Dent quatre fois plus grande que celle qu'il avoit figurée sous le titre d'*Hippopotamus*, dans son ouvrage de *Aquatilibus*. Un noble Polonois la lui envoya en présent, & on l'avoit trouvé sous terre en creusant les fondemens d'une maison, avec une grande urne, (comme on disoit) que quelques-uns prirent pour la Corne de la Licorne, quoique faussement, comme le même *Gessner* conjecture, étant beaucoup plus épaisse que la Licorne, & outre cela courbée. Il est fort probable que cette prétendue Corne ait été la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

<sup>b</sup> *Pag. 137.*

Le même Auteur<sup>c</sup> parle d'une Caverne souterraine proche d'Elbingeroda, où l'on trouvoit des Dents & d'autres Osse-  
mens des Hommes & des Animaux d'une grandeur si extraordinaire, qu'on ne pouvoit s'imaginer qu'avec peine, qu'il y en ait jamais eu de si grands.

<sup>c</sup> *r. c.*

On garde la Dent molaire d'un Eléphant pétrifiée dans le Cabinet du Roy de Danemarck à Copenhague, comme il paroît par le Catalogue<sup>d</sup>; mais on n'y fait pas mention, ni de l'endroit où elle fut trouvée, ni comment elle passa dans ce Cabinet.

<sup>d</sup> *Museum  
Regium,  
part. 1. sect.  
7. n.º 109.  
de la nouvelle  
édition.*

Il y a dans le même Cabinet un os de Cuisse très-grand, qui pèse près de vingt livres Danoises, & qui a plus de trois pieds en longueur. Il est d'une si grande antiquité, comme le remarque l'Auteur du Catalogue<sup>e</sup>, qu'il en est presque

<sup>e</sup> *Ibid. part.  
1. sect. 1.  
n.º 73.*

pétrifié. Le même Auteur fait mention, à cette occasion, d'un autre grand os long de 4 pieds, & pesant 25 livres, qui se trouvoit alors dans le Cabinet du célèbre *Otho Sperling*; & il rapporte, sur la foi de *Sperling*, qu'on l'avoit déterré à *Bruges* en Flandre, dans la place de la prison publique, l'an 1643, en présence de *Bernhard de Arauda* & du Perc de *Sperling*, qui y avoit vû tout le Squelete, dont la longueur étoit de 9 aunes de Brabant. On ne sçauroit déterminer rien de précis, ni sur l'un, ni sur l'autre de ces os.

On trouva une pièce d'Yvoire, dans un champ, sur les bancs de la Vistule, à six milles de Varsovie, & on la montra à Dantzick à *Gabriel Rzaczynski*, auteur de l'Histoire Naturelle de Pologne, imprimée à Sandomir dans le Collège des Jésuites <sup>a</sup>, qui crut y reconnoître la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Dans les Notes sur la *Cynofura Medica* de Paul Herman, de la nouvelle édition publiée par M. *Boëcler* de Strasbourg <sup>b</sup>, sous le titre de la *Licorne fossile*, il est fait mention d'une pièce d'Yvoire fossile, ou plutôt d'une Dent d'Eléphant fort remarquable, dans la possession de M. le Chevalier *Jaques Samson de Rathsamhausen de Ehenweyer*, Sieur de *Nonnenwyer*. Elle fut trouvée dans le Rhin proche de Nonneville, sur une de ses Terres. Elle étoit longue de trois pieds de Paris, trois pouces & demi, & avoit près d'un pied de circonférence à la base, dans l'endroit le plus épais, & environ huit pouces & demi vers l'autre extrémité. Elle étoit remplie par dedans d'une espèce de Marne, mais par dehors elle étoit pierreuse dans quelques endroits, & osseuse dans d'autres. Elle sentoit l'Yvoire quand on en raclait, ou brûloit la partie osseuse : la raclure bouillie dans de l'eau en faisoit une espèce de gelée. L'Auteur des Notes ajoûte, qu'on trouve la Licorne fossile dans diverses parties de l'Europe, dans la forêt d'Hercynie en Moravie, en Saxe, & dans le Duché de Wirtemberg proche de Canstad.

<sup>a</sup> Pag. 2.

<sup>b</sup> 1726.  
in 4.<sup>o</sup> pag.  
133. part.  
3.



## EXPLICATION DES FIGURES.

*Fig. 1.* LE plus grand morceau, ou la base de la Dent d'Yvoire trouvée proche de Londres, dont le diametre & la longueur ne sont ici qu'à la moitié de la grandeur naturelle. *A*, Cone de sable qui remplissoit la cavité en forme de Cone, qui se trouve au bas des Dents d'Yvoire. *b*, le bout de ce Cone, tronqué & environné de couches, qui composent la Dent, marquées *c, c, c, &c.*

*Fig. 2.* Le bout de la même Dent, diminué un peu moins de la moitié de sa grandeur naturelle, & composé de couches marquées *a, a, a.*

*Fig. 3.* Coupe horisontale d'une Dent d'Yvoire, dans laquelle les lignes rondes autour du centre *a, a, a, &c.* marquent les différentes couches dont la Dent étoit composée. Le diametre de cette pièce est ici moitié plus petit que dans sa grandeur naturelle. Le grain de l'Yvoire en est d'ailleurs très-beau & fort uni.

*Fig. 4.* Partie d'une Dent d'Yvoire, dont les couches se sont séparées l'une de l'autre d'un côté par quelque maladie, tandis que l'Yvoire de l'autre est fort sain & bon. *a*, est la partie saine de l'Yvoire. *b, b, b, &c.* les couches couvertes de chaque côté d'une matière blanche très-fine, la couleur de l'Yvoire même approchant un peu au jaune.

*Fig. 5.* Fragment de la Dent d'Yvoire fossile, trouvée dans le Comté de Northampton, long d'un pied onze pouces, mesure d'Angleterre.

*Fig. 6.* La Dent d'Yvoire fossile, trouvée en Sibérie.

*Fig. 7.* Vertebre fossile d'une Baleine, trouvée dans le Comté d'Oxford. *A*, est le corps de la Vertebre. *b, b*, les endroits d'où sortoient les Apophyses transversales qui manquent dans celle-ci. *c*, l'Apophyse épineuse. *d, d*, les deux Apophyses obliques. *e*, le Trou entre l'Apophyse épineuse & le corps de la Vertebre, par où passe la moëlle. La hauteur de cette Vertebre, depuis la base jusqu'au bout de ce qui

334 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
reste de l'Apophyse épineuse, est d'un pied cinq pouces, la  
largeur du corps de la Vertebre est d'un pied.

*Fig. 8.* Vertebre naturelle du Squelete d'une Baleine, qui  
répond à la fossile (*Fig. 7.*) *A*, est le corps de la Vertebre.  
*b, b*, les Apophyses transversales, dans chacune desquelles il  
y a un trou *f.* *c, c*, les Apophyses obliques. *d*, l'Apophyse  
épineuse. *e*, le Trou par où passe la moëlle. C'est une des  
Vertebres les plus grandes, par rapport à son corps, mais ses  
Apophyses sont moindres à proportion. Elle a un pied trois  
pouces de hauteur depuis la base jusqu'au bout de l'Apophyse  
épineuse, & le corps a onze pouces & demi de l'argeur.

*Fig. 9.* Autre Vertebre du Squelete d'une Baleine. *A*, le  
corps de la Vertebre. *b, b*, les Apophyses transversales. *c, c*,  
les Apophyses obliques. *d*, l'Apophyse épineuse. *e*, le Trou  
par où passe la moëlle. Il y a deux pieds six pouces du bout  
d'une Apophyse transversale au bout de l'autre, & un pied  
huit pouces & demi de la base du corps au bout de l'Apo-  
physe épineuse.



Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 4.

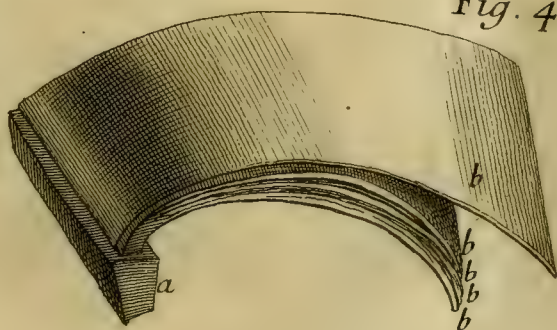


Fig. 5.

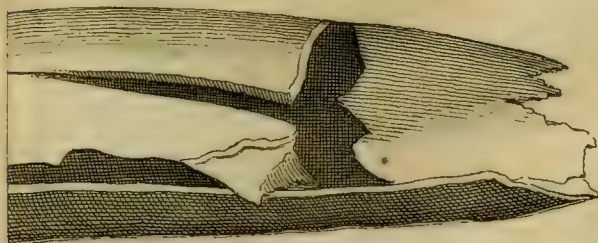


Fig. 1.

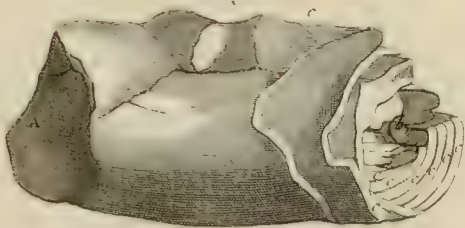


Fig. 3.



Fig. 2.



Fig. 4.

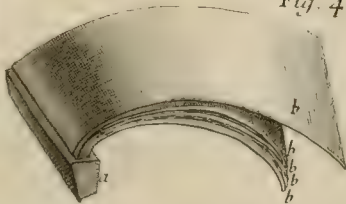
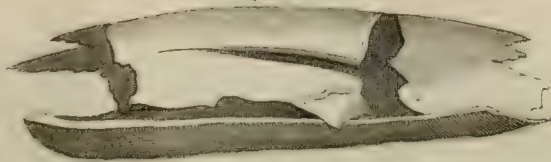


Fig. 5.





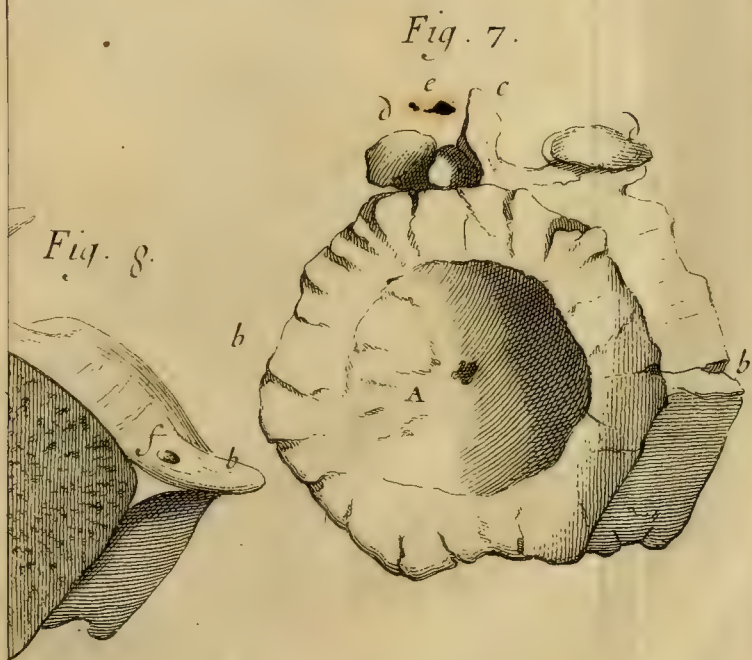
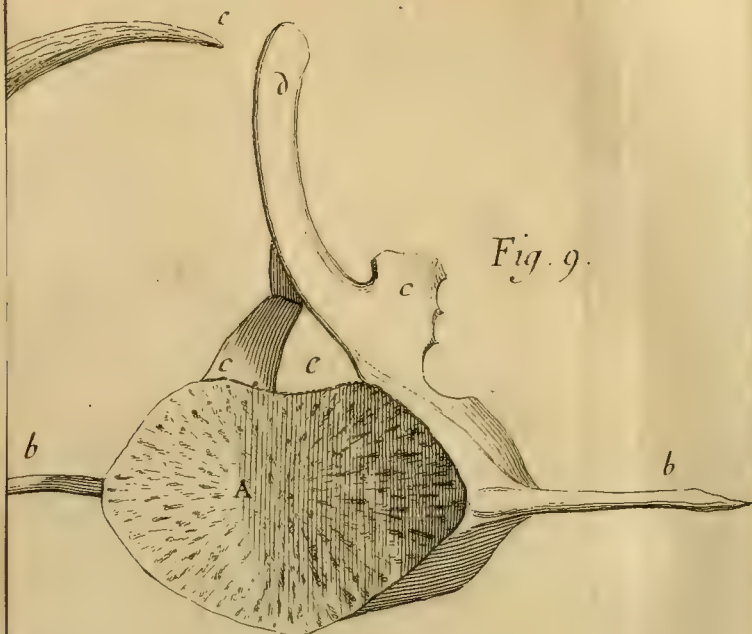


Fig 6

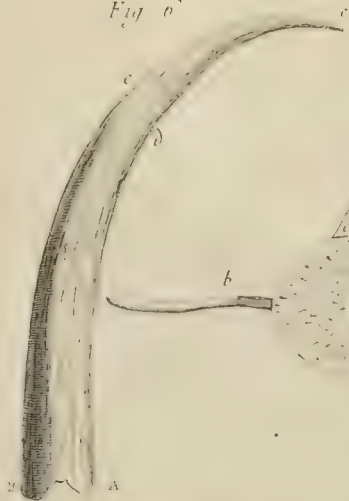


Fig 9

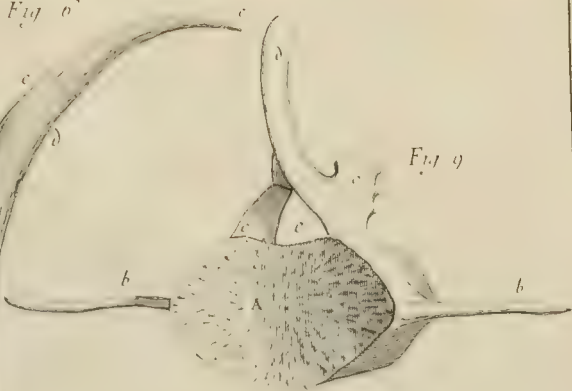


Fig 7

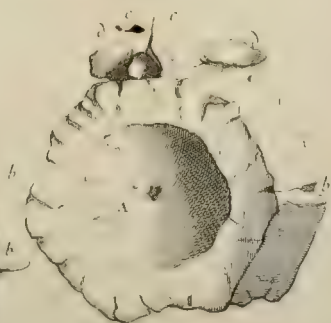


Fig 8



## OBSERVATION

*Touchant une Végétation particulière qui naît sur l'Ecorce  
du Chêne battuë, & mise en poudre, vulgairement  
appellée DU TAN.*

Par M. MARCHANT.

ON sçait en général que tout est en mouvement dans la Nature, & ce qui nous paroît quelquefois une substance entièrement détruite par un dérangement de ses parties, produit au contraire, par le secours de la fermentation, de nouvelles Végétations qu'il seroit difficile de prévoir; & il n'y a que les observations qui pourroient faire connoître combien la combinaison de différentes matières contribuë souvent à faire naître des Phénomènes, ou inconnus, ou peu examinés. 3 Déc. 1727.

Pendant le mois de Juillet dernier étant dans l'Atelier d'un Marchand Tanneur, je fus agréablement surpris en voyant plusieurs touffes d'une espece de gazon de très-belle couleur jaune-matte, dispersées en différens endroits sur le haut d'un gros monceau de Tan, qui avoit servi plusieurs mois à tanner & couvrir des Cuirs de Bœuf, qu'on range par lits l'un sur l'autre dans des fosses faites à cette usage, puis ce Tan est après retiré des mêmes fosses & mis en gros tas.

Ce Tan, après avoir ainsi servi, est alors appelé par les ouvriers *de la Tannée*; & cette matière ne sert plus qu'à faire des mottes, dont on sçait que les pauvres se servent (faute de bois) pendant l'hiver.

Les touffes en manière de gazon dont on vient de parler, sont une Végétation connue chés les Tanneurs, sous le nom de *Fleurs de la Tannée*. Mais comme je ne sçais point qu'aucun Physicien ait observé, ni fait mention de ces sortes de fleurs, nous les décrirons ici, telles que j'eus l'honneur de les faire voir à l'Académie il y a quelque temps, & ainsi qu'elles

Pour faire connoître cette Végétation dès sa naissance , je dirai que j'ai observé qu'elle sort de la substance de la Tannée, (*Fig. 1. a, a, a.*) en une espee d'écume, qui peu à peu s'épaissit en consistance de pâte molle, de couleur jaune-citron; & de l'épaisseur de six à huit lignes. A mesure que cette pâte végète (*Fig. 11 vûë à la Loupe*) sa surface devient poreuse & spongieuse, bouillonnée, remplie d'une infinité de petits trous de différent diametre, dont les interstices forment une espee de rézeau plus ou moins regulier, & souvent interrompu par des bouillons, qui s'élevent un peu au-dessus de la superficie de cette matière, qui étant à son dernier point d'accroissement, a plus de rapport à la surface d'une éponge platte & fine, qu'à toute autre végétation. Sa couleur augmente toujous jusques enfin au jaune-doré, & alors elle devient un peu plus solide en se desséchant à l'air. Nous n'avons pû appercevoir dans la matrice de cette Végétation , qui vrai-semblablement est la Tannée, aucunes fibres qu'on pût soupçonner être ou faire les fonctions de racines pour la production de cette Végétation, qui a d'abord une légère odeur de bois pourri, laquelle augmente par la suite. Sa saveur a quelque chose du stiptique.

La Tannée sur laquelle elle croit, (*Fig. 1 et 11, bb.*) est alors de couleur fort brune, dure, foulée & plombée quoique fort humide; & dans l'instant de cette production, la Tannée a une chaleur aussi considérable depuis sa surface jusqu'à un demi-pied de profondeur, que si elle avoit été récemment abreuvée d'eau tiède.

Pendant le premier jour de la naissance de nôtre Végétation, elle paroît fort agréable à la vûë, légère & comme fleurie, lorsque les portions de gazon qu'elle forme s'étendent circulairement en façon de lobes jusqu'à dix ou douces pouces de diametre; mais si par hazard elle se trouve naître en un lieu exposé au Midi ( ce qui lui est favorable pour sa production, & non pour sa durée) les rayons du Soleil la résoudent dès le second jour en une liqueur blanc-jaunâtre, laquelle en peu de temps se condense, & se convertit entièrement en une croûte sèche,



féche, épaisse d'environ deux lignes. La Végétation ayant ainsi disparu, on trouve quelques jours après sous cette croûte, une couche ou lit de poussière noire très-fine, qui a assés de rapport à la poussière qu'on découvre dans le *Lycoperdon*, & qui ici pourroit être de la Tannée dissoute, puis desséchée, & enfin convertie en une espee de terreau réduit en poudre impalpable.

La fleur de la Tannée paroît tous les ans vers le commencement du mois de Juin, ou quelquefois plutôt, suivant la chaleur du Printemps, particulièrement s'il a fait quelques pluyes chaudes; & lorsqu'elle paroît dans les grandes chaleurs de l'Été, elle marque du changement de temps, ou même souvent de l'orage, selon le dire des ouvriers.

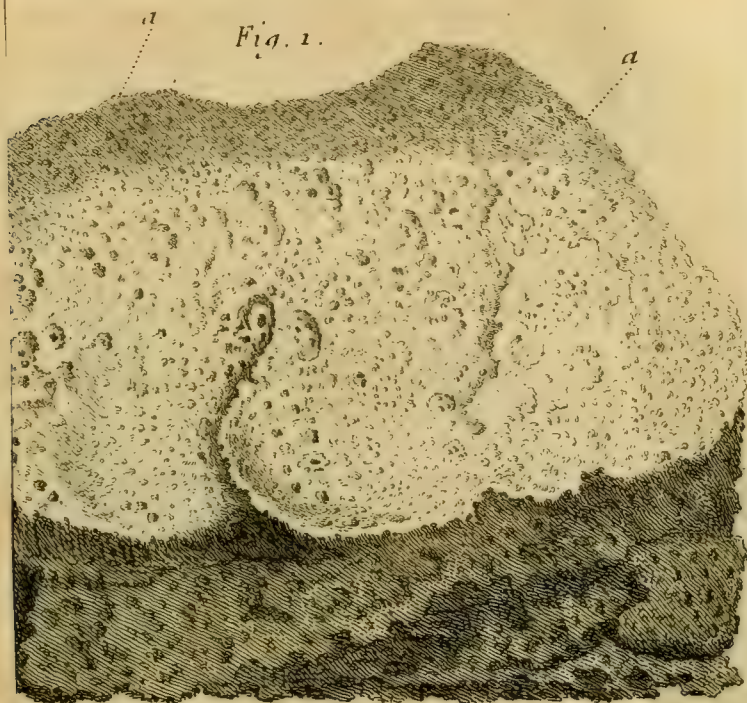
Suivant ce que nous venons de rapporter, il est assés vraisemblable que le Tan qui a servi à tanner les Cuirs, est la matrice de cette Végétation. Car en effet la Chaux qu'on employe pour faire tomber le poil des Cuirs, les sels, les huiles, & les soufres contenus dans les Cuirs, joints à l'acide du Tan, macérés ensemble dans des fosses pendant plusieurs mois, & dont le Tan a été parfaitement imbibé, contient des substances, qui aidées de l'air, sont toujours prêtes à fermenter, & par conséquent à produire la Végétation dont il s'agit.

On sçait aussi qu'entre les arbres que nous connoissons, le Chêne est celui qui produit une plus grande diversité d'excroissances, de Végétations, ou d'excrements, ainsi que Jean Bauhin, l'un de nos plus sçavants Botanistes, appelle ces sortes de productions, & dont il a donné un excellent Traité dans son Histoire générale des Plantes. On trouve encore un autre petit ouvrage particulier sur les productions du Chêne, composé par Jean du Choul, & intitulé *De variâ Quercûs historiâ*; imprimé à Lyon en 1555; mais il paroît par les écrits de ces Auteurs, que de leur temps on n'avoit point observé la fleur de la Tannée, ni connu les deux productions extraordinaires vûës sur le Chêne, & rapportées dans les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences en l'année 1692, dont

ces Historiens auroient sans doute fait mention, ou depuis eux d'autres Physiciens, s'ils en avoient eu connoissance.

Pour donner une plus grande intelligence de ces anciens Mémoires de 1692, je me servirai par occasion de celui-ci, quoiqu'il n'ait du rapport aux précédentes observations, qu'à cause que les unes & les autres sont faites sur le Chêne. Pour cet effet nous ferons d'abord remarquer, qu'on doit bien prendre garde de ne pas confondre ces deux productions extraordinaires avec celles qui sont causées par des picqueures que les insectes font quelquefois en déposant leurs œufs sur des Plantes, lesquelles picqueures nous étoient parfaitement connues, lorsque nous fîmes ces observations, ainsi qu'on pourra le voir par la lecture desdits Mémoires. L'attention particulière que nous eûmes ensuite à examiner ce fait dans le temps, prouve ce que j'ai avancé à l'égard de ces productions, ayant alors bien observé la consistance des globules formés par les Végétations, où nous avons précisément dit dans cet article, que nous ne trouvâmes dans ces deux productions aucune apparence ni d'œufs, ni de vers, ni de moucheron, ni d'aucun autre corps étrange. On doit aussi considérer comme chose particulière à ce fait, les petites feuilles que nous remarquâmes sur les filets qui soutenoient les globules, lesquels filets n'étoient point certainement des chatons ou fleurs du Chêne, puisque les chatons du Chêne ne portent point de feuilles, & qu'ils ne paroissent jamais qu'au Printemps, & tombent incontinent après; & que ce fut au contraire dans la saison de l'Automne que nous fîmes les deux observations citées ci-dessus, & dans lesquelles j'ai rapporté les faits tels que je les ai cueillis & examinés sur les Chênes, ce qui est enfin plus amplement énoncé & figuré, ainsi qu'on le pourra voir dans ces anciens Mémoires.

Pour revenir à ce qui fait le principal objet du présent Mémoire. Je dirai que j'ai balancé avant de me déterminer, pour sçavoir sous quel genre de Plante on devoit ranger cette Végétation, parce que je n'y ai pu remarquer les parties essentielles qui ordinairement caractérisent les Plantes. Mais



*Fig. II.*

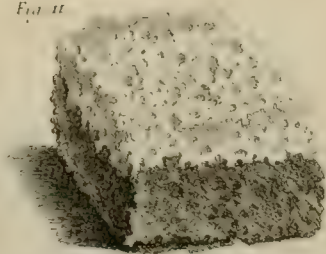


*rollis, flava et amoena, in pulvere coriario nascens.*

Fig 1



Fig 11



*Spongia siccata, mollis, flava et amara, in pulvere coriario nascentis.*



quoique quelques Botanistes modernes appellent abusivement ces sortes de productions, des Plantes imparfaites, cependant nôtre Végétation comparée à l'Eponge reconnuë pour Plante, & dans laquelle on n'apperçoit presque ni racines, ni feüilles, ni fleurs, ni même de graines, non plus que dans notre Plante, qui par son port & par sa structure, tant extérieure qu'intérieure, a infiniment plus de ressemblance à l'Eponge qu'à toute autre Plante connuë. Je me suis enfin déterminé à la ranger sous le genre de l'Eponge, & ainsi nous la nommerons *Spongia fugax, mollis, flava & amæna, in pulvere coriario nascens*.

Je tâcherai de continuer cette observation, suivant que nôtre Plante paroîtra; laquelle d'ailleurs les Tanneurs m'ont assuré n'avoir jamais vû croître sur du Tan neuf: Et si par la suite nous pouvons faire quelques nouvelles expériences sur la génération de ce Phénomène botanique si passager, mais toutefois constant & régulier dans sa manière de naître, nous en rendrons compte à la Compagnie.



# NOUVELLE MANIERE

## DE DEVELOPPER LES COURBES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

**Fig. 1.** **S**OIT la Courbe  $OMF$  enveloppée d'un fil : si l'on développe cette Courbe, soit vers la concavité, soit vers la convexité, de manière que la partie  $MF$  du fil soit toujours appliquée sur la Courbe; & que tirant le bout du fil à travers l'anneau mobile  $M$ , la partie du fil  $ML$ ,  $MA$  qui quitte la Courbe lui soit toujours perpendiculaire, l'extrémité du fil  $L$  ou  $A$  décrira dans ce mouvement une nouvelle Courbe  $OL$ ,  $OA$ ; & si le fil est plus long que la Courbe d'une quantité donnée  $LL^2$ ,  $AA^2$ , l'extrémité du fil décrira les Courbes  $AL^2$ , ou  $AA^2$ . Voilà une nouvelle manière de développer les Courbes, d'où résulte une infinité de Courbes nouvelles, dont nous allons examiner les propriétés générales; celles qui sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, soit que ce développement se fasse sur des Courbes géométriques ou transcendentes, rectifiables ou non.

Pour plus grande généralité, je suppose que le fil est plus long que la Courbe, de la quantité  $a$ ; lorsqu'il sera égal à la Courbe, il n'y aura qu'à effacer les termes où se trouvera  $a$ .

**Fig. 2.** Soit  $MC$  un rayon de la Développée à l'ordinaire de la Courbe  $OMm$ , &  $mC$  un autre rayon infiniment proche, qui rencontre le premier au point  $C$ ; ces deux rayons rencontrent les Courbes  $AL$ ,  $aA$  aux points  $Ll$ ,  $A\lambda$ . Ayant décrit du centre  $C$  de l'intervalle  $CL$ ,  $C\lambda$ , les petits Arcs  $LB$ ,  $A\beta$ , par la nature de nôtre développement, l'on aura toujours  $B\lambda = Mm = \beta\lambda$ ; & nommant le rayon de la Développée à l'ordinaire

$$\begin{array}{l} MC = r \\ \text{l'Arc } OM = u \end{array}$$

l'on aura  $r : du :: r - u - a : \frac{r-u-a}{r} du = BL$

$$r : du :: r + u + a : \frac{r+u+a}{r} du = \beta\Lambda.$$

Et à cause des Triangles semblables  $BL\Lambda$ ,  $MTI$ , l'on aura pour le développement vers la concavité

$$IB : BL :: LM : MT$$

$$du : \frac{r-u-a}{r} du :: u + a : \frac{ru - uu - 2au + ar - aa}{r} = MT$$

la soutangente de la Courbe qui résulte du développement, prise sur la tangente de celle qu'on développe. L'on voit donc que cette soutangente est la quatrième proportionnelle aux trois lignes; le rayon de la Développée à l'ordinaire  $MC$  : la partie  $CL$  terminée par la Courbe qui résulte du développement :: & le reste de ce rayon  $LM$  compris entre les deux Courbes.

Si le développement se fait vers la convexité, l'on aura, à cause des Triangles semblables  $\lambda\beta\Lambda$ ,  $\Lambda M\tau$ ,

$$\lambda\beta : \beta\Lambda :: \Lambda M : M\tau$$

$$du : \frac{r+u+a}{r} du :: u - a : \frac{ru + uu + 2au + ar + aa}{r} = M\tau.$$

La soutangente est la quatrième proportionnelle à ces trois lignes; le rayon de la Développée  $MC$  : ce rayon prolongé jusqu'à la Courbe qui résulte du développement  $C\Lambda$  :: & le prolongement de ce rayon  $\Lambda M$  compris entre les deux Courbes.

Et la différence  $T\tau$  des deux soutangentes, est  $2 \cdot \frac{u+a}{r}$ , c'est-à-dire, double de la troisième proportionnelle au rayon  $MC$  de la Développée à l'ordinaire : & à la partie  $ML$  ou  $M\Lambda$  du fil qui a quitté la Courbe.

Faisant toujours  $MC = r$ , l'on a trouvé  $BL = \frac{r-u-a}{r} du$ .

L'on aura donc vers la concavité, le petit Trapeze  $MmBL$

$$\begin{aligned} &= \frac{Mm + BL \times ML}{2} = \frac{du + \frac{r-u-a}{r} du \times u + a}{2} \\ &= \frac{2ru - 2au - uu + 2ar - aa}{2r} du. \end{aligned}$$

Vers la convexité, l'on a trouvé  $\beta \Lambda = \frac{r+u+a}{r} du$ .

L'on aura donc le petit Trapeze  $Mm\beta\Lambda =$   

$$\frac{du + \frac{r+u+a}{r} du \times u + a}{2} = \frac{2ru + 2au + uu + 2ar + aa}{2r} du.$$

L'intégrabilité de chaque espace compris entre les Courbes qui résultent du développement & celle qu'on développe, dépendra de la nature de celle qu'on développe, & aucun de ces deux espaces n'est quarrable généralement, pas même en supposant la rectification de la Développée. Cependant les deux espaces pris ensemble, celui qui résulte du développement vers la concavité, & celui du développement vers la convexité, ont une quadrature absolue, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Car joignant les deux Trapezes  $MmBL$ ,  $Mm\beta\Lambda$ , l'on a  $\frac{4ru + 4ar}{2r} du = 2u + 2a du$ , dont l'intégrale est  $uu + 2au$  pour l'espace  $AL\Lambda\alpha$ .

Fig. 3.

Voici pourquoi les deux espaces pris ensemble, sont toujours quarrables, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Si l'on suppose que la ligne qu'on développe, soit la droite  $OM$ , les rayons de la Développée  $MC$  devenant parallèles, il est clair que l'on a  $BL = Bl = Mm = \beta\Lambda = \beta\lambda = du$ ; les lignes  $OM$ ,  $\Lambda L$ , croissent l'une & l'autre en progression arithmétique; l'espace  $\alpha AL\Lambda$  sera égal à la somme de tous les petits rectangles  $\Lambda LB\beta$ , ou au quarré de  $OM + 2$   
 $OA \times OM$ . Aussi alors a-t-on pour le petit rectangle, qui

est l'élément de cet espace,  $Mm \times \Lambda L = du \times 2u + 2a$ , dont la somme est  $uu + 2au$ ; celle que nous venons de trouver pour l'espace  $\alpha AL\Lambda$ .

Fig. 4.

Mais si la droite  $OM$  vient à se courber, alors  $\lambda l$  &  $\Lambda L$  n'étant plus parallèles,  $Mm$  devient plus petit que  $\Lambda\beta$ , & plus grand que  $LB$ , & est précisément autant moindre que  $\Lambda\beta$ , qu'il est plus grand que  $LB$ , à cause de  $ML = M\Lambda$ :



le rayon  $\varepsilon E$  venant dans la situation  $\beta B$ , change le petit rectangle en Trapeze, & diminue ce petit rectangle vers la concavité, de ce qu'il l'augmente vers la convexité. Car on voit assés que le petit Triangle  $mBE$  est égal à  $m\beta\varepsilon$ , à cause de  $mB$ , ou  $ml = m\beta$ , ou  $m\lambda$ . L'on peut donc considérer le petit Trapeze  $\Lambda\beta BL$ , comme si c'étoit le rectangle  $\Lambda\varepsilon EL$ , & que la ligne  $\Lambda L$  parcourut la ligne  $OM$ , faisant toujours des Angles droits avec elle; & l'une & l'autre croissant en proportion arithmétique, la courbure de la ligne  $OM$  ne change plus rien, & l'on a la même aire que l'on auroit, si la ligne  $OM$  étoit redressée.

Si maintenant on développe la Courbe  $OM$  à l'ordinaire, Fig. 4. c'est-à-dire, par un fil touchant, & plus long que la Courbe, de la même quantité  $a$ , le petit secteur  $Sms$  formé par le développement d'un côté  $Mm$  de la Courbe considérée comme Polygone, sera toujours égal au petit Triangle  $BmE$  ou  $\beta m\varepsilon$ . Car à cause des secteurs semblables  $MCm$ ,  $Sms$ , l'on aura  $MC : Mm :: MS : Ss$ .

$$r : du :: u + a : \frac{u+a}{r} du = Ss.$$

Et pour le petit Triangle  $Sms$ ,  $\frac{Ss \times MS}{2} = \frac{\frac{u+a}{r} \times \frac{u+a}{2}}{2} du$

$= \frac{uu + 2au + aa}{2r} \times du$ , qui est la moitié de la différence des deux Trapezes  $MLBm$ ,  $M\Lambda\beta m$ , élémens des deux espaces, l'intérieur & l'extérieur. Ce que l'on voit aussi sans calcul, par l'égalité des angles  $BmE$ , & des côtés  $mB$ ,  $mS$ .

Donc l'espace formé par le développement à l'ordinaire, c'est-à-dire l'espace  $GMS$ , est la moitié de la différence des deux espaces de nôtre développement.

Mais de plus les petits Triangles  $BmE$  ( $\frac{uu + 2au + aa}{2r} du$ ) sont ce qui empêche que les espaces de nôtre développement ne soient généralement quarrables, pris séparément, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Car si l'on ajoute  $BmE$  au Trapeze du développement intérieur

$MLBm$ , ou qu'on l'ôte du Trapeze du développement extérieur  $M\Lambda\beta m$ , ces Trapezes deviendront des rectangles, dont les hauteurs  $ML$ ,  $M\Lambda$  croissant comme les parties de la Courbe  $OM$  qui sont les bases, formeront de chaque côté un espace quarrable.

Donc l'espace intérieur de nôtre développement  $OALM$  plus l'espace du développement de M. *Huguens*,  $GMS$ , c'est-à-dire, l'espace  $OALMSGOM$ ; comme aussi l'espace extérieur  $O\alpha\Lambda M$  moins l'espace  $GMS$  sera toujours quarrable, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Ce que l'on voit aisément par les élémens de ces espaces.

L'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace intérieur,  $MLBm$   

$$= \frac{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}{2r} du.$$
 Pour le Triangle, élément de l'espace du développement de M. *Huguens*,  $SMS$  ==  

$$= \frac{uu + 2au + aa}{2r} du.$$

Si l'on ajoute ensemble ces deux élémens, l'on aura  $u + a du$ , &  $\frac{1}{2}uu + au$  pour la somme des deux espaces  $OALM + GMS$ .

De même l'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace extérieur,  $M\Lambda\beta m$  == 
$$\frac{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}{2r} du.$$

Si de ce Trapeze l'on ôte le Triangle  $SMS$ , l'on aura  $u + a du$ , &  $\frac{1}{2}uu + au$  pour la différence des deux espaces  $O\alpha\Lambda M - GMS$ .

Toutes ces propriétés sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, & subsistent, soit qu'elle soit géométrique, ou mécanique; rectifiable, ou non.

Voici maintenant quelques applications à des Courbes particulières.

## I.

Fig. 5. Si la Courbe que l'on développe est un Cercle, l'on a trouvé pour l'élément de l'espace intérieur  $OALM$ ,

$$\frac{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}{2r} du;$$
 Et pour l'élément de l'espace extérieur

extérieur  $Oa\Lambda M$ ,  $\frac{2ru+2ar+2au+uu+aa}{2r} du$ . Et le rayon de la Développée à l'ordinaire étant constant, chacun de ces élémens sera intégrable, en supposant la rectification du Cercle.

Et faisant le rayon du Cercle  $r=b$ , l'on aura pour l'espace du développement vers la concavité,

$$OALM = \frac{bu^2 + 2abu - au^2 - \frac{1}{3}u^3 - a^2u}{2b}.$$

Et pour l'espace du développement vers la convexité,

$$Oa\Lambda M = \frac{bu^2 + 2abu + au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}.$$

Et pour la somme des deux espaces, ou l'espace entier;  
 $AL\Lambda a = uu + 2au$ .

Et pour leur différence,  $\frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{b}$ .

Et comme nous avons trouvé que la moitié de cette différence est égale à l'espace formé par le développement de M.

*Huguens*, l'on aura l'espace  $GMS = \frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}$ ; &

lorsque le fil n'excède point l'arc,  $GMS = \frac{u^3}{6b}$ . D'où l'on Fig. 6.

voit que dans la Courbe qui résulte du développement du Cercle à la manière de M. *Huguens*, lorsque le fil est égal à l'arc, l'espace  $OMS$  est égal au cube de l'arc  $OM$  divisé par le triple du diamètre.

Et supposant la circonférence du Cercle  $=c$ , l'on aura l'espace total  $OSBOMO = \frac{c^3}{6b}$ , qui est à l'espace total circulaire, comme le carré de la circonférence est au triple du carré du rayon.

Car l'aire du Cercle  $= \frac{cb}{2}$ , &  $\frac{c^3}{6b} : \frac{cb}{2} :: c^2 : 3bb$ .

# I I.

Si l'on développe la Cycloïde par son sommet; faisant le Fig. 7.  
rayon du Cercle générateur  $=b$ ,  $OP = x$ , l'on aura la

corde  $OK = \sqrt{2bx}$  & l'arc de la Cycloïde  $OM = u$

*Mem. 1727.*

. Xx

$\equiv 2 \sqrt{2bx}$ ; & comme l'on a trouvé pour la somme des deux espaces,  $uu + 2au$ .

l'on aura l'espace entier  $AL\Lambda\alpha \equiv 8bx + 4a\sqrt{2bx}$ . & lorsque  $x \equiv 2b$ , c'est-à-dire, lorsqu'on a développé la demi Cycloïde  $OMF$ , l'on a l'espace,

$$AL\Lambda\alpha \equiv 16bb + 8ab.$$

Fig. 8. 2.<sup>o</sup> Si l'on développe la Cycloïde par son extrémité; & que faisant toujours le rayon du Cercle  $\equiv b$ , l'on fasse  $FI \equiv x$ ,  $FK \equiv \sqrt{2bx}$ , l'on aura l'arc  $OM \equiv u \equiv 4b - 2\sqrt{2bx}$ ; & substituant cette valeur de  $u$  dans la somme des 2 espaces; l'on aura pour l'espace entier  $AL\Lambda\alpha \equiv 16bb - 16b\sqrt{2bx} + 8bx + 8ab - 4a\sqrt{2bx}$ ; & lorsque  $x \equiv 0$ , c'est-à-dire, lorsqu'on a développé la demi-Cycloïde, l'on a l'espace,

$$AL\Lambda\alpha \equiv 16bb + 8ab.$$

Les 2 espaces du développement entier de la demi-Cycloïde sont donc égaux, soit qu'on commence le développement par le sommet ou par l'extrémité; & dans l'un & l'autre cas, lorsque le fil n'excède point la Courbe, ces espaces sont égaux au Carré du double du diamètre du Cercle générateur.

## I I I.

Fig. 9. Si l'on développe la seconde parabole cubique dont l'Equation est  $(qxx \equiv y^3)$  par un fil qui excède la Courbe de  $\frac{8q}{27}$ , c'est-à-dire  $a \equiv \frac{8q}{27}$ ; l'on a, comme l'on sçait, l'Arc

$$OM \equiv u \equiv \frac{1}{27q^{\frac{1}{2}}} \times 4q + 2y^{\frac{2}{3}} - \frac{8q}{27}; \text{ \& substituant dans}$$

$uu + 2au$ , expression générale de l'espace  $AL\Lambda\alpha$  parcouru par le fil, pour  $u$  & pour  $a$  leurs valeurs, l'on trouvera

$$AL\Lambda\alpha \equiv \frac{48qy}{81} + \frac{108y^2}{81} + \frac{y^3}{q} \equiv \frac{16qy}{27} + \frac{4yy}{3} + \frac{y^3}{q}.$$

Voici maintenant la maniere de trouver la nature des Courbes produites par nôtre développement.



Soit dans la Courbe  $OM$  que l'on développe,

Fig. 10:

$$\begin{array}{lll}
 OP = x & AN = t & \text{ou } \alpha v = t. \\
 PM = y & LN = z & \Lambda v = z. \\
 OA = a & MD = y - z & M\Delta = z - y. \\
 OM = u & DL = a + t - x & \Delta\Lambda = a + t + x. \\
 ML = a + u = M\Lambda.
 \end{array}$$

Soient par les points  $L, \Lambda$ , que décrit le fil, tirées les lignes  $LD, \Lambda\Delta$ , parallèles à  $AP$ ; l'on aura à cause des Triangles semblables  $MRm, MDL, M\Delta\Lambda$ .

$$\begin{array}{l}
 MR : Rm :: \begin{cases} MD \\ M\Delta \end{cases} : \begin{cases} DL \\ \Delta\Lambda \end{cases} \\
 dx : dy :: \pm y \mp z : a + t \mp x \\
 Rm : Mm :: \begin{cases} DL \\ \Delta\Lambda \end{cases} : \begin{cases} ML \\ M\Lambda \end{cases} \\
 dy : du :: a + t \mp x : a + u.
 \end{array}$$

D'où l'on tire

$$\begin{array}{l}
 \overline{a + t \mp x. dx} = \overline{\pm y \mp z. dy.} \\
 \overline{a + t \mp x. du} = \overline{a + u. dy.}
 \end{array}$$

Ces Equations expriment le rapport des coordonnées de la Courbe qu'on développe, aux coordonnées de la Courbe qui résulte du développement; soit vers la concavité, soit vers la convexité.

Il est clair qu'afin que la Courbe qui résulte du développement soit géométrique, il faut que celle qu'on développe soit géométrique, & de plus rectifiable. Dans tous les autres cas, la Courbe qui résulte du développement sera mécanique.

**J**E ne sçauois finir sans appliquer ce développement à la Spirale logarithmique; & ce sera un exemple du développement des Courbes dont les ordonnées partent d'un pôle.

Xx ij

Fig. 11.

Soit la Spirale logarithmique  $AM$ , dont l'ordonnée  $AM = y$ ; & dont l'Equation est  $n dx = m dy$ .  $m < n$ .

L'on sçait qu'ayant tiré par  $A$  la droite  $TC$  perpendiculaire à  $AM$ , la tangente  $MT$  est égale à la Courbe  $AM$ ; & le rayon  $MC$  de la Développée à l'ordinaire va rencontrer son infiniment proche  $mC$  au point  $C$  sur cette perpendiculaire, & y forme un des points de la Développée de  $M$ . *Huguens* qui est la même Spirale logarithmique.

Si l'on développe maintenant la Courbe  $AM$  vers la concavité par un fil perpendiculaire, & égal à l'arc  $AM$ ; ayant tiré par  $L$  point que le fil trace, la ligne  $LD$  parallèle à  $AC$ , il est évident que les Triangles  $MRm$ ,  $MTA$ ,  $MAC$ ,  $MDL$  sont semblables : mais  $MDL$  est égal à  $ATM$  à cause de  $ML =$  l'arc  $AM = MT$ .

L'on a donc  $AM = y = DL$ .

$$Mm = \frac{dy}{n} \sqrt{m^2 + n^2} = Bl.$$

$$\text{L'arc } AM = \frac{y}{n} \sqrt{m^2 + n^2} = ML.$$

$$MC = \frac{y}{m} \sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$LC = \frac{\frac{ny - my}{mn} \sqrt{m^2 + n^2}}{\frac{ny - my}{mn}}.$$

$$AD = \frac{ny - my}{n}.$$

Et à cause des secteurs semblables,

$$CM : Mm :: CL$$

$$\frac{y}{m} \sqrt{m^2 + n^2} : \frac{dy}{n} \sqrt{m^2 + n^2} :: \frac{ny - my}{mn} \sqrt{m^2 + n^2}$$

$$: LB.$$

$$: \frac{\frac{ny - my}{n} dy}{\frac{ny - my}{n}} \sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$\text{Et faisant } AL = z.$$

$$LP = dt.$$

L'on aura

$LB^2 + LP^2 = LP^2 + IP^2$ , qui donne l'Equation

$$(A) m^4 - 2m^3n + 3m^2n^2 - 2mn^3 + 2n^4. dy^2 = n^4. dz^2 + dt^2.$$

L'on a de plus, à cause de  $AD^2 + DL^2 = AL^2$

$$2n^2 - 2mn + m^2 \cdot y^2 = n^2 z^2.$$

D'où l'on tire

$$2n^2 - 2mn + m^2 \cdot dy^2 = n^2 dz^2.$$

Et substituant cette valeur de  $dy^2$  dans l'Equation  $A$ , l'on trouvera

$$m dz = n dt.$$

qui fait voir que la Courbe qui résulte de nôtre développement, est la même Spirale logarithmique; qui se trouve ici placée entre celle qu'on développe, & la Développée à la manière de M. *Huguens*.

Il peut arriver différens cas; lorsque  $m > n$ , le fil se croise auparavant de décrire la Courbe qui résulte du développement; qui cependant est encore la même spirale Logarithmique. Fig. 12.

Enfin lorsque  $m = n$  les points  $L$  &  $C$  se réunissent & la nouvelle Spirale logarithmique tombe sur la Développée de M. *Huguens*.

Dans tous ces cas, si l'on développe la Spirale logarithmique  $AM$  par la convexité, la nouvelle Spirale  $AA$  sera toujours la même que celle qu'on développe.

Voilà encore une nouvelle merveille ajoutée à une Courbe, à qui ses singulières propriétés avoient déjà fait donner le nom de *Spirale merveilleuse*.



E X P L I C A T I O N  
D E S T A B L E S  
D U P R E M I E R S A T E L L I T E  
D E J U P I T E R ;

*Avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite.*

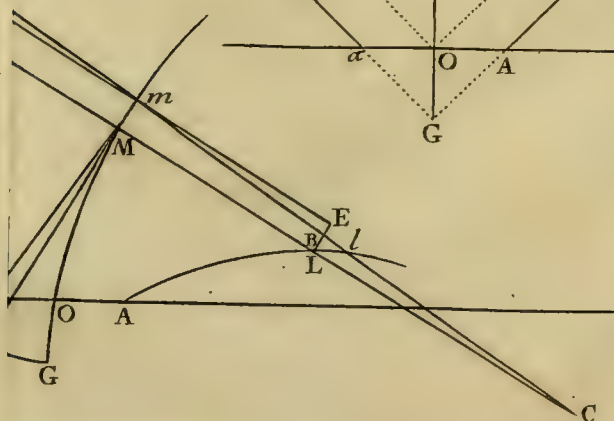
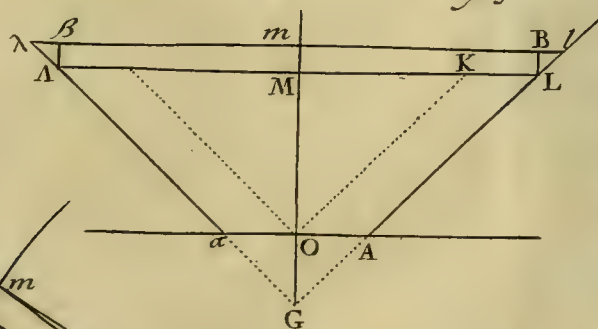
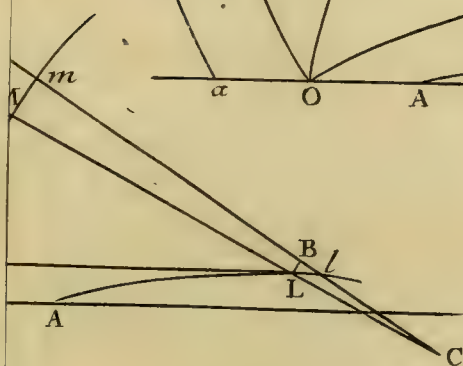
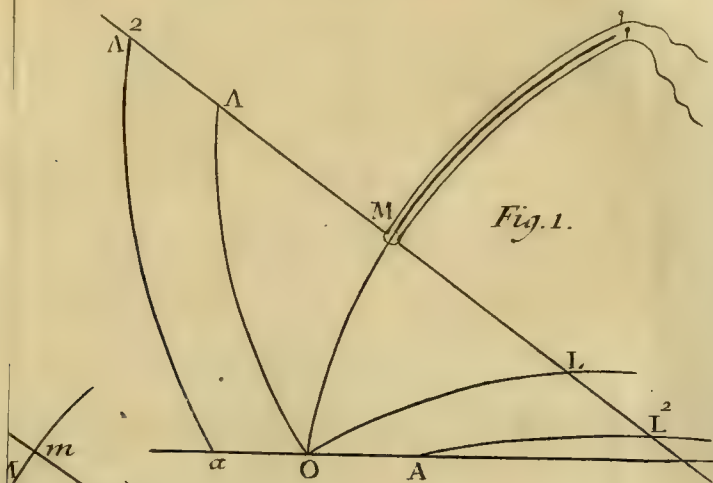
Par M. MARALDI.

15 Janv.  
1727.

**L**ES Tables des Satellites de Jupiter que feu M. Cassini a publiées en 1693, contiennent deux Méthodes de calculer leurs Éclipses. Dans l'une, il employe les moyens mouvemens ; & dans l'autre, il se sert de leurs révolutions. Dans la première, il suppose l'orbe de chaque Satellite à peu près concentrique à Jupiter, autour duquel le Satellite se meut également, parcourant des parties égales en temps égaux. Il considère une ligne droite, qui partant du centre de leurs moyens mouvemens, est parallèle à celle qui étant tirée du centre du moyen mouvement de Jupiter, va au commencement d'*Aries*. Cette ligne qui part du centre de Jupiter, marque dans l'orbe de chaque Satellite un point qui sera le premier point d'*Aries*. C'est de ce point que commence la division de leurs cercles en douze Signes du même nom que ceux du Zodiaque, & qui est pris pour terme des moyens mouvemens de chaque Satellite, comme l'on fait communément à l'égard de tous les mouvemens célestes ; ainsi un Satellite aura fait le cercle entier, ou le tour du Zodiaque à l'égard du centre de Jupiter, quand il sera retourné à ce point de son orbite après en être parti.

Quand donc Jupiter par son mouvement fera au premier degré d'*Aries*, & qu'un Satellite se trouvera avec Jupiter dans sa conjonction supérieure, le Satellite aura la même





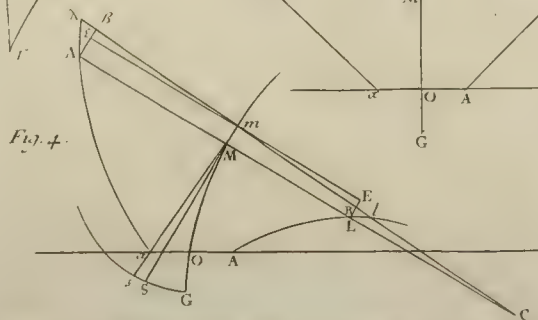
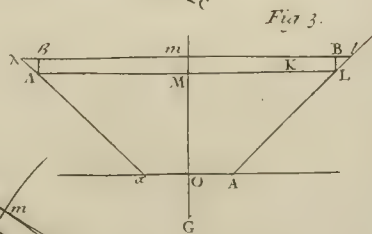
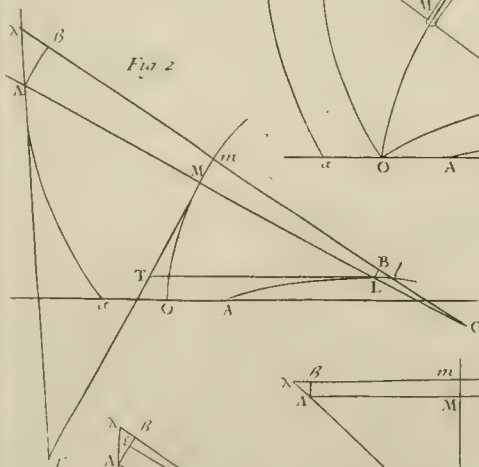
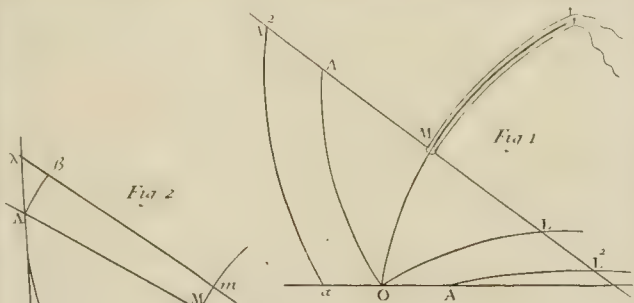


Fig. 5.

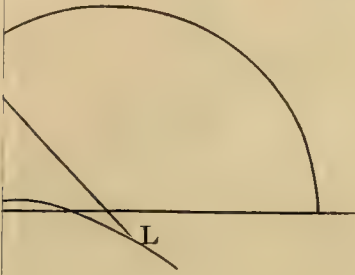


Fig. 6.

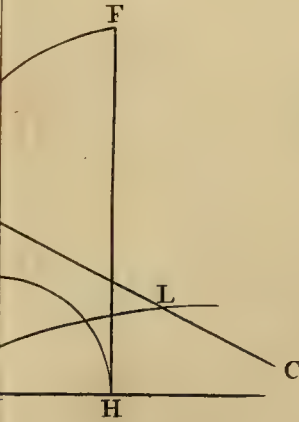
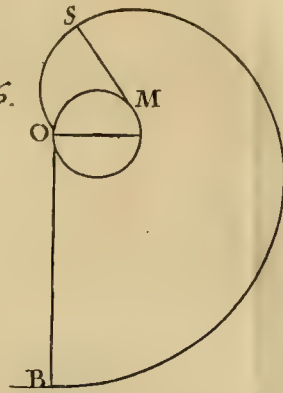


Fig. 8.

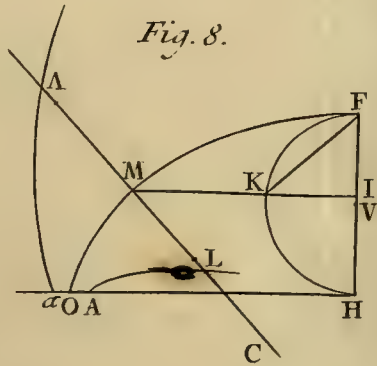


Fig. 9.

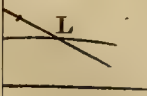
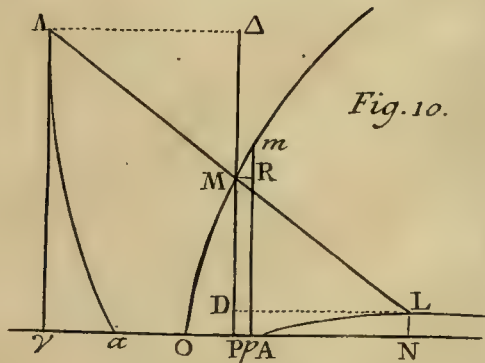
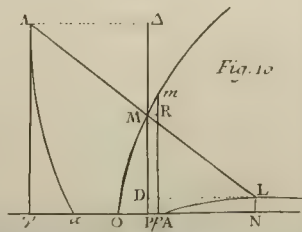
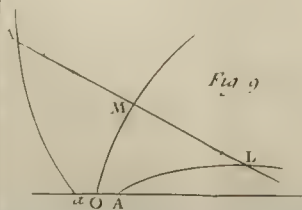
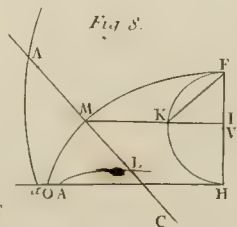
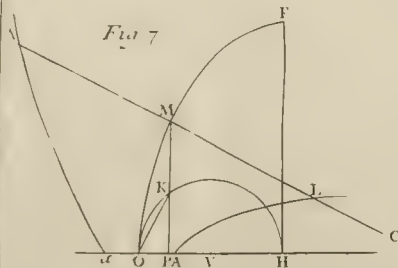
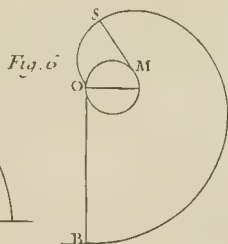
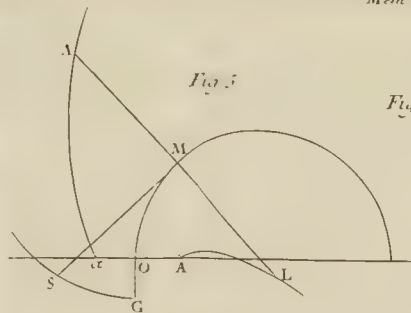
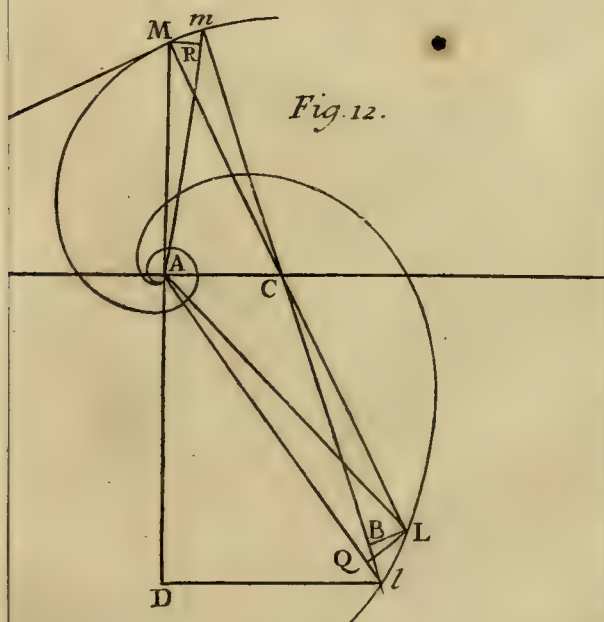
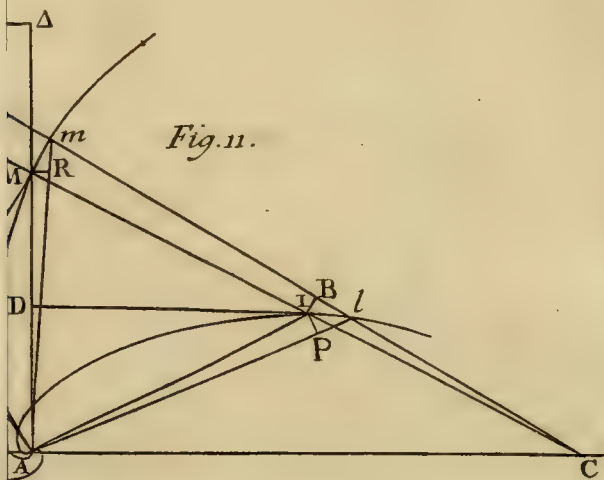


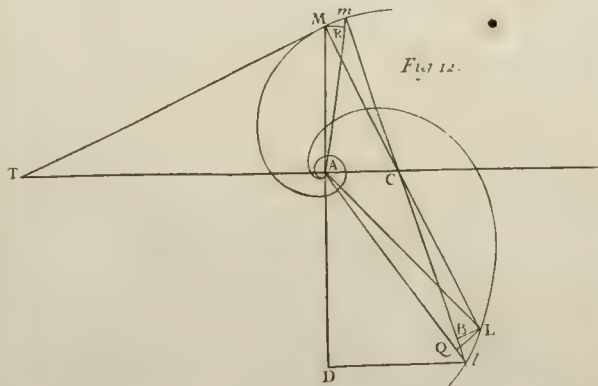
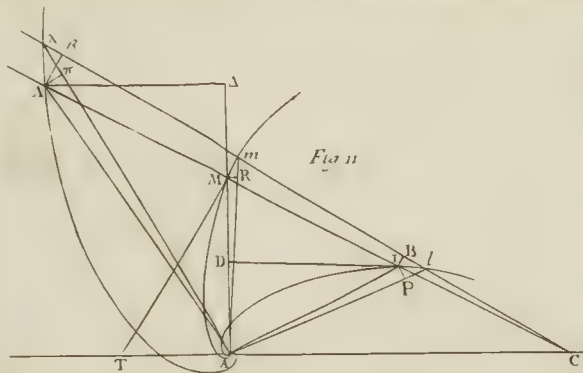
Fig. 10.











longitude que Jupiter ; le Satellite sera en *Cancer*, quand à l'égard du même point, il aura parcouru la quatrième partie de son cercle, & en *Libra* quand il en aura parcouru la moitié, ainsi des autres. On considère donc les moyens mouvemens des Satellites à l'égard du centre de leurs cercles, comme l'on fait les moyens mouvemens des autres Planetes à l'égard du point où ce fait ce mouvement.

Je ne m'arrêterai point à faire voir les principes sur lesquels est fondée la méthode de calculer leurs Eclipses par les moyens mouvemens, il suffira d'exposer ceux que suppose la seconde méthode, qui est beaucoup plus facile que la première, & qui se fait par l'addition & par la soustraction de certains nombres, dont on ne voit pas d'abord la raison. L'explication de la seconde méthode servira à faire voir les principes qu'on suppose dans la première, & qui sont les mêmes dans l'une & dans l'autre, quoiqu'on les employe d'une manière un peu différente.

Dans la seconde méthode de calculer les Eclipses du premier Satellite, on employe ses révolutions au tour de Jupiter, qui sont considérées d'une manière un peu différente que les moyens mouvemens. Car on prend les révolutions, non pas à l'égard du point d'*Aries*, comme l'on fait les moyens mouvemens, mais à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter ; & comme cette Planete se meut par son mouvement propre d'Occident en Orient, il en résulte que le retour du Satellite à l'égard de cette ligne qui va du Soleil à Jupiter, est un peu plus long qu'à l'égard de la ligne qui est dirigée au commencement d'*Aries* ; car afin que le Satellite fasse sa révolution à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter, il faut qu'il parcoure son cercle entier, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter a parcouru dans l'espace d'une révolution du Satellite. Le temps que le Satellite employe à parcourir son cercle, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter parcourt en même temps sur son orbite est donc appelée révolution du Satellite.

On distingue ces révolutions en moyennes qui sont égales entr'elles, & en véritables ou apparentes qui sont inégales, & on se sert des moyennes pour trouver les véritables.

M. Cassini prend les révolutions moyennes à l'égard de la ligne qui marque le moyen mouvement de Jupiter; cette ligne part d'un point pris sur l'Axe de l'orbite de Jupiter éloigné du Soleil de l'excentricité de Jupiter, & va au centre de cette Planete. Cette ligne se meut de sorte qu'elle fait avec l'Axe de l'orbite un angle, qui depuis l'Aphélie augmente toujours également en temps égaux jusqu'au Périhélie, & en fait de même depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie.

Cette même ligne du moyen mouvement de Jupiter prolongée jusqu'à la partie supérieure de l'orbe du Satellite, fait le même angle avec la ligne tirée par le centre de Jupiter, parallèlement à celle de l'Axe de son orbite. L'Axe de l'ombre de Jupiter où arrivent les Éclipses des Satellites, se rencontre dans la ligne du vrai mouvement, & elle fait un angle au centre de Jupiter avec la ligne du moyen mouvement, qui est appelé Angle de l'Équation périodique ou de première Équation; il augmente depuis l'Aphélie ou depuis le Périhélie jusqu'à la moyenne distance entre l'un & l'autre terme, & il diminue, Jupiter allant des moyennes distances jusqu'à l'Aphélie, ou jusqu'au Périhélie, où il se réduit à rien.

La portion de l'orbe du Satellite compris entre la ligne du moyen mouvement de Jupiter & celle du vrai qui se croisent au centre de Jupiter, est la mesure de l'angle de l'Équation de Jupiter; il mesure encore l'inégalité du mouvement de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du Satellite qui est la distance entre la ligne du moyen mouvement, qui se meut également dans l'orbe du Satellite, & l'ombre même de Jupiter. Les révolutions du Satellite qui se prennent à l'égard de la ligne du moyen mouvement de Jupiter seront donc égales entr'elles, & les révolutions qui se terminent à la ligne du vrai mouvement seront inégales, & la différence qu'il y a entre les unes & les autres est mesurée par le temps que le Satellite employe à parcourir l'arc compris entre ces deux lignes; ce temps  
ayant



ayant la même proportion au temps d'une révolution entière du Satellite, que cet arc a au Cercle entier. Par les révolutions moyennes on trouve les conjonctions moyennes du Satellite, & les conjonctions moyennes servent à trouver les véritables par la différence du temps qu'il y a entre les unes & les autres.

Dans l'Aphélie & dans le Périhélie, les véritables conjonctions concourent avec les moyennes. Quand Jupiter quitte son Aphélie & va vers le Périhélie, ce temps se soustrait de l'heure de la conjonction ou Éclipse moyenne, parce que le Satellite dans sa révolution rencontre l'ombre de Jupiter, où se fait l'Éclipse, avant que de rencontrer le lieu où se termine la conjonction moyenne; mais lorsque Jupiter va du Périhélie à l'Aphélie, la différence du temps s'ajoute au temps de la moyenne conjonction, parce qu'en ce cas le Satellite rencontre la ligne du moyen mouvement avant que d'arriver à l'ombre; par cette Équation les conjonctions véritables accélèrent, & les révolutions du Satellite sont plus courtes que les moyennes depuis l'Aphélie jusqu'aux moyennes distances; mais depuis ce terme jusqu'au Périhélie, les conjonctions retardent & les véritables révolutions sont plus longues que les moyennes; depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie, il arrive le contraire de ce qui a été remarqué dans le premier demi-cercle.

Pour distribuer cette inégalité aussi-bien que les autres qui se trouvent dans le mouvement du premier Satellite, M. Cassini a cru que la manière la plus commode pour le calcul des Éclipses, étoit de donner dans des Tables la partie de ces inégalités qui convient à chaque révolution; car comme les Éclipses sont ce qu'il y a de plus important à observer dans le mouvement des Satellites, il n'y a rien aussi qui facilite davantage le calcul de ces Éclipses, que d'avoir ces Équations calculées pour le temps de chaque Éclipse; par-là on n'a pas besoin de prendre des parties proportionnelles; on voit aussitôt la différence de chaque révolution moyenne à l'égard de la véritable, & on tire la vraie révolution suivante de la précédente.

Pour cet effet, il s'est avisé par un art très-ingenieux de diviser l'Orbe de Jupiter en autant de parties qu'il y a des révolutions ou d'Eclipses du premier Satellite dans le temps que Jupiter employe à parcourir son Orbe, après avoir déterminé par la comparaison des observations des plus anciennes Eclipses avec les modernes, le nombre des révolutions comprises entre les unes & les autres. Voici de quelle manière il s'y est pris.

On trouve qu'en 12 années Juliennes  $22^h 42' 12''$  le premier Satellite fait 2477 retours à l'ombre de Jupiter, comme il paroît par la Table des révolutions des années.

En 12 années Juliennes Jupiter fait une révolution par le Zodiaque & de plus  $4^o 21' 24''$ , comme il est constant par les Tables les plus exactes de cette Planete; en  $22^h 42' 12''$ , temps que 2477 révolutions surpassent 12 années Juliennes, Jupiter par son moyen mouvement fait  $4' 42''$ ; donc en 12 années Juliennes 0 jours  $22^h 42' 12''$  égales à 2477 révolutions du premier Satellite, Jupiter parcourt son cercle entier & de plus  $4^o 26' 6''$ ; mais le mouvement de l'Aphélie de Jupiter en 12 années est  $10' 6''$ , suivant l'ordre des Signes; donc en 12 années Juliennes  $22^h 41'$  égales à 2477 révolutions du premier Satellite, le mouvement de Jupiter à l'égard de son Aphélie, outre le cercle entier, est de  $4^o 16'$ .

Maintenant le premier Satellite de Jupiter fait 29 révolutions en 51 jours  $7^h 49' 24''$ , comme il paroît par la Table des mois. Dans cet intervalle le moyen mouvement de Jupiter est  $4^o 16'$ , égal par conséquent à l'excès que le mouvement de Jupiter fait en 2477 révolutions. Si l'on ôte ces 29 révolutions de 2477, on aura 2448 révolutions précisément égales au temps d'une révolution de Jupiter à l'égard de son Aphélie.

Supposant donc que le Satellite acheve ce nombre de révolutions dans le retour de Jupiter à son Périhélie, on donne calculée dans la Table qui commence à la page 21 & finit à la page 38, la partie de l'Equation de Jupiter qui convient

à chaque révolution, en commençant du Périhelie, & passant successivement par toutes les révolutions jusqu'à l'Aphélie.

Ce nombre de 2448 par une rencontre heureuse se trouve commode pour cette distribution, à cause du grand nombre des parties aliquotes qu'il contient, car puisque 2448 représente le Cercle entier de l'anomalie de Jupiter, 1224 en donne le demi-Cercle, 612 en donne le quart ou trois Signes, 408 deux Signes, 204 un Signe, 34 révolutions, 5 degrés, ainsi des autres comme l'on peut voir dans la Table qui est à la page 20.

Pour calculer l'Équation qui convient à chaque révolution du Satellite, on a supposé celle qui se trouve dans les Tables qui représentent mieux les observations de Jupiter; différentes Tables la faisant un peu différente. Pour cette recherche on a préféré les Tables Rudolphines qui supposent cette Équation dans les moyennes distances, où elle est plus grande, de  $5^{\circ} 30'$ , & sa distribution par l'Orbe de Jupiter comme elle est supposée par Kepler; ayant donc calculé l'Équation de Jupiter qui convient à chaque révolution du premier Satellite à commencer du Périhelie, on l'a convertie en temps, en raison d'un jour 18 heures 28 minutes 36 secondes pour 360 degrés. Ce temps calculé pour chaque révolution, qui marque la différence entre les Éclipses moyennes & véritables, va en augmentant depuis le Périhélie jusqu'aux moyennes distances, où il est  $39' 8''$ , comme l'on peut voir par la Table qui commence à la page 21, où le nombre premier qui est dans la première colonne, marque le nombre des révolutions à commencer du Périhelie; & les minutes & secondes qui y répondent dans la seconde colonne, sont ce qu'il faut ajouter aux révolutions moyennes pour avoir les véritables depuis 0 jusqu'au nombre 1224, & ce qu'il faut ôter des moyennes pour avoir les véritables depuis le nombre 1224 jusqu'à 2448; ainsi le nombre premier marque le nombre des révolutions du premier Satellite depuis le Périhelie de Jupiter, & les minutes & secondes qui répondent au nombre premier sont l'Équation de Jupiter

convertie en temps qui convient aux mêmes révolutions. Voilà l'explication du nombre premier & de l'Equation qui se prend par le moyen de ce nombre; on donnera dans la suite l'explication du nombre second qui est dans la troisième colonne de la même Table.

Après avoir cherché la première inégalité des révolutions, il est nécessaire de sçavoir en quel endroit du Ciel cette inégalité doit commencer, ce qui dépend du lieu où se trouve le Périhélie de Jupiter dans le Zodiaque, & du temps auquel cette Planete y passe.

Les Astronomes ne s'accordent pas dans la situation du périhélie de Jupiter à cause de la grande difficulté de le déterminer avec précision, & la différence qu'il y a dans cette détermination entre divers Astronomes est si grande, qu'elle peut produire une erreur de 4 ou 5 minutes de temps dans le calcul des Eclipses du premier Satellite. Dans cette diversité d'hypothèses, M. Cassini a suivi celle qui s'approchoit le mieux de ce qu'il avoit déterminé lui-même, & qui en même temps représentoit plus précisément les Eclipses du premier Satellite. Il suppose donc le lieu du périhélie de Jupiter en 1700 au  $10^{\circ} 20'$  de *Libra*, d'où il résulte que Jupiter passa par cet endroit l'an 1702 le 13 d'Octobre; ainsi ce jour-là de l'an 1702, le nombre premier fut 2448 ou zero. Pour trouver quel étoit le nombre premier en 1700 qui est l'époque qu'il a prise dans ses calculs, il faut considérer que depuis le commencement de l'année 1702 jusqu'au 13 d'Octobre il y a 162 revolutions du premier Satellite, & qu'en deux années Juliennes comprises depuis 1700 jusqu'en 1702 il y a 413 revolutions, donc depuis le commencement de l'année 1700. jusqu'au 13 d'Octobre 1702 il y a 575 revolutions du premier Satellite, qui étant ôtées de 2448 on aura 1873, époque du nombre premier pour le commencement de l'année commune 1700, telle qu'elle est dans les préceptes: par un semblable raisonnement on trouvera le nombre premier pour l'année 1600, ou pour toute autre époque que l'on voudra.



Après l'explication du nombre premier qui sert à trouver la première inégalité des révolutions du premier Satellite, il faut rendre raison du nombre second, qui sert à connoître la seconde inégalité; car les Éclipses du premier Satellite ne sont pas seulement sujettes à l'inégalité qui dépend du mouvement de Jupiter, elles en ont encore une seconde dont la période s'acheve au retour de Jupiter à la même situation du Soleil vûë de la Terre.

Le temps du retour de Jupiter à son opposition, ou à la conjonction avec le Soleil est inégal par deux causes différentes; l'une dépend de l'inégalité du mouvement de Jupiter sur son orbite; l'autre du mouvement du Soleil au tour de la Terre, ou de la Terre au tour du Soleil: mais le temps dans lequel se fait une revolution moyenne qui n'est pas sujette à ces inégalités, est d'une année commune 34 jours & près de deux heures, ou de 399 jours & près de deux heures. Dans l'intervalle d'une année 33 jours 5<sup>h</sup> 16' il y a 225 revolutions du premier Satellite, donc entre le retour moyen de Jupiter à l'opposition & 225 revolutions du premier Satellite il y a 20 heures 34 min. de différence, dont les 225 revolutions sont plus courtes; ces 20 heures 34 min. sont quatre dixièmes de revolution, donc le temps du retour de Jupiter à son opposition moyenne est mesuré par 225 revolutions moyennes du premier Satellite &  $\frac{4}{10}$ . On prend le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil pour époque de ces revolutions qui sont désignées par le nombre second; ainsi le nombre second marquera le nombre des revolutions depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil qui la précède; ce nombre se termine à l'opposition suivante, & il sert à regler la seconde inégalité qui convient à chaque révolution.

Mais pour faire la distribution de la seconde inégalité à chaque revolution il faut connoître quelle est la plus grande, en quel endroit elle arrive, & par quelles regles elle varie. M. Cassini a conclu la plus grande inégalité par celle qu'il a trouvée près des quadratures de Jupiter avec le Soleil; car ayant calculé en cet endroit les Éclipses du premier Satellite par rapport aux époques qu'il avoit établies dans les opposi-

tions, il a reconnu que les conjonctions calculées par la première Équation, différoient d'un degré entier, ou un peu plus à l'égard des conjonctions du premier Satellite qu'on trouvoit par les observations immédiates, de sorte que ce Satellite dans les quadratures a un degré environ d'Équation soustractive à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, ce qui lui fit conclure qu'elle alloit en augmentant jusqu'aux conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où elle devoit être plus de deux degrés, & le double plus grande que près des quadratures. Le premier Satellite parcourt deux degrés de son orbite en  $14' 10''$  de temps; & parce que entre une opposition moyenne de Jupiter avec le Soleil, & la conjonction suivante, il y a la moitié de l'intervalle qui est entre une opposition moyenne & la suivante, égal à 225 revolutions, il suit qu'entre l'opposition & la conjonction il doit y avoir 112 revolutions: c'est par cette raison que dans la Table qui commence à la page 39 au nombre 112 répond  $14' 10''$  d'Équation qu'il faudroit faire au Satellite, lorsque Jupiter est en conjonction avec le Soleil, si ces Éclipses étoient visibles en cet endroit. Cette Équation a été distribuée à chaque revolution comprise entre la conjonction & l'opposition de Jupiter, en raison du sinus versé de la distance de Jupiter à l'égard du Soleil vû de la Terre.

Telle est la construction de la Table de la seconde inégalité qui se prend avec le nombre second, qui, comme nous avons déjà dit, désigne les révolutions du Satellite depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil jusqu'à la suivante. La Table de cette Équation se trouve à la page 39 & 40.

On remarquera ici que cette Table suppose que le Satellite a la même inégalité à pareilles distances de l'opposition, & que l'Équation qui convient à l'Éclipse d'un Satellite avant l'opposition, est la même que celle qui lui convient dans un pareil nombre de revolutions après l'opposition; mais cela n'est pas toujours conforme aux observations, ainsi que M. Cassini l'a reconnu lui-même, ce qui a été aussi confirmé par les observations que nous avons continué de faire, & que nous rapporterons dans la suite de ce Memoire.

Cette E'quation est souvent différente non seulement dans la même année à égale distance de l'opposition, mais elle n'est pas la même 12 ans après, lorsque Jupiter retourne au même lieu du Zodiaque. Ces deux mêmes variations qui arrivent à la seconde inégalité s'observent encore dans les trois autres Satellites, & elles sont beaucoup plus sensibles & plus grandes dans ces Satellites que dans le premier, ainsi que nous le ferons voir dans une autre occasion.

A l'égard du nombre second des Tables du premier Satellite, il reste à rendre raison des E'quations qu'il y a à faire.

Pour comprendre ces E'quations, il faut considérer que si le mouvement de Jupiter étoit égal aussi bien que celui du Soleil, entre une opposition de Jupiter & la suivante il y auroit toujours le même intervalle de temps, ou un égal nombre de revolutions du premier Satellite, qui est de  $225 \frac{4}{10}$ , tel que nous l'avons trouvé ci-dessus; mais parce que le mouvement vrai de ces deux Planetes est tantôt plus vîte, tantôt plus lent que le moyen, il en résulte qu'entre une opposition de Jupiter avec le Soleil & l'autre, il y a tantôt un plus long intervalle de temps, & tantôt un peu plus petit, & par conséquent un plus grand nombre de revolutions que 225, ou un plus petit; & comme la différence entre une opposition & l'autre vient en partie d'inégalité du mouvement du Soleil, & en partie de celle du mouvement de Jupiter, on considère à part la différence que chacune de ces inégalités y peut apporter.

Pour commencer par celle du Soleil; lorsque cette Planete se trouve dans son périégée ou dans son apogée, ce qui arrive sur la fin de Decembre, & sur la fin de Juin, il ne doit pas y avoir de différence par cette cause entre les revolutions moyennes & les véritables, parce qu'alors le lieu véritable du Soleil concourt avec le moyen; mais à égale distance du périégée & de l'apogée, le lieu moyen du Soleil est différent du véritable de son Equation, qui dans les moyennes distances est près de deux degrés, ce qui arrive sur la fin de Mars & de Septembre : les revolutions véritables doivent donc être différentes des moyennes, & la différence est causée

par l'inégalité du mouvement du Soleil, qui est près de deux degrés. Or le Soleil ne parcourt ces deux degrés qu'en deux jours; dans ces deux jours il y a une revolution entière du premier Satellite, & de plus  $5^h 31'$ , qui font environ deux dixièmes de revolution: c'est donc là la différence qu'il peut y avoir par cette raison entre les revolutions moyennes & les véritables. C'est pourquoy dans les revolutions qui sont dans la Table des mois, le nombre second concourt avec le premier au commencement de Janvier, pourquoy ils diffèrent d'une revolution & deux dixièmes au mois de Mars, & qu'ils concourent de nouveau à la fin de Juin, & enfin pourquoy ils sont de nouveau différens d'une revolution & deux dixièmes à la fin de Septembre.

Il sera aisé de voir pourquoi le nombre second va en augmentant à l'égard du premier depuis le commencement de l'année jusqu'à la fin de Mars, & qu'il diminuë ensuite jusqu'en Juillet; pourquoi depuis ce terme le nombre second est plus petit que le premier, & va toujours en diminuant jusqu'à la fin de Décembre, où le nombre second est le même que le premier.

Il reste à rendre raison du nombre second qui est dans la grande Table de la première E'quation. Ce nombre est proprement une E'quation qu'il faut faire au nombre second, à cause de l'inégalité du mouvement de Jupiter, qui fait que les oppositions moyennes de Jupiter avec le Soleil ne concourent pas le plus souvent avec les véritables, & cause une variation dans le nombre des révolutions du premier entre une véritable opposition & la suivante, outre celle que nous avons remarqué venir du Soleil, de sorte qu'elles sont tantôt plus, tantôt moins que 225; ainsi pour avoir les véritables conjonctions du Satellite qui sont échûës depuis l'opposition, il faut faire au nombre second l'E'quation qui est convenable à l'inégalité du mouvement de Jupiter, de même que pour avoir le nombre des conjonctions du Satellite, qui sont échûës après l'opposition, & qui servent à trouver la seconde E'quation, qui leur convient.

Pour



Pour comprendre la raison de ce nombre, il faut considérer, comme nous avons déjà dit, que l'Equation de Jupiter est nulle dans le Périhélie & dans l'Aphélie; que depuis ces termes elle va en augmentant jusqu'aux moyennes distances, où elle monte à 5 degrés & demi; les conjonctions moyennes dans ces endroits diffèrent donc d'autant des véritables comme elles sont vûës du Soleil. Or le Soleil par son mouvement, parcourt l'intervalle de 5 degrés & demi en 5 jours & demi, dans lesquels il y a un peu plus de trois révolutions du premier Satellite; il y a donc dans les moyennes distances un peu plus de trois révolutions du Satellite entre les conjonctions moyennes & les véritables.

Dans le Périhélie & dans l'Aphélie les conjonctions moyennes concourent avec les véritables, c'est pourquoi il n'y a point d'Equation à faire au nombre second. Depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie le Satellite arrive plutôt à la ligne des véritables conjonctions qu'à celles des moyennes, c'est pourquoi il faut ôter du nombre second cette Equation des révolutions moyennes pour avoir les véritables; mais depuis l'Aphélie jusqu'au Périhélie, il faut l'ajouter par une raison contraire.

Tout ce que nous avons dit jusqu'à présent regarde le calcul des conjonctions du Satellite qui se font, lorsqu'il arrive à peu-près au milieu de sa course dans l'ombre de Jupiter, mais le Satellite n'est point visible en cet endroit. On peut observer seulement, à l'égard du premier Satellite, son entrée dans l'ombre, ou sa sortie, & jamais l'une & l'autre dans la même Eclipse; ainsi quand on a trouvé par le calcul l'heure de la conjonction du Satellite, pour avoir celle de son entrée dans l'ombre, il faut connoître le temps qu'il employe à la parcourir; car sa moitié étant ôtée de l'heure de la conjonction, donne le temps de son immersion ou de son entrée dans l'ombre, qui est la phase visible depuis la conjonction de Jupiter avec le Soleil jusqu'à son opposition. La même demi-incidence dans l'ombre ajoutée à l'heure de la conjonction, donne le temps de son émerfion ou de sa sortie de l'ombre, qui est la phase qui se peut observer depuis

l'opposition jusqu'à la conjonction suivante de Jupiter avec le Soleil. Il faut donc avoir le temps que le Satellite emploie à parcourir l'ombre de Jupiter, ou la durée des Éclipses.

Mais la durée des Éclipses du Satellite dépend de différens principes. Il faut premièrement connoître la situation des nœuds des Satellites avec l'orbite de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, & le diamètre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite, car ces trois principes concourent à déterminer la durée des Éclipses, & à connoître les règles avec lesquelles elle varie dans les différens endroits du Zodiaque.

Lorsque Jupiter, vû du Soleil, se trouve dans les nœuds des Satellites, la durée des Éclipses est la plus grande de toutes, parce que l'incidence du Satellite dans l'ombre, ou la partie de son orbe qu'il parcourt dans l'ombre, est pour lors représentée par le diamètre de cette ombre. Quand Jupiter, vû du Soleil, est éloigné des nœuds du Satellite, la durée des Éclipses est représentée par une Corde qui est d'autant plus petite, que Jupiter est éloigné des nœuds; ainsi pour avoir la durée des Éclipses, il faut considérer cette distance des nœuds, qui avec la déclinaison de l'orbe du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, détermine la latitude du Satellite, laquelle étant comparée avec le diamètre que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, fait connoître la partie de l'orbe du Satellite qui tombe dans l'ombre; cette portion de l'orbite du Satellite étant comparée avec le temps de la révolution entière du Satellite, donne la durée de l'Éclipse. Il est donc nécessaire de connoître pour cela la situation des nœuds des Satellites, leur inclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter, & le diamètre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite.

Pour connoître la grandeur que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, il faut avoir le diamètre du Soleil, tel qu'il seroit vû de Jupiter, ce que l'on trouve par son diamètre vû de la Terre, & par la proportion des distances de Jupiter au Soleil, & du Soleil à la Terre. Il faut sçavoir en second lieu le diamètre de Jupiter vû du Soleil, ce qu'il faut conclure de

l'apparence qu'il fait à la Terre, & de la proportion des mêmes distances de Jupiter & de la Terre à l'égard du Soleil ; enfin pour avoir la grandeur de l'ombre dans l'orbe du Satellite, il est nécessaire de sçavoir encore le rapport du diamètre de Jupiter au diamètre de l'orbe du Satellite. Voilà ce qui est nécessaire de sçavoir, pour connoître la grandeur de l'ombre, qui est un des principes qui servent à trouver la durée des Éclipses.

Le second principe qui sert au même usage, est la situation des nœuds des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter. Si dans la même Éclipse l'on pouvoit observer l'entrée & la sortie du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, par les observations assiduës des mêmes Éclipses, on pourroit trouver cette situation ; car en les comparant ensemble, on auroit celles de la plus longue durée, & le lieu de Jupiter où elles arrivent donneroit la situation des nœuds des Satellites ; mais comme on ne peut pas observer dans la même conjonction du premier Satellite qu'une de ces phases, on ne peut pas employer cette méthode qui seroit des plus simples ; il a donc fallu avoir recours à d'autres plus composées. On s'est servi des conjonctions apparentes du premier Satellite dans la partie inférieure de son cercle, dans lesquelles on peut observer l'entrée dans Jupiter & sa sortie, pour avoir la durée totale. Mais comme elle est un peu différente de la durée dans l'ombre qui arrive dans la même révolution, & que d'ailleurs la plus longue durée dans l'ombre n'arrive pas dans la même révolution de la plus longue durée dans le disque, M. Cassini a été obligé de chercher une méthode de trouver la différence qu'il y a entre une apparence & l'autre, en réduisant par les hypothèses du mouvement de Jupiter & du Soleil les apparences qui s'observent de la terre à celle qui seroient vûës du Soleil. Il seroit trop long de rapporter ici les différentes méthodes dont il s'est servi pour cette recherche, & qu'on peut voir dans son Traité sur les hypothèses des Satellites de Jupiter.

Enfin pour avoir la durée des Éclipses du premier Satellite



de Jupiter, par tous les degrés de son orbite où cette Planete se trouve, il faut connoître l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter qui est un des principes qui, comme nous avons dit, concourent à déterminer leur durée.

On est parvenu à cette connoissance par l'observation des plus grandes latitudes du Satellite vûes de la Terre & comparées au diametre de Jupiter, ce qui demande des observations de plusieurs années pour sçavoir quelles sont les plus grandes, & en quel endroit du Ciel elles arrivent. On trouve encore l'inclinaison par la plus grande durée & par la plus courte des conjonctions inférieures du premier Satellite avec Jupiter; car comme l'on peut observer en cet endroit son entrée dans Jupiter & sa sortie de Jupiter, on connoîtra la durée, ce qui ne demande pas une moindre suite d'observations pour sçavoir quelle est la plus grande & quelle est la plus courte. La plus grande durée mesure l'arc du Satellite compris par le diametre de Jupiter; la plus courte mesure l'arc par lequel le Satellite parcourt une corde de ce disque : ces deux arcs sont deux côtés d'un triangle rectangle, par le moyen duquel on trouve la latitude du Satellite dans la conjonction par rapport au centre apparent de Jupiter. Cette latitude ainsi trouvée, seroit égale à la déclinaison vûe de Jupiter, si au temps de l'observation de la plus grande & de la plus courte durée, cette Planete n'avoit point de latitude, mais comme cela n'arrive presque jamais, il a fallu réduire par des méthodes particulières cette déclinaison ainsi trouvée, à celle qui seroit vûe de Jupiter par rapport à son orbite, qui est la véritable déclinaison de l'orbe du Satellite.

Voilà les observations qui ont été nécessaires, & les voyes qu'il a fallu suivre pour calculer la durée des Éclipses du premier Satellite qui est à la page 41 des Tables de M. Cassini.

On prend la demi-durée des Éclipses avec le nombre premier qui, comme nous avons dit, marque les révolutions de ce Satellite depuis le Périhélie de Jupiter. Le nœud ascendant des Satellites où est la plus longue durée, a été déterminé au  $14^{\circ} 30'$  d'*Aquarius*. Le Périhélie de Jupiter étant au  $10^{\circ}$



d'*Aries*, il suit que de ce dernier terme au  $14^{\circ} 30'$  du Lion opposé à *Aquarius*, il y a 800 révolutions du premier; donc quand le nombre premier sera 800, Jupiter sera dans le nœud descendant des Satellites, il marquera pour lors la plus longue durée de ses Éclipses. Il en sera de même, lorsque le nombre premier sera 2098, car Jupiter sera pour lors dans le nœud ascendant des Satellites; & comme le nombre premier marque les différens points de l'orbe de Jupiter, il servira à connoître la durée des Éclipses dans ces mêmes points.

Ce sont là les principes qui ont été employés dans les Tables du premier Satellite, & c'est là la méthode que M. Cassini a donnée pour calculer ces Éclipses. Ces Tables ont été faites avec un tel art, que quoiqu'elles supposent les moyens mouvemens du Soleil & de Jupiter, aussi-bien que leurs véritables & les distances de ces deux Planetes vûes de la Terre, connus pour le temps de chaque Éclipse du Satellite, on n'a pas besoin de les calculer, mais à leur place on employe ses révolutions qui servent de mesure pour connoître ces différens mouvemens. Cette méthode facilite les calculs de ces Éclipses à un tel point, qu'ils peuvent être faits par ceux mêmes qui n'ont aucun principe d'Astronomie, pourvû qu'ils sachent seulement les règles de l'addition & de la soustraction.

Ces Tables ainsi construites, représentoient avec assés de précision toutes les observations qu'on avoit faites jusqu'en 1693, qui fut l'année de leur édition; cependant comme par la suite des observations les hypotheses des mouvemens célestes se perfectionnent toujours davantage, sur-tout ceux des Satellites, qui ne sont connus que depuis si peu de temps, & dont nous n'avons d'observations un peu exactes de leurs Éclipses que depuis 1650, feu M. Cassini cinq années après l'édition de ses Tables ayant comparé les observations les plus éloignées entre elles qu'il avoit faites alors par lui-même, trouva que les révolutions du 1.<sup>er</sup> Satellite supposées dans les Tables, étoient un peu trop longues, & qu'il falloit ôter une seconde de temps à 25 révolutions du premier, ce qui fait 8 secondes de temps; en 206 révolutions comprises dans une année; ainsi ôtant

8 secondes à la dernière révolution des mois qui se termine au 30 Décembre 14<sup>h</sup> 11' 36", on aura à la place 30 14<sup>h</sup> 11' 28", il en sera de même dans les autres années à proportion, ce qui est une correction qui se peut faire aisément aux Tables.

Après cette correction faite aux révolutions moyennes, M. Cassini ayant comparé les Eclipses observées près des moyennes distances, lorsque Jupiter alloit de son Aphélie à son Périhélie, il reconnut qu'elles avoient une Equation soustractive de 40 ou 41 minutes de temps, & lorsqu'il alloit du Périhélie à l'Aphélie près des moyennes distances, elles en avoient une Equation additive à peu près de 41'; ainsi dans l'une & dans l'autre situation l'Equation étoit environ une minute ou deux de temps plus grande que celle des Tables qui la donnent 39' 8". Il est extrêmement difficile de s'assurer d'une minute, à cause du grand nombre de principes qui entrent dans le calcul d'une Eclipe du Satellite, qui pris un peu différemment, peuvent causer tous ensemble une différence encore plus grande; c'est pourquoi dans ce doute M. Cassini se détermina à augmenter la première Equation de sa 30<sup>e</sup> partie, qui donne la plus grande Equation de 40' 26", au lieu de 39' 8" comme elle est dans la Table. Il prit ce parti non seulement pour avoir à peu près un milieu entre la plus grande & la plus petite correction qu'il y avoit à faire, mais encore pour faciliter le calcul de cette Equation, afin qu'on pût l'appliquer aisément aux Tables qu'il avoit publiées; car le nombre qui marque dans la Table les minutes de la première Equation, & qui répond au nombre premier étant doublé, si on l'ajoute au nombre des secondes de la même Equation, on aura l'Equation corrigée, & telle qu'il faut l'employer.

Il faut remarquer ici, que si l'on suppose exacte l'Equation de Jupiter, telle qu'elle est dans les Tables Rudolphines, qui est celle qui a été employée dans ce calcul, & qu'elle n'ait pas besoin de correction, la 30<sup>e</sup> partie dont il faut augmenter la première Equation du Satellite pour représenter les observations de ces Eclipses, & sur-tout celles qui arrivent près des

moyennes distances seroit une troisième inégalité à laquelle ces Eclipses seroient sujettes; mais nous avons lieu de croire qu'au moins une partie de cette différence vient de ce que Kepler fait la première Equation de Jupiter trop petite; car ayant comparé ensemble un grand nombre d'observations que nous avons faites dans les oppositions de Jupiter avec le Soleil, nous avons trouvé son Equation de 5 minutes plus grande que celle qui est supposée par ce célèbre Astronome, & qui est employée dans les Tables du premier Satellite, ce qui donneroit 35 secondes de plus seulement & seroit l'Equation totale de 39' 40", au lieu de 40 ou 41 qu'a trouvé M. Cassini. Il faudra examiner si l'autre partie de l'Equation qui est nécessaire pour représenter ces Eclipses ne vient point de la première Equation de Jupiter, qui dans ce cas devoit être encore de 6 ou 7 minutes de degré plus grande que nous ne la supposons; si cela est, les mouvemens de Jupiter & du premier Satellite concouroient à se perfectionner réciproquement.

M. Cassini fit les corrections que nous venons de rapporter sur les mouvemens du premier Satellite, en 1698, cinq ans après l'édition de ses Tables, & elles font le sujet d'un Mémoire qu'il communiqua à l'Académie au mois de Juillet de la même année, dont M. du Hamel a. publié un Extrait dans la 2.<sup>e</sup> édition de son Histoire. Elles sont encore rapportées dans les Mémoires de l'Acad. de l'an 1706, page 81, à l'occasion de l'accord que le P. Laval dit avoir trouvé entre les observations des Eclipses du premier Satellite faites à Marseille, & le calcul qu'on avoit donné de ces Eclipses dans la Connoissance des Temps; car en cet endroit M. Cassini dit que ces calculs ont été faits sur les corrections qu'il avoit données en 1698, & qui consistent à ôter 4 minutes à l'époque marquée dans les Tables, à ôter une seconde de temps à 25 révolutions, & augmenter la première inégalité qui est dans la Table de sa trentième partie.

Outre ces corrections qui ont été publiées dans ces deux différens endroits, M. Cassini en fit une autre à la durée des



Éclipses du même Satellite, comme il paroît par une Table écrite de sa main qui nous reste. Dans cette Table, il augmente d'une minute de temps la plus longue durée qu'il a donné dans celle qui est imprimée; & supposant la plus courte, telle qu'elle avoit été marquée dans la même Table, il calcule par cette hypothèse dans les différentes distances de Jupiter au nœud des Satellites, la durée des Éclipses qui résulte de quelques secondes de temps, plus longue.

Les corrections de feu M. Cassini, qui consistent à ôter une seconde de temps à 25 révolutions, & à augmenter la première Équation de sa trentième partie, représentent non seulement les observations des Éclipses du premier Satellite qui avoient été faites jusqu'à l'année 1698 qu'il donna ces corrections, mais encore celles que nous avons continué de faire depuis ce temps-là jusqu'à présent, de sorte qu'il n'y a rien à changer ni au moyen mouvement, ni à la première Équation; & elles représentent ces Éclipses avec tant de précision, que parmi plus de six cens que nous avons comparées ensemble, une grande partie s'accorde dans la minute, une autre partie s'en éloigne un peu plus, & il n'y a que 40 observations qui s'éloignent de 4 à 5 minutes du calcul.

Ces plus grandes différences se rencontrent pour l'ordinaire dans les Éclipses observées proche des conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où la seconde Équation est plus grande, ce qui fait connoître qu'elle est sujette à des variations.

Entre plusieurs observations qui font voir ces variations de la seconde inégalité, nous nous contenterons de rapporter les suivantes. En 1670 feu M. Cassini observa l'Émerfion du premier Satellite le 31 Mai à  $8^h 48' 46''$ , temps moyen. Dans cette observation, où la seconde Équation résulte de 17 minutes, le nombre second est 86, & par conséquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction suivante de 26 révolutions du premier. En 1671 il observa l'Immersion du premier le 18 Octobre à  $4^h 2' 56''$ , temps moyen, d'où la seconde Équation résulte de 7 à 8 minutes. Dans cette observation le nombre second étoit 146, & par conséquent Jupiter étoit éloigné



éloigné de la conjonction précédente de 33 révolutions, & 17 révolutions plus éloigné de la conjonction que celle de 1670. Si elles avoient été faites à la même distance, en 1671 l'Équation auroit été d'une minute plus grande qu'en 1670, & par conséquent elle auroit été de 8 à 9 min. mais en 1670 elle a été de 17; elle a donc été 8 min. au moins plus grande avant la conjonction de 1670, qu'elle n'a été après la même conjonction en 1671 à distances égales de la conjonction.

En 1695 cette Équation, avant la conjonction, a été égale à celle qui résulte des observations faites après, à la même distance, & elle s'est trouvée cette année-là telle qu'elle est dans les Tables.

En 1716, par les observations que nous avons faites le 10 Avril à  $7^h 33' 41''$ , temps moyen avant la conjonction, la seconde Équation résulte de 9 minutes; & par une autre, faite la même année, le 24 Juillet, à  $3^h 44' 56''$  du matin, temps moyen, après la conjonction, elle résulte de  $16' 10''$ . Dans l'observation du 10 Avril, le nombre second étoit 86, & dans celle du 24 Juillet il étoit de 143. La première étoit donc éloignée de la conjonction suivante de 26 révolutions, & la seconde étoit éloignée de la conjonction précédente de 31, avec une différence de 5 révolutions, dont la dernière étoit plus éloignée, ce qui donne une différence de 30 secondes, dont la dernière auroit été encore plus grande; elle auroit donc été de près de 17 minutes, si elle avoit été faite à la distance de 26 révolutions, comme celle du 10 Avril, mais celle-ci n'a été que de 9 minutes; donc en 1716 la seconde Équation a été fort inégale, & presque le double plus grande après la conjonction qu'avant, à distances égales de ce terme.

La seconde inégalité ayant donc été par les observations de 1670 & 1671, plus grande avant la conjonction qu'après, on auroit lieu de croire que vers ces années-là le terme où elle a été plus grande, n'a pas été dans la conjonction, mais avant; qu'en 1695 ce terme s'est rencontré dans la conjonction, & enfin qu'en 1716 ce terme s'est rencontré après la

conjonction ; d'où l'on peut inférer qu'il a un mouvement qui, à l'égard du Soleil , l'a transporté de la partie occidentale vers l'orientale , & qu'en 1716 il étoit autant éloigné vers l'Orient qu'il en étoit vers l'Occident en 1671.

Ces inégalités & les variations qui arrivent à la seconde Equation du premier Satellite, non seulement en différentes années , mais dans la même année , à pareille distance de la conjonction de Jupiter avec le Soleil , ne sont pas favorables à l'opinion de quelques Philosophes , touchant le mouvement de la Lumière , qu'on prétend prouver par cette seconde inégalité , laquelle dans ces circonstances devroit être sensiblement égale , au lieu qu'elle est le plus souvent tantôt plus grande & tantôt plus petite , avec une différence de 7 à 8 minutes.

On peut ajouter cette nouvelle réflexion aux autres , que nous avons rapportées dans le Mémoire de 1707 contre cette hypothèse. J'ai communiqué cette réflexion avec d'autres à M. Halley , célèbre Astronome Anglois , dans une Lettre que je lui écrivis en 1718 , à l'occasion d'une faute de Calcul que j'ai faite dans ce Mémoire , & dont il eut la bonté de m'avertir. Voici en quoi elle consiste.

J'y comparai deux observations du troisième Satellite avec deux autres du premier , faites à peu de jours près l'une de l'autre , & dans cette comparaison je trouve par erreur la seconde inégalité du troisième de 8 minutes , & contraire à celle qui se trouve dans le même intervalle entre deux observations du premier ; au lieu que par un calcul plus exact , elle n'est que de 2 minutes , & conforme à celle qui résulte des observations du premier , comme l'a remarqué M. Halley , de sorte que dans cette circonstance la seconde inégalité du troisième Satellite étant conforme & égale , à quelques secondes près , à celle du premier , elle est favorable à l'hypothèse du mouvement de la Lumière. Mais la preuve que nous avons tirée dans le Mémoire de 1707 , de l'inégalité du second contre cette hypothèse , subsiste toujours , quoique par les principes que nous suivons présentement touchant le mouvement du second Satellite , un peu différens

de ceux que nous employâmes alors dans ces calculs, donnent la quantité de cette Équation un peu différente.

On peut ajouter encore que si l'Équation du 3.<sup>e</sup> se trouve égale à celle du premier dans les deux observations rapportées, & dans d'autres, comme nous avons dit dans ce Memoire, il y en a un grand nombre où elle se trouve plus grande, quoique dans ce Satellite elle ne suive pas le rapport des distances des Satellites à l'égard du centre de Jupiter.

Il reste à examiner la durée des Éclipses du premier Satellite, ce qui est nécessaire à sçavoir pour avoir l'heure des Immersions & des Émersions.

Pour vérifier ce principe, nous nous sommes servis de différentes méthodes. Celle qui nous paroît la plus simple & la plus certaine, est de comparer une Immersion qui a été observée quelques révolutions avant l'opposition de Jupiter avec le Soleil, avec une Émerison qui a été observée quelques révolutions après l'opposition, ce qui donne l'intervalle du temps qu'il y a entre une révolution & l'autre. Cet intervalle est composé du nombre entier de révolutions, & de plus du temps que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, puisqu'on compare le temps d'une Immersion avec celui d'une Émerison; si l'on ôte de cet intervalle celui qui est dû au nombre des révolutions qui y sont comprises; ayant égard aux variations qui arrivent à la première & à la seconde Équation dans le même intervalle, on aura le temps que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, avec presque autant de précision que si on l'avoit pu observer par son entrée dans l'ombre & par sa sortie de l'ombre dans la même révolution.

Il est vrai qu'on ne peut employer cette méthode qu'une fois tous les 13 mois, & qu'il y a des années où le temps n'a pas été favorable pour faire des observations à une petite distance de l'opposition de Jupiter avant & après comme il est nécessaire; mais quoique les autres observations que l'on employe pour cette recherche soient un peu moins rares, elles n'ont pas la même évidence, & cette méthode peut servir

372 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
à vérifier les mêmes principes que l'on a trouvé par les autres  
méthodes.

Ayant donc comparé de cette manière les observations  
faites depuis 1672 jusqu'en 1726, parmi lesquelles il y a  
en a un grand nombre propres pour cette recherche, nous  
avons trouvé en 1677 la demi-demeure du Satellite dans  
l'ombre de Jupiter de  $1^h 8' 13''$ , lorsque cet astre étoit au  
 $20^o 30'$  d'*Aquarius*, & plus avancé de 8 degrés du  $14^o 30'$   
du même Signe, où M. Cassini place le nœud ascendant des  
Satellites; en 1724 lorsque Jupiter étoit au  $7^d 14'$  du même  
Signe, & moins avancé de  $7^d 16'$  du lieu du même nœud, la  
demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été de  $1^h 8' 33''$ .

Par les observations faites l'an 1683, lorsque Jupiter étoit  
au  $17^o 10'$  du Lion, plus avancé de  $2^d 40'$  que le nœud  
ascendant, nous avons trouvé la demi-demeure de  $1^h 9' 43''$ ,  
& en 1695 de  $1^h 8' 45''$ ; le lieu de Jupiter dans le Zodiaque  
étant au  $21^o 44'$  du même Signe & plus avancé de  $7^o$  &  
un quart, que le lieu où l'on place le nœud descendant.

En comparant ces observations ensemble, il paroît que la  
plus grande durée est arrivée, lorsque Jupiter étoit vers le  
milieu d'*Aquarius* & du Lion, qui est le degré où M. Cassini  
a déterminé les nœuds des Satellites. Si l'on compare les  
observations de 1677 avec celles de 1724, éloignées en-  
tr'elles d'un intervalle de 47 ans, on voit avec toute l'évi-  
dence que peuvent donner ces observations, que la situation  
des nœuds est la même, & que par conséquent ils n'ont point  
eu de mouvement sensible, comme cela résulte encore des  
observations faites chaque année dans cet intervalle; en cela  
les Satellites sont plus conformes aux Planetes qu'à la Lune,  
dont les nœuds ont un mouvement sensible. Il résulte cepen-  
dant de ces mêmes observations, que la durée des Éclipses  
au retour de Jupiter près du même lieu du Zodiaque n'est  
pas la même, comme elle résulte des calculs fondés sur les  
principes établis sur le plus grand nombre d'observations, par  
lesquels on calcule cette durée à différentes distances de nœuds.  
On trouve dans la durée des Éclipses une variation non seu-



lement par les observations faites proche des nœuds, & à différentes distances des nœuds, mais dans les limites des plus grandes latitudes qui sont éloignés des nœuds de 90 degrés.

Voici ce qui résulte des observations faites dans ces limites. En 1691, Jupiter étant au  $10^{\circ} 50'$  du Taureau, éloigné de  $3^{\circ} 40'$  d'un de ces termes, la demi-durée de l'Eclipsé résulte de  $1^h 4' 0''$ . En 1703, Jupiter étant au  $17^{\circ} 8'$  du même Signe, & fort près du limite de la plus grande latitude, on trouve la demi-durée de l'Eclipsé de  $1^h 2' 20''$ . Et en 1715, elle a été de  $1^h 3' 48''$ , Jupiter étant au  $21^{\circ} 25'$  du Taureau. Ainsi entre ces trois différentes déterminations, il y a une minute 40 secondes, quoique la différente distance de Jupiter à l'égard du limite n'en doive causer de sensible. La durée des Eclipses paroît plus uniforme par deux déterminations faites près du limite opposé, par l'une desquelles elle est de  $1^h 4' 27''$ , & par l'autre  $1^h 4' 18''$ .

On est porté à supposer que cette variation qui se trouve dans la durée des Eclipses, non seulement près des nœuds & des limites de la plus grande latitude, mais encore dans les différentes distances à l'égard de ces termes, vient de la difficulté de déterminer précisément cette durée, mais il y a quelque raison de les croire ces variations réelles, parce qu'au retour de Jupiter dans le même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé encore de plus grandes & de plus sensibles dans la durée des Eclipses des trois autres Satellites que l'on a déterminée avec toute l'évidence & toute l'exactitude possible par l'entrée & par la sortie des Satellites dans l'ombre observées dans la même révolution, comme nous le ferons voir une autre fois.

Il est vrai que ces variations ne sont point causées par le mouvement des nœuds, puisqu'on les trouve toujours dans le même endroit du Zodiaque; mais elles peuvent venir de quelque changement dans l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, ou par quelque excentricité des Satellites, qui étant variable, est cause que le Satellite rencontre le cône de l'ombre de Jupiter, tantôt plus proche, tantôt plus loin de cet astre, & fait par cette cause en différentes

374 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
années, au même endroit du Zodiaque, la durée des Eclipses, tantôt un peu plus longue, tantôt un peu plus courte, comme il arrive aux Eclipses de Lune.

Supposé que ces variations soient réelles, & qu'elles ne dépendent point des observations, comme il y a tout lieu de croire, il faudra un grand nombre d'observations pour en trouver les régles & en connoître la cause, celles que nous avons jusqu'à présent, quoique faites avec toute l'attention & l'assiduité possible, n'étant pas suffisantes.

M. Pond, célèbre Astronome Anglois, a donné dans les Transactions philosophiques de 1719, les Tables du premier Satellite de Jupiter, dans lesquelles il suppose les révolutions moyennes échuës au 30 Décembre, de  $14^h\ 11'\ 28''$ . M. Cassini dans ses Tables imprimées en 1693, le suppose de  $14^o\ 11'\ 36''$ , la différence entre les unes & les autres de  $8''$  de temps, dont les révolutions que M. Pond emploie sont plus courtes : ces 8 secondes sont justement la correction que M. Cassini trouva en 1698 qu'il falloit faire aux révolutions moyennes, ainsi les révolutions moyennes calculées suivant les corrections de M. Cassini sont les mêmes que celles de M. Pond.



E X A M E N  
D'UN SEL TIRE DE LA TERRE  
EN DAUPHINE;

*Par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER  
NATUREL.*

Par M. BOULDU C.

**M.** DE RESSONS, Membre de l'Académie Royale des Sciences, y présenta, il y a quelque temps, un Sel à examiner, pour sçavoir à quel genre il pourroit être rapporté, ou quel usage on en pourroit faire? & nous dit, que c'est auprès de Grenoble, que l'on le tire de la terre.

Cette Ville a des environs, où il y a différentes Mines métalliques, & d'autres Matières minérales, pour la recherche desquelles on a coupé la terre en différens temps, & l'on a fait des creux, dont quelques-uns restent encore ouverts, & sont d'un facile accès. Quelques ouvriers ou Mineurs s'avisèrent de travailler de nouveau dans un de ces creux; & loin de trouver ce qu'ils y cherchoient, ils découvrirent une terre chargée de quelques petits brillants, que quelques-uns d'entr'eux reconnurent pour être salins. Ils se persuadèrent d'abord d'avoir trouvé une terre fertile en Salpêtre, & ils se crurent confirmés dans leur idée d'avoir rencontré un magasin plein de ce Sel, quand, après avoir fait une forte lessive de leur terre, ils apperçurent dans l'évaporation de cette lessive des Cristaux, qui avoient quelque ressemblance, quoique très imparfaite, avec ceux du Salpêtre.

Mais quand les Cristaux du Sel du Dauphiné auroient ressemblé davantage à ceux du Salpêtre, il ne pouvoit pas encore pour cela passer ni être reçu pour ce Sel, vû que les autres qualités, qui sont propres & comme spécifiques au

Salpêtre, lui manquent. La seule configuration d'un Sel n'épuise pas son essence ou son caractère.

Afin de faire connoître le Sel du Dauphiné pour ce qu'il est en effet, je comparerai d'abord *ses propriétés*, qui ne sont en quelque façon qu'*extérieures*, ensuite j'examinerai ce qui regarde *son intérieur*, je veux dire, *les principes*, dont il est composé.

Ce Sel, tel qu'on nous l'envoie du Dauphiné, est ordinairement en gros monceaux, dont la partie inférieure, qui est épaisse d'environ un pouce, est une masse indistincte, blanche, opaque, & assés ferme; & le dessus, ou la partie supérieure, épaisse d'environ deux à trois pouces, représente un tas de petits Cristaux transparents & brillants, dont quelques-uns sont en lamelles plates; d'autres, & c'est la plus grande partie, sont formés en petits quarrés allongés, mais tellement serrés les uns contre & sur les autres, que la configuration, qu'ils affectoient, n'a pas pû s'achever; & parmi ceux-ci il est rare d'en trouver, qui soient en petites colonnes parfaitement de quatre côtés surmontées de facettes.

Cette irrégularité & confusion sont l'effet d'une évaporation & cristallisation trop précipitées, que les ouvriers mieux instruits éviteroient facilement; car ayant dissous de nouveau une quantité de ce Sel, tant du dessus que du dessous des monceaux, & l'ayant laissé cristalliser lentement, j'ai vû les derniers Cristaux aussi bien que les premiers en colonnes exactement quarrées, dont les extrémités sont taillées à facettes, lesquelles répondent en nombre aux côtés de leurs colonnes, quoique les derniers de ces Cristaux soient plus grêles, & d'un bien moindre volume que les premiers; ce qui est ordinaire aux Sels moyens.

Dans quelque état que l'on prenne nôtre Sel, il se *dissout facilement dans environ un poids égal d'Eau commune*, il est *friable*, il *ternit par la chaleur*, & même avec le temps à l'air, & se couvre comme d'une sole farine; sur un *charbon ardent* il *fond aisément*, sans fuser comme le Salpêtre & sans s'enflammer, il se boursoffle seulement par l'Eau qu'il contient & que la chaleur en dissipe, & alors il se change en une chaux saline;  
 enfin



enfin ce *Sel* étant goûté, imprime d'abord à la langue une *amertume sensible*, qui est bien-tôt après suivie de *fraîcheur*.

A ces marques & propriétés, quoique seulement extérieures, on a coutume de reconnoître le *Sel*, qu'on appelle *admirable* suivant Glauber son Auteur. Le *Sel* du Dauphiné ayant ces mêmes qualités est donc déjà par-là son semblable.

Mais comme dans les recherches que nous faisons par la Chimie, on ne peut pas se contenter d'un petit nombre de circonstances, qui n'achevent pas le caractère d'un Mixte; il faut entrer dans l'examen des principes, dont ce Mixte est combiné. C'est ce que je vais faire pour le *Sel* du Dauphiné, qui fait mon sujet.

A l'égard de celui que nous faisons par art, selon la méthode de Glauber, nous sçavons avec certitude, qu'il est composé de deux principes, dont l'un est *Salin* & l'autre *Terreux*; le premier est l'*acide vitriolique fixe*, & le deuxième la *Terre du Sel marin*, dans laquelle cet acide s'engage & se corporifie: il faut que nôtre *Sel* ait les deux mêmes principes pour être entièrement semblable à celui de Glauber.

Il pourroit à la vérité suffire de bien prouver le principe *Salin* de nôtre *Sel*, & supposer le deuxième par une juste conséquence; puisque nous sommes présentement bien convaincus, que l'*acide vitriolique* ne peut avec aucune autre substance connue, si ce n'est celle qui fait la base du *Sel* commun, former un *Sel* de la configuration & des propriétés, que doit avoir celui de Glauber: néanmoins je ne perdrai point ce deuxième principe entièrement de vûë.

Il est superflu pour ma recherche de rapporter, que le *Sel* du Dauphiné se convertit aisément en Foye de Soufre avec des matières inflammables par rapport à son principe *salin*, & qui dans ce changement ne peut-être que l'*acide vitriolique*; je ne toucherai pas non plus les précipitations qu'il fait de l'argent dissous en Eau forte, & du sucre de Saturne ou plomb dissous par le Vinaigre, par rapport au même principe; je m'arrêterai seulement à ce qu'il opère avec le Vif-argent; & à cette petite opération j'en ferai succéder une autre, qui regarde

son principe terreux : ces deux opérations sont également faciles à imiter par les moins connoisseurs.

Je dissous une once de Vif-argent dans un poids égal ou un peu plus de bon Esprit de Nitre, & je verse cette solution dans deux onces de Sel du Dauphiné dissous dans l'Eau commune : sur le champ l'acide vitriolique, contenu dans le Sel du Dauphiné, abandonne sa base terreuse à l'Esprit de Nitre & dérobe, comme par le droit du plus fort, à celui-ci le Vif-argent, & après s'être lié étroitement avec lui, ils tombent tous les deux au fond du vaisseau en *une poudre jaune* semblable au Turbith minéral, que nous faisons dans nos opérations ordinaires par le Vif-argent & l'Huile de vitriol.

Après avoir retiré cette poudre jaune, qui est réellement un Turbith minéral, comme la suite le fera voir, & après l'avoir lavée & séchée, j'en mêle une once avec deux onces de Sel marin pareillement bien sec, & je pousse ce mélange au feu de sable dans un vaisseau, dont la partie supérieure est bien convexe ; alors il s'ouvre une nouvelle scène ; l'acide du Sel marin jouit ici de la supériorité, il enlève à son tour à l'acide vitriolique, concentré dans le Turbith, le Vif-argent ; & s'élevant ensemble au haut du vaisseau, ils forment eux deux un Sublimé Mercuriel, pendant que l'acide vitriolique, retrouvant une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, laquelle est ici ce que l'acide du Sel marin a laissé en arrière, s'y rejoint & reste uni avec elle au fond du vaisseau comme une poudre saline ; laquelle dissoute dans l'Eau regénère ou reproduit un Sel parfaitement semblable à celui que j'avois d'abord employé à précipiter le Mercure, ayant la même configuration des Cristaux, les mêmes autres propriétés & les mêmes principes ; en un mot le caractère du Sel de Glauber.

Ceux qui ne sont pas initiés dans les principes de Chimie ; ni accoutumés à entendre parler des rapports, qui regnent entre les substances naturelles & que les expériences nous font encore connoître tous les jours, peuvent être surpris des différens changemens, qui arrivent dans les deux opéra-

tions, que je viens d'exposer. Voici ce que je puis en dire succinctement : dans la *première*, qui est le *mélange du Sel du Dauphiné avec la solution du Mercure*, l'acide vitriolique, contenu dans ce Sel, jouït en plein de sa force, qui est : Que « presque dans toutes les occasions, il est supérieur aux autres « acides, il leur enleve selon l'occurrence les Sels & les Terres ; « il leur emporte même les substances métalliques, & cela va « jusqu'à l'Esprit de Nitre, comme il le fait ici à l'égard du « Mercure, que l'Esprit de Nitre avoit dissous ; il force cet acide « à le lui céder & il tombe ensuite avec lui en Turbith minéral. Mais une petite circonstance change la Thèse dans la *deuxième opération*, qui est le *mélange de ce Turbith avec le Sel marin* : La Chimie a des exceptions sous ses regles générales comme d'autres arts. Cette exception est par rapport à nôtre sujet : Que toutes les fois que certaines substances métalliques se « trouvent dissoutes par un acide quel qu'il soit, & que le Sel « marin ou son principe salin est de la partie, ou qu'il y sur- « vient, il leur enleve à tous les substances métalliques, ayant « plus de relation ou de rapport avec elles que les autres ; peut- « être ce rapport roule-t-il sur ce que ces substances métalli- « ques sont Mercurielles. C'est toutefois ce que ce Sel fait ici par son principe salin à l'égard du Mercure même, il l'enleve à l'acide vitriolique qui le tenoit enchaîné dans le Turbith, & l'éleve avec lui en Sublimé, laissant en arrière sa terre, que l'acide vitriolique saisit à son tour.

Par ces deux opérations les principes constitutifs de nôtre Sel deviennent évidents ; il précipite d'abord le Mercure en Turbith minéral ; & le Mercure ne peut devenir Turbith que par l'acide vitriolique : nôtre Sel a donc cet acide pour son principe salin.

Ce Sel aussi ne peut avoir pour deuxième principe que la Terre du Sel marin, parce que, comme je l'ai déjà dit, l'acide vitriolique ne peut qu'avec cette substance-là former un Sel, qui ait les propriétés & la configuration des Cristaux, comme le Sel du Dauphiné les a lui-même & communes avec celui de Glauber : c'est ce que la deuxième opération confirme, ou

l'acide vitriolique de nôtre Sel, qui étoit transporté sur le Mercure, retrouvant dans le Sel marin une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, forme de nouveau avec elle un Sel cristallisé comme le premier que j'avois employé, & doüé de mêmes propriétés.

Ainsi le Sel du Dauphiné a les mêmes principes que celui de Glauber; ainsi il est encore par-là lui-même un *vrai Sel de Glauber*, que j'appelle à juste titre *naturel*, parce que l'art ne contribué rien pour sa composition, la nature l'ayant elle-même travaillé dans la terre, dont on ne fait que le séparer par le moyen de l'Eau.

Et c'est là ce que je m'étois proposé de vérifier aujourd'hui.

Avant de finir, on me permettra de faire quelques réflexions sur mon sujet, *comme sortant de la terre*.

Environ vers le milieu du siècle passé, *Glauber* fit connoître son *Sel*, que *Kunckel* pourtant assure dans son *Laborat. Chymic.* avoir été connu sous un autre nom cent ans auparavant dans la Maison Electorale de Saxe. Quoiqu'il en soit, nous en devons la connoissance & la composition au premier, lequel après en avoir vû des effets, qui le surprenoient lui-même, lui donna l'épithète d'*Admirable*: En effet ce Sel a eu depuis son temps bien de la réputation, particulièrement pour l'usage intérieur, & la soutient encore aujourd'hui. Mais on étoit fort éloigné de croire alors, & même long-temps après, qu'il se trouvoit son pareil dans le sein de la terre, ou dans la Nature, dont pourtant il ne me sera pas difficile de prouver présentement la vérité.

Il y a quelques quarante ans, que *M. Lister*, tirant des Eaux minerales d'Angleterre un Sel, qui lui étoit inconnu, & dont les apparences extérieures approchoient en quelques choses du Salpêtre, l'appella *Nitrum calcarium*. Cependant ce prétendu Nitre est au fond un *vrai Sel de Glauber*, vérifié par la figure que cet Auteur en donne lui-même, & par les effets qu'il en rapporte dans son liv. *De Fontibus medicatis Angliæ*, de 1682.

Après *Lister*, *M. Grew* publia en 1696 le *Sel d'Epſom*: mais quelque connu qu'il soit depuis dans toute l'Europe, son



mélange & le vrai caractère nous ont été cachés longues années : & quoiqu'ils ne soient pas encore tout à fait éclaircis ( car ce Sel n'est pas simple ) je puis du moins assurer, que celui de Glauber en fait une bonne partie, soit que le Sel d'Epson vienne de la Source minérale de cet endroit, soit, comme l'assure M. Slare, Membre de la Société Royale de Londres, qu'on le tire depuis quelques années d'une mine de Sel commun fossile, avec lequel il se trouve confondu, & dont on le sépare par le moyen de la cristallisation après les avoir dissouts ensemble, & dépouillés des impuretés terreuses qui y sont mêlées : dans les *Transactions philosophiques* de 1714.

M. Sthal, & je crois qu'il est le premier, reconnu ensuite au vrai le *Sel de Glauber* dans les Acidules ou Eaux minérales ferrugineuses, & ne balança pas de le mettre au nombre des *Sels minéraux*, qui sont ceux que la terre fournit : dans son *Specimen Beccherianum* de 1703, & dans son *Traité des Sels*, imprimé depuis.

Après lui, M. Hoffmann, encore actuellement Professeur à Halle, découvrit une Source d'Eau minérale bien amere & purgative, dont la livre, au rapport de M. Henckel, donne deux gros de *Sel* pareil aux précédens, & qui se convertit aisément en Foye de Soufre. C'est dans ses *Observations Physiques & Chymiques* de 1722.

Je puis ajoûter, qu'il y a trois ans, que j'eus occasion de faire reconnoître, dans une Assemblée de cette Académie, le *Sel cathartique*, que l'on trouve auprès de Madrid, pour un vrai Sel de Glauber; comme j'ai encore aujourd'hui l'avantage de faire connoître le *Sel du Dauphiné* pour son semblable.

Par ces faits il est bien constant, que cette espece de Sel, que nous appellons *de Glauber*, se trouve naturellement dans le sein de la terre, & peut-être même en plus grande abondance que nous n'avons pû présumer jusqu'ici : Et comment ne s'y trouveroit-il pas ? La Nature, qui travaille sans cesse à décomposer les Mixtes & à les changer en d'autres, rencontrant, pour ainsi dire, sous ses mains des matières vitrioliques, sulphureuses ou alumineuses avec le Sel marin, ou du moins

avec la terre, produira aussi-bien par-là cette sorte de Sel, que nous faisons par le secours de l'Art, non seulement avec l'Huile de Vitriol, mais encore avec le Vitriol lui-même, ou l'Alum & le Sel marin : Et alors ce Sel (étant une fois dans cet état) s'il est détrem pé & dissous par des Eaux souterraines, qui ont de l'issuë, il s'écoulera avec elles, tantôt *seul*, & produira des Eaux amères, dont Gallien a déjà fait mention ; tantôt *mêlé avec d'autres matières minérales*, comme il l'est dans quelques Acidules : Si au contraire le Dissolvant général des Sels lui manque, il restera comme arrêté & supprimé dans la terre, dont on le retirera, quand on aura l'avantage de le reconnoître ; comme on le fait depuis peu auprès de Neutol en Hongrie, où ce Sel, au rapport de M. Hermann dans une Dissertation faite à ce sujet, est attaché aux parois & dans les fentes d'un roc, qui se trouve dans les creux d'une Mine de Cuivre.

Jusques-là nous avons vû, que le Sel de Glauber est *naturellement* dans le sein de la terre, & qu'on l'en a tiré en différens pays. Je pourrois ajouter que j'en ai trouvé, en quantité raisonnable, dans une Plante calcinée ou brûlée. Mais, comme je ne suis pas encore certain, si ce Sel a passé formellement & en sa propre substance dans la Plante, par la supposition que l'on peut faire, que le terrain, où elle croît, en soit rempli ; ou si dans la calcination, le feu y ayant rencontré ses principes constitutifs, les a uni, & produit par-là nôtre Sel ? Je différerai d'en entretenir la Compagnie jusqu'au temps que j'aurai plus de certitude de l'un ou de l'autre.

On diroit que ce Siècle nous sera favorable pour la découverte du Sel de Glauber naturel.

Au reste, il y a lieu de croire, que, quand la Médecine aura pris connoissance de nôtre Sel du Dauphiné, elle lui accordera la place qu'il mérite dans la Matière Médicinale ; non seulement parce que nous l'avons dans le Royaume, mais principalement parce qu'il produit les mêmes effets sur le Corps humain qu'un bon Sel de Glauber, & que d'ailleurs il a le caractère de perfection en ce genre de Sels, qui est :

Qu'il ne s'humecte point à l'air ; qu'il n'altère point la teinture du Tournesol & des fleurs de Violetes ; & que lui-même n'est point altéré par l'Huile de Vitriol , comme ceux de ses semblables, qui ont encore retenu du Sel marin. Ces trois articles sont autant de preuves de la juste proportion, qu'il y a entre ses principes.

---

O B S E R V A T I O N S  
S U R L E P O R C - É P I C ;

*Extraites de Mémoires & de Lettres de M. Sarrazin,  
Médecin du Roy à Québec , & Correspondant  
de l'Académie.*

Par M. DE REAUMUR.

DANS les Mémoires que l'Académie a donnés en 1666 ; pour servir à l'Histoire Naturelle des Animaux, on trouve une Description anatomique de six Porcs-épics, qui ne nous empêchera pas de communiquer les observations de M. Sarrazin ; il est de ces observateurs qui peuvent fort bien saisir ce qui a échappé aux grands maîtres sur des matières qu'ils ont traitées. Mais il y a tout lieu de croire que, malgré la ressemblance des noms, les nouvelles recherches n'ont pas été faites sur les mêmes animaux que les anciennes ont eu pour objet. Il s'agit dans les unes & dans les autres de Porcs-épics, mais probablement d'especes différentes, & peut-être aussi différentes entr'elles qu'elles le sont l'une & l'autre de nôtre Hérisson.

Les Porcs-épics qui ont été anciennement disséqués par les Anatomistes de l'Académie étoient d'Afrique ; leur museau ressembloit à celui d'un Lièvre ; leur lèvre supérieure étoit fendue. Le Canada est le pays natal de ceux qu'a disséqués.

M. Sarrazin; il n'a trouvé à leur museau aucune ressemblance avec celui des Lièvres, quoiqu'il sçût qu'elle leur eût été donnée par d'anciens Naturalistes qui n'avoient apparemment jamais vû de Porcs-épics d'Amérique. Il le compare pour la forme, à celui d'une espece de Rat, nommé le *Sifleur*, qu'il a décrit ci-devant sous le nom de *Rat des Alpes*. Le plus grand des Porcs-épics dont on a donné la description, avoit dix-huit pouces depuis le museau jusqu'à l'extrémité des pieds de derrière allongés. M. Sarrazin a trouvé aux siens dix-huit pouces depuis le museau jusqu'à la racine de la queue; ils étoient donc au moins aussi grands que les autres, cependant les plus longs picquans des siens n'avoient que trois à quatre pouces, & les autres en avoient de longs d'un pied. Une si grande différence dans la longueur des picquans, suffiroit seule pour établir une différence d'espece entre des animaux qui nous paroissent sur-tout remarquables par ces mêmes picquans. Mais les dissections nous apprendront qu'outre les différences extérieures, il y en a entr'eux d'intérieures. Au reste le Porc-épic dont nous allons parler actuellement, sur le rapport de M. Sarrazin, sera toujours celui du Canada; nous ne ferons mention de l'autre que quand nous aurons à les comparer ensemble.

Le Porc-épic est de la Classe des Animaux qui rongent; il se nourrit de l'écorce de toutes sortes d'Arbres vivans, mais il ne touche point à celle du bois mort. Il aime sur-tout celle des Pins & celle des Cédres du Canada, appelés *Arbres de vie*. Il pâit aussi l'herbe. Il pèse communément depuis quinze jusqu'à dix-huit livres. Les Chasseurs qui en ont fourni à M. Sarrazin, l'ont assuré qu'on en trouvoit encore de plus pesans.

Il distingue sept différentes espèces de poils sur la peau de cet animal. Celui de la première espèce a quatre, cinq & six pouces de long, depuis les épaules jusque sur les hanches; d'où il diminue de part & d'autre, peu à peu en approchant de la tête & de la queue. Comme ce poil est noir, & qu'il excède tous les autres en longueur, il donne cette longueur



au Porc-épic qui est dans un parfait repos; mais dès qu'il s'agite, sur-tout lorsqu'il se met en colère, qu'il se hérissé, il paroît aussi blanc que noir : le blanc paroît même toujours un peu, quoiqu'il ne se hérisse point.

Ce blanc est dû à la seconde, & à la plus singulière espèce de poils, à ses picquants. Ils ont trois ou quatre pouces de longueur depuis les épaules jusque sur les hanches, d'où ils diminuent peu à peu jusqu'au museau; ils diminuent de même de l'autre côté peu à peu jusqu'au bout de la queue. Chaque picquant a environ demi-ligne de diamètre : il est intérieurement moëlleux : il est tout blanc, excepté près du bout qui est noir sur une longueur de trois, quatre ou cinq lignes. M. Sarrazin ayant observé avec soin la pointe au Microscope, a remarqué qu'il s'en élève un filet tourné en vis. Il a encore remarqué qu'à l'extrémité des picquans, près de l'origine de la vis, il y a une dentelure garnie de pointes tournées du côté de la base, & capables de quelque résistance. On sent cette résistance, quand tenant d'une main un picquant par sa racine, on le passe entre les doigts de l'autre main. La pointe des picquants est si fine & si délicate, que si après avoir posé un picquant à plat sur la main, on frappe sur le revers de cette main, quoique très légèrement, le picquant entre dans la partie qu'il touche, & s'y accroche si bien, que pour l'en retirer on enlève deux ou trois lignes de peau. La racine du picquant a environ demi-ligne de long; elle tient très peu à la peau de l'animal.

Il appelle la troisième espèce de poil, petit ou nouveau picquant, parce qu'elle est si semblable aux picquans dont nous venons de parler, qu'il n'y a remarqué de différence que dans la pointe, qui n'a ni dentelure, ni filet en forme de vis. Comme tous les Animaux changent de temps en temps les poils dont leur peau est couverte, il soupçonne aussi que ce sont des picquans naissans, dont la dentelure & la vis ne sont pas encore développées.

Le poil de la quatrième espèce est roux. Il a deux pouces de longueur; il est un peu frisé; il est épars sur la tête.

Celui de la cinquième espece, qui est un peu plus roux que le précédent, est rude, & arrangé le long des parties latérales de la queue.

Celui de la sixième espece est un poil noir, long d'environ un pouce. Il est fort rude; il est placé autour des parties naturelles, & sous la queue.

Le poil de la septième espece couvre la gorge, le ventre & l'entre-deux des cuisses; il est mollet, & de couleur fauve tirant souvent sur le blanc.

Le Porc-épic a environ 24 pouces de longueur, savoir quatre pouces depuis le bout du museau jusqu'à la première vertèbre du col; & de-là jusqu'à la racine de la queue il en a quatorze, & enfin la queue en a six.

La tête a trois pouces d'une oreille à l'autre: chaque oreille a environ trois lignes de longueur, & un peu plus de largeur. Elles ne ressemblent point à l'oreille de l'Homme, comme y ressembloient celles des Porcs-épics des Mémoires de l'Académie.

Les dents sont semblables à celles des Animaux qui rongent. Les incisives supérieures ont six lignes de longueur, les inférieures en ont dix. Les premières sont entaillées en dedans de la profondeur d'environ demi-ligne; les unes & les autres sont larges de deux lignes.

Les yeux ont trois lignes d'un angle à l'autre. On a remarqué dans les Mémoires de l'Académie comme une singularité, que le grand coin étoit beaucoup plus haut que le petit; il y a apparence que cette singularité ne se trouve pas dans les Porcs-épics du Canada, du moins M. Sarrazin n'en a rien dit.

Les cuisses ont deux pouces & demi de longueur; la jambe en a quatre; le pied est plat comme celui du Castor; il a deux pouces & demi depuis le talon jusqu'à l'origine des orteils. Il est large d'un pouce & demi dans le milieu, & n'a que deux lignes au talon. Il a cinq orteils, le gros n'a qu'une ligne de long, les trois qui suivent en ont chacun trois, & le petit est un peu plus court. Les ongles ont environ trois lignes

de longueur; ils sont très-forts; ils sont creux, trenchants, courbés, & très-pointus. Les bras & l'avant-bras ont une longueur égale à celle des jambes & des cuisses : pour les mains elles sont semblables à celles des animaux qui rongent, & leurs ongles à ceux des pieds; structure qui donne à cet animal une grande facilité pour grimper, qui lui est souvent très-nécessaire.

Les parties contenant du bas-ventre n'ont rien de particulier. Quand on les a séparées, le foye se présente : il occupe non seulement l'hypocondre droit, mais encore une partie du gauche; il est divisé en six lobes, savoir quatre grands & deux petits. M. Sarrazin a remarqué comme une des particularités du Porc-épic, qu'il n'a point de vésicule de fiel, mais que le port biliaire y supplée; son conduit s'ouvre dans le *duodenum*. On a trouvé à ceux qui ont été disséqués anciennement cette vésicule, mais elle étoit petite, applatie, & presque vuide.

Une autre particularité encore de celui du Canada, c'est qu'il n'a pas d'épiploon; il ne manquoit pas de même à ceux d'Afrique, mais il ne flotloit pas librement sur les intestins, à l'ordinaire. L'estomac a huit pouces depuis la partie antérieure jusqu'à la postérieure : elles sont approchées l'une de l'autre par une membrane, qui les tient dans une attitude pareille à celle où sont les mêmes parties dans le Rat-musqué. Il contient environ une livre & demie d'eau : il a dans cet état dix pouces de tour dans sa plus grande largeur. L'issue de l'œsophage dans l'estomac est avancée de dix lignes plus du côté de la partie latérale antérieure que du côté de l'épine; & il est bien plus proche du fond que de la partie opposée.

La rate a environ un pouce de longueur.

Le pancreas est tel que celui du Rat-musqué.

Les intestins ont dix-sept pieds de longueur, & n'ont d'ailleurs rien de particulier.

La vessie n'a aussi rien de particulier, elle peut contenir quatre onces d'eau.

La verge est attachée à la lèvre inférieure de l'os pubis.

Elle a deux pouces de long, & trois lignes de diametre. Le balanús est long d'environ quatre lignes ; il est couvert d'une peau chagrinée, comme celui du Castor. Il est dentelé dans sa circonférence, c'est une espece de prépuce.

Les testicules ont dix-huit lignes de longueur, & environ huit de diametre à leur gros bout, & deux seulement au petit bout ; leur situation ordinaire est en partie dans l'aine. Ils sont appuyés sur les os pubis à coté de la racine de la verge ; ils sont cachés sous la peau ; ils sont enveloppés dans des bourses que les muscles obliques leur donnent, & au fond desquelles ils sont adhérens, en sorte qu'en rentrant dans le ventre, comme je les y ai trouvés, ils les renversent & les entraînent avec eux, comme cela arrive dans le Rat-musqué.

L'épididime sort du petit bout du testicule, & monte en serpentant le long du testicule même, auquel il est colé de la longueur de sept ou huit lignes.

Le défférent, qui est une continuation de l'épididime, a dans cet endroit une ligne ; il passe par les anneaux, entre dans le ventre, dans lequel il s'élève considérablement en formant une écharpe qui a cinq pouces de longueur ; il s'abaisse en s'approchant du col de la vessie, dans lequel ils ont l'un & l'autre leurs issues séparées, & aboutissent à l'urètre, où il y a une espece de *veru-montanum*. Il a trouvé dans l'extrémité de ces vaisseaux une lame osséuse, mince comme du papier, longue de demi-ligne & moins large encore. Il semble que cette lame serve à tenir leurs extrémités toujours ouvertes, car ils n'ont dans cet endroit qu'un quart de ligne de diametre.

Ce qui a paru de plus particulier à M. Sarrazin dans l'intérieur du Porc-épic, ce sont les vésicules séminales ; elles représentent parfaitement deux de ces especes de fouiets à plusieurs brins de corde noués, ou de ces disciplines à manche appellées martinets, dont l'usage n'est que trop familier à ceux qui montrent les premiers élémens aux enfans. Elles sont posées comme deux de ces martinets renversés ; les parties qui ressembtent aux manches sont tournées du côté



de la vessie, elles sont les conduits excrétoires, qui comme les défférens s'ouvrent aussi dans le *veru-montanum*, dont il a été parlé, par plusieurs petits trous, par où la liqueur des vésicules s'échappe en forme de rosée; elle est grisâtre. Chaque manche de nos especes de disciplines ou martinets soutient plusieurs branches qui sont longues, quelques-unes d'un pouce, d'autres un peu plus, d'autres moins; elles sont élevées, & étenduës sur les muscles psoas. De distance en distance il y a le long de ces branches de petits nœuds qui sont autant de glandes grosses comme des grains de Chenevis. Ces grains ou especes de nœuds rendent plus parfaite la ressemblance de ces parties avec les martinets ou soûiets auxquels on les a comparés.

Les parties naturelles de la femelle du Porc-épic n'ont fait voir rien de particulier, sinon que l'entrée en est de travers.

Si on se donne la peine de comparer les observations anatomiques que nous venons de rapporter, avec celles qui ont été faites sur les Porcs-épics d'Afrique, on trouvera encore dans la structure intérieure de ces animaux des différences que nous n'avons pas fait remarquer, nous ne nous sommes arrêtés qu'à celles qui nous ont semblé les plus considérables.

Le Porc-épic d'Amerique, ou au moins du Canada est un animal lourd; il semble qu'il soit embarrassé de sa peau chargée de tant de picquans; il n'y a point de chasseur qui à la course ne le joigne en peu de temps, & qui ne l'assomme d'un seul coup de bâton donné sur son museau. M. Sarrazin pense que quand il y en auroit eu autrefois en Europe, au moins dans les pays habités, qu'il ne devoit plus y en rester aujourd'hui. On s'apperçoit même déjà en Canada qu'ils y deviennent rares: leur instinct pourtant les conduit à demeurer dans les lieux, où ils ont le moins à craindre les hommes; ils se tiennent dans les forêts les plus épaisses & les moins praticables, comme sont celles de Pins, & de Cedres de Canada. Ils préfèrent les pays de rochers & de montagnes aux pays plats: mais ces mêmes pays si peu praticables aux hommes, sont souvent habités par d'autres ennemis qui leurs sont aussi

390 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
redoutables ; les Pecands , les Ours , les Carcajoux leur font  
une cruelle guerre.

Il n'y a qu'un cas , où le Porc-épic puisse par la suite  
échapper à de pareils ennemis , c'est quand il a le temps de  
saisir quelque arbre ; il y grimpe , il gagne les plus petites  
branches qui suffisent pour le porter , & sur lesquelles des ani-  
maux plus forts , mais plus pesans , n'osent aller ; là il laisse  
leur patience , il y reste constamment jusqu'à ce qu'ils soient  
partis , pour aller chercher une autre proie.

Les arbres creux lui donnent encore un autre azile , il  
entre dans leur cavité la tête la première , & ne laisse à l'ou-  
verture que sa partie postérieure qui est toute hérissée des plus  
courts , & des plus fort picquans. Ils savent aussi se placer  
de même dans les cavernes , & dans les trous des rochers.

Mais le Porc-épic se met souvent en campagne pour cher-  
cher l'herbe qu'il aime : quand il est surpris alors , une de ses  
ressources pour sa défense , est de courber sa tête vers sa queue ,  
de se mettre en boule. Par ce moyen , tout ce qui paroît de  
son corps est couvert de picquans , qu'il hérisse bientôt. Sa  
gorge & son ventre qui en sont dénués , se trouvent dans  
l'intérieur de la boule. Nôtre Hérisson sçait très-bien prati-  
quer cette manœuvre pour se défendre contre les Chiens :  
c'est la seule que nous lui ayons vû faire. Mais on assure  
que le Porc-épic , au lieu de se mettre en boule , se tapit sou-  
vent contre terre ; alors son ventre & sa gorge ne sont pas  
exposés ; son ennemi ne peut l'attaquer que par le museau ,  
que nôtre animal défend même avec ses dents. Il n'a le mal-  
heur de périr que quand il est assailli par trop d'adversaires à  
la fois , ou par un adversaire que la faim force à braver tant  
de picquans.

C'est encore une grande question , que de sçavoir si le  
Porc-épic lance ses picquans. Diverses Chasseurs ont dit à  
M. Sarrazin qu'ils ne lui en avoient jamais vû lancer ; les  
rapports circonstanciés de plusieurs autres le font pourtant  
pancher à croire qu'il les lance. On assure qu'il les abaisse ,  
& qu'il les élève soudainement , qu'il leur fait faire des mou-

vernens semblables à ceux que le vent fait faire aux épis de nos moissons, mais plus subits ; que c'est dans ces mouvemens que les picquans sont lancés. D'autres prétendent que ceux qu'il lance sont sur-tout ceux de la queue, que quelquefois ils la frappent contre terre avec force & vitesse, & que c'est alors que les picquans partent. On cite nombre d'exemples de Chasseurs & de Chiens, qui sans avoir touché de Porcs-épics, se sont trouvés avoir de ces picquans.

Peut-être que les deux sentimens opposés se peuvent concilier. On a imaginé, & les expressions des Anciens tendent à le faire croire, que le Porc-épic décoche ses picquans, comme un arc décoche une flèche. Le Porc-épic ne fait rien de pareil, & c'est ce que n'ont point vu, & que peut-être s'attendoient à voir, ceux qui disent qu'ils ne lui ont point vu lancer de picquans. Mais ces picquans tiennent si peu au Porc-épic, qu'il n'est guere possible qu'il se donne des mouvemens vifs, sans que quelques-uns se détachent ; les mêmes mouvemens qui les détachent, peuvent les porter à quelque distance de l'animal. Ceux qui les ont fait aller le plus loin, disent qu'ils sont poussés à quatre à cinq pieds ; la distance n'est pas grande, & peut-être y a-t-il beaucoup à en rabattre.

M. Sarrazin a observé lui-même que quand le Porc-épic est pris, qu'il ne lance point ses picquans, que tout ce qu'il fait alors est de s'applatir contre terre.

Ce qui est de très-sûr, c'est que pour peu que la pointe d'un picquant touche quelque corps, elle y tient plus fortement que sa racine ne tient à la peau de l'animal ; ainsi le picquant y reste attaché.

M. Sarrazin mit un Porc-épic qu'il vouloit disséquer, sur une table couverte d'un tapis de toile cirée, tous les picquans qui touchèrent la toile s'y accrochèrent si-bien, que lorsqu'il en tira l'animal, ils restèrent tous sur la toile. Aussi avons-nous fait remarquer au commencement de ce Mémoire, que la racine du picquant du Porc-épic est très-déliée. Les picquans de nos Hérissons ne sont pas faits pour se détacher aisément comme ceux des Porcs-épics. Dans les Mémoires

de l'Académie, à la suite de la Description anatomique des six Animaux de cette dernière espece, on a donné celle de deux Hérissons ; on y a très-bien remarqué qu'il n'a pas comme le Porc-épic un muscle peaussier propre à secouer la peau, & à en lancer ou faire tomber les picquans. Mais on n'y a pas fait remarquer une structure du picquant, qui fait voir que la Nature a non seulement songé à l'attacher plus solidement que ceux du Porc-épic, mais même aussi solidement qu'il étoit possible. La partie du picquant, qui perce la peau, est un peu plus menuë que ce qui la précède, mais en dessous de la peau le bout de la racine s'élargit ; il forme une espece de tête plate & ronde. En un mot, le picquant du Hérisson est arrêté en dessous de la peau, comme nous arrêtons diverses pointes, en les rivant plus proprement que nous ne rivons les pointes des clous ordinaires.

La facilité que les picquans du Porc-épic ont à se détacher, & la structure particulière de leur pointe, que nous avons dit, d'après M. Sarrazin, être terminée d'abord par des dentelures, & enfin par une vis, sont cause que les animaux qui l'attaquent, n'en sont pas quittes à aussi bon marché qu'on le penseroit. Il semble qu'il ne s'agit pour eux que du risque de quelques picqueures, mais ce ne sont pas les picqueures qui sont le plus à craindre, c'en sont les suites. L'animal reste chargé des picquans qui l'ont percé ; & comme s'ils avoient conservé l'envie de vanger le Porc-épic qui les a produit, ils poursuivent sa vengeance, même après sa mort ; chaque jour ils augmentent la blessure qu'ils ont faite, ils pénètrent de plus en plus dans la peau de l'animal où ils se sont attachés, ils percent ses chairs, & sont par la suite des blessures qui rendent l'animal languissant, & qui même le font périr. Le remède est d'arracher ces picquans sur le champ. Les autres Animaux ne connoissent pas plus ce remède que les Chiens le connoissent ; mais heureusement que les maîtres de ceux-ci savent les secourir. Les Chasseurs ne manquent point d'ôter ceux qui paroissent attachés à leurs Chiens, lorsqu'ils ont approché d'un Porc-épic. Il y a pourtant des Chiens qui



qui languissent long-temps, & périssent quand ils ont appartenu à des maîtres négligens, ou qui n'ont point vû les traits dont ils avoient été percés.

Les hommes même ne savent pas toujours se garantir contre les suites des picqueures du Porc-épic. M. Sarrazin, que sa profession & son sçavoir mettent à portée de voir les maladies les plus remarquables du Canada, a été consulté par plusieurs personnes qui étoient réduites dans un pitoyable état, pour n'avoir pas sçu se retirer à temps le picquant dont elles avoient été percées. Entre plusieurs exemples, il en cite un dans ses Mémoires, qui ne doit pas être oublié ici. Un nommé d'Orval chassant sur le bord du Lac Champelain, tua d'un coup de Fusil un jeune Ours : il le chargea sur ses épaules, comme le Berger y met quelquefois sa Brebis. L'Ours apparemment avoit vaincu, ou combattu un Porc-épic, quelques picquans étoient restés embarrassés dans son poil. Il y en eut un qui perça la chemise & la peau du Chasseur au dessous de l'épaule. Il sentit la picqueure sans penser assés à la cause d'où elle pouvoit venir. Le picquant eut le temps de pénétrer, il fit son chemin, & mit bien du temps à le faire. Après cinq années, pendant lesquelles le pauvre Chasseur fut dans un état de langueur continuel, il apperçût la pointe du picquant à la partie antérieure de son corps ; il la saisit, & retira peu à peu le picquant : depuis ce jour sa santé commença à se rétablir, & il s'est très-bien porté dans la suite. Aussi l'usage ordinaire des Chasseurs, qui ont tué un Porc-épic, est de le griller sur le champ, pour ne pas courir risque d'être piqués.

La figure de la pointe du picquant met M. Sarrazin en état d'expliquer bien clairement pourquoi le picquant pénètre dans les chairs des Animaux qu'il a commencé à percer. Elle lui permet, cette figure, d'aller en avant; mais elle ne lui permet pas de même de retourner en arrière. Quelque part où elle soit engagée, elle est agitée par le mouvement alternatif ou de sistole & de diastole des artères; de ces deux mouvemens celui-là seul pousse avec succès le picquant qui tend à

lui faire continuer son chemin en avant. D'ailleurs soit en marchant, soit en agissant de toutes les autres façons qui nous sont familières, nous donnons des mouvemens presque continuels à nos muscles, & ces mouvemens sont des causes très-capables de faire pénétrer les picquans dans les chairs, où ils se sont engagés. L'expérience de l'épi de bled qu'on fait monter le long du bras, est connue des enfans; ils se divertissent à la faire; ils posent l'épi de bled immédiatement sur la chair de leur avant-bras, ayant ses barbes tournées vers les doigts; ils r'accommodent ensuite leur manche de chemise, & boutonnent celle de leur veste; ils agissent après à leur ordinaire; l'épi de bled monte alors peu à peu, & souvent est moins d'une heure à parvenir jusqu'à l'épaule. La mécanique qui fait monter cet épi, & celle qui fait pénétrer le picquant dans les chairs, sont visiblement la même.

Souvent le picquant rencontre un os sur lequel il s'arrête; il y produit une tumeur qui ne suppure jamais, elle devient osseuse, & subsiste sans causer aucune douleur. M. Sarrazin avoue ingénument qu'il n'a jamais sçu donner aucuns conseils salutaires à ceux qui étoient incommodés de picquans qui s'étoient entièrement cachés sous leurs chairs, & qu'alors il ne sçait point de moyen de les en retirer, qu'il est même difficile de retirer le picquant lorsqu'il a pénétré très-avant, quoiqu'il ne soit pas encore entré en entier.

Les Chasseurs, soit François, soit Sauvages, prétendent que le Porc-épic vit douze à quinze ans. Ils assurent que les mâles sont furieux dans le temps du Rhut, qui est dans le mois de Septembre, qu'ils se déchirent les uns les autres à belles dents, qu'ils s'entreblessent de leurs picquans. Il n'ont pourtant à les craindre que pour leur ventre & leur gorge, le reste de leur corps étant bien couvert.

Mais dans les approches du mâle & de la femelle, ces mêmes picquans semblent devoir être dangereux & pour l'un & pour l'autre. On a voulu faire croire à M. Sarrazin que la femelle se suspendoit par ses cuisses à une branche d'arbre la tête en bas, & que le mâle se soulenoit sur une

autre branche voisine par le moyen de ses mains. Il traite ce récit de fabuleux, il cite des témoins oculaires qui méritent qu'on leur ajoûte foi, qui assûrent avoir vû le Porc-épic approcher de sa femelle pardevant. Mais on n'explique pas précisément de quelle manière.

La femelle du Porc-épic met ordinairement bas au mois d'Avril; elle porte environ sept mois. On a assûré M. Sarrazin qu'elle ne faisoit jamais qu'un petit à chaque portée. Il en a disséqué deux pleines, l'une au mois de Février, & l'autre au mois de Mars, qui n'en avoient aussi qu'un chacune. Ces fœtus étoient couverts de poils & de picquans déjà rudes; sur-tout ceux du dernier; ils n'étoient pourtant pas capables d'incommoder la mere. On dit qu'elle n'allait son petit qu'environ un mois. Elle ne peut plus le souffrir, lorsque ses picquans sont devenus trop durs; pour lors il vit d'herbe, & s'accoutume peu à peu à se nourrir d'écorce.

Les Sauvages du Canada teignent en rouge, en noir, en jaune les picquans du Porc-épic; ils en brodent différentes sortes d'ouvrages d'écorces d'arbres, comme des Corbeilles de diverses grandeurs & figures; ils en brodent aussi des bracelets, des ceintures de cuirs dont leurs femmes se parent. Ces broderies de picquans de Porcs-épics sont souvent très-bien faites, & ont l'avantage d'être plus durables que nos broderies de soye, & même que nos broderies d'or & d'argent.



# O B S E R V A T I O N D E L' E C L I P S E D U S O L E I L

*Du 15 Septembre 1727.*

*Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.*

Par M. C A S S I N I.

**L**E temps fut très-favorable pour l'observation de l'Eclipse du Soleil, que je me préparai de faire avec une Lunette de 8 pieds, dans laquelle j'avois placé au foyer commun des deux Verres, un Micrometre à réticules parallèles, qui, en s'approchant & s'éloignant les uns des autres, conservent le parallélisme, & comprennent des intervalles égaux entr'eux. Je disposai ce Micrometre de sorte, que les fils extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil, & je fis les observations suivantes.

A  $6^h 26' 34''$  Le Soleil paroît éclipse d'une très-petite partie.

J'ai jugé par la fin que le commencement a dû arriver à  $6^h 26' 4''$ .

32	15	Un doigt.
35	46	Un doigt & demi.
40	1	Deux doigts.
44	41	Deux doigts & demi & un peu plus.
49	22	Trois doigts.
56	42	Trois doigts & demi.
59	3	La petite Tache <i>a</i> , est éclipsee.
7	8	43
Trois doigts 50 minutes, le bord du Soleil est éloigné de la Tache <i>b</i> , de la moitié de la distance entre les Taches <i>b</i> & <i>c</i> .		



7<sup>h</sup> 14' 28" L'Eclipse diminuë, & le bord de la Lune est éloigné de la Tache *b*, d'une distance égale à celle qui est entre les Taches *b* & *c*.

28 43 Deux doigts & trois quarts.

31 5 Deux doigts & 25 minutes.

35 38 Deux doigts.

39 40 Un doigt & 25 minutes.

43 24 Cinquante-cinq minutes.

46 54 Vingt-cinq minutes.

48 59 Fin de l'Eclipse.



Il y avoit dans le Soleil trois amas de Taches, dont il n'y en a eu qu'une seule fort petite d'éclipse. J'ai observé que la distance du bord du Soleil à la Tache marquée *b*, étoit exactement de quatre parties, dont le disque du Soleil en comprenoit douze.

J'ai aussi déterminé la grandeur apparente du diamètre du Soleil à la fin de l'Eclipse, de 0<sup>d</sup> 3 2' 4".



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES  
DE L'ANNEE M. DCCXXVII.

Par M. MARALDI.

10 Janv.  
1728.

ON a vû plusieurs fois la Lumière boréale durant l'Hiver, dans le Printemps & dans l'Automne de l'année 1727, mais elle n'a paru avec quelque éclat que le 17 Janvier, le 14 Mars & le 19 Octobre, le même jour que parut en 1726 celle qui fut si éclatante. On ne donne point de descriptions particulières de ces phénomènes, parce qu'ils ont fait les mêmes apparences qu'on a remarquées dans la plûpart de ceux que nous avons observés depuis douze ans. Il suffira de dire qu'ils paroïssent au dessus d'un brouillard adhérent à l'horison, & qu'ils étoient formés en Arc d'une étendue tantôt plus grande, tantôt plus petite. Ils ont été aussi accompagnés de la même température d'air que ceux des années précédentes, car ils ont paru après qu'on a senti pendant le jour un air doux, & même une chaleur plus grande qu'à l'ordinaire pour la saison.

La Lumière du 14 Mars a été remarquable par la blancheur extraordinaire qui a paru dans toute son étendue, & durant tout le temps qu'elle a été visible, au lieu que la Lumière qui formoit les apparences des années précédentes étoit de couleur de feu.

M. Manfredi a observé à Bologne, la nuit du 14 Mars, le même phénomène depuis 11<sup>h</sup> 29' jusqu'à une heure après minuit qu'il cessa de paroître; il en a déterminé l'étendue le long de l'horison, de 70 ou 80 degrés, & sa plus grande élévation sur l'horison, de 5 ou 6 degrés. Nous observâmes son étendue & sa situation, en le comparant avec les Étoiles voisines, & nous trouvâmes que par sa sommité supérieure il faisoit les deux belles Étoiles qui sont dans le bras & dans l'épaule de Céphée, élevées pour lors sur nôtre horison de

21 degrés, ce qui donneroit un argument de Parallaxe d'environ 10 degrés qu'auroit eu ce phénomène entre Paris & Bologne ; mais comme l'observation de M. Manfredi a été faite à 11<sup>h</sup> 29', qui font 10<sup>h</sup> 52' de Paris, & que nôtre détermination a été faite à 10 heures, on n'en sçauroit conclure avec quelque précision cette parallaxe, à cause du changement qu'il peut avoir fait dans l'intervalle de plus de trois quarts d'heure qu'il y a eu entre ces deux observations.

Le 20 Avril nous avons observé un Cercle lumineux au tour du Soleil, qui a duré depuis midi jusqu'à deux heures & demie. Aux deux extrémités du diamètre de ce Cercle qui concouroit avec le vertical qui passoit par le centre du Soleil, il y avoit deux lumières plus fortes que dans le reste du Cercle, dont le diamètre étoit de 26 degrés.

On a vû aussi à Paris, & en d'autres lieux éloignés, un feu volant le soir du 13 Novembre, qui a duré quelques secondes de temps, semblable à celui qui fut vû le 30 Mars de l'an 1719.

*Observations sur la quantité de Pluye qui est tombée pendant cette année 1727.*

En Janvier . . . . .	12 $\frac{1}{2}$	En Juillet . . . . .	12 $\frac{2}{3}$
Février . . . . .	6	Août . . . . .	2 $\frac{2}{3}$
Mars . . . . .	5	Septembre . . . . .	18 $\frac{1}{3}$
Avril . . . . .	9 $\frac{1}{2}$	Octobre . . . . .	16 $\frac{2}{3}$
Mai . . . . .	16 $\frac{2}{3}$	Novembre . . . . .	17 $\frac{1}{6}$
Juin . . . . .	27	Decembre . . . . .	19 $\frac{1}{6}$

Donc la hauteur de Pluye qui est tombée pendant l'année 1727 à l'Observatoire est de 164 lignes, qui font 13 pouces 8 lignes. Dans les six premiers mois il a plu 6 pouces 4 lignes, & dans les six derniers 7 pouces 4 lignes.

L'état moyen de la Pluye que nous avons conclu l'année dernière par les observations de 38 années, étant de 17 pouces & demi, il suit que l'année 1727 en est une de sécheresse,

puisque'il en a plu quatre pouces de moins que dans les années moyennes. Malgré la sécheresse de l'année & les longues chaleurs qui ont régné, il y a eu dans ce climat une abondante recolte, parce que les Pluyes sont tombées dans des temps convenables, & que celles du mois de Mai, Juin & de Juillet, qui contribuent le plus à rendre les campagnes fécondes, ont été abondantes, y en ayant eu durant ces trois mois 4 pouces 8, lignes qui sont plus d'un tiers de ce qui en est tombé pendant toute l'année; au lieu que la hauteur de celles de Février, Mars & Août, qui ne sont pas si nécessaires, n'a été que d'un pouce & une ligne.

### *Observations sur le Thermometre.*

Le Thermometre, qui dans les Caves de l'Observatoire & dans un état d'air temperé, se trouve à 48 degrés, & à 31, lorsqu'il commence à geler, a toujours été au-dessus de 30 dans le mois de Janvier 1727. Il descendit à 30 le 5 & le 6 de Février par un vent de Nord & de Nord-Oüest, & le jour suivant 7 de Février il descendit par un vent du Sud au 28<sup>e</sup> degré. C'est là l'état le plus bas où il soit arrivé pendant l'année; ce qui marque un degré de froid modéré, puisque'il n'étoit que trois degrés au-dessous de celui qui marque le commencement de la gelée. Il est à remarquer que le 7 Février, lorsqu'il faisoit un vent de Sud, le Thermometre s'est trouvé plus bas que les deux jours précédens, lorsque le vent étoit Nord & Nord-Oüest. Cet abbaïssément du Thermometre par un vent de Sud, vient au moins en partie de ce que ce vent nous a ramené d'abord par un espece de reflux qui se fait dans l'Athmosphère, les particules d'un air froid que le vent du Nord avoit poussées du côté du Midi; mais ce même vent de Sud ayant continué, a fait hausser le Thermometre, & c'est fait sentir temperé, & tel qu'il est naturellement.

Par une raison semblable, lorsqu'après un vent de Sud, celui de Nord commence à se faire sentir, il fait hausser le Thermometre, mais il le fait baisser s'il continuë. Il arrive la même chose à l'égard de nôtre sensation, qui est plus prompte &



& plus subite que n'est le mouvement de la liqueur dans le Thermometre, lorsque nous trouvons tempérés les vents de Nord, & froids les vents de Midi.

Depuis le 7 Fevrier le Thermometre a continué de s'élever considérablement dans les mois suivans, jusqu'à ce que le 10 de Mai, ayant été le matin au lever du Soleil à 56 parties, il monta à 2 heures après midi à 70, hauteur où il arrive très rarement durant ce mois. Il continua d'être à une grande élévation tout le reste du mois de Mai, en Juin & Juillet, de sorte que le 16 du même mois à 3<sup>h</sup> après midi, qui est celle de la plus grande chaleur du jour, il se trouva à 73 degrés, le 17 à 75, le 18 à 78, & enfin le 7 Août à trois heures après midi à 80 degrés, qui est le plus haut où il soit arrivé cette année. Tous ces jours-là il faisoit un vent de Sud & de Sud-Est, qui est celui qui nous amene les plus grandes chaleurs de l'Été, ainsi que nous l'avons déjà remarqué plusieurs fois. Le Thermometre a été assés élevé le reste d'Août & dans Septembre; ainsi les chaleurs ayant commencé en Mai, & n'ayant fini qu'en Septembre, ont duré cinq mois, ce qui n'est pas ordinaire dans nôtre climat.

Quoique les chaleurs aient duré long-temps, elles n'ont pas été des plus grandes, puisqu'en 1706, 1707, 1718 & 1719 le même Thermometre est monté deux degrés plus haut qu'en 1727.

Il y a eu pendant presque toute l'année un grand nombre de Taches dans le Soleil, & quelquefois plus grandes que n'est la surface de la Terre, ce qui n'a pas empêché que nous n'ayons eu de grandes chaleurs. La même chose est arrivée en 1718 & 1719; car quoique dans ces années il y ait eu dans le Soleil un grand nombre de Taches, les chaleurs ne laissèrent pas d'être des plus excessives qu'il ait fait depuis qu'on fait ces remarques; ainsi par les observations de ces trois années, on voit que les Taches du Soleil ne portent aucune diminution sensible dans la chaleur que nous sentons sur la Terre, comme quelques-uns se le sont imaginé.

En effet quand il y auroit en même temps dans le Soleil

*Mem. 1727.*

*... Eee*

quatre ou cinq Taches, des plus grandes que nous ayons observées jusqu'à présent dans cet astre, elles n'occuperoient que la deux milliême partie de sa surface, ce qui n'est pas sensible à l'égard du reste qui est sans Taches. On doit donc attribuer la différente température d'air qui regne dans les mêmes Saisons en différentes années, aux différents vents, aux différentes exhalaisons de la Terre, & aux nuages qui couvrent nôtre hémisphère plus en une année que l'autre, & qui empêchent les rayons du Soleil de venir jusqu'à Terre, & de l'échauffer, ainsi que nous l'avons déjà remarqué dans un autre Mémoire.

Quoique les plus grandes chaleurs n'arrivent pas tous les ans aux mêmes jours, & qu'il y ait des variations d'une année à l'autre, tant à cause de la diversité des vents, que des autres accidens auxquels nôtre Athmosphère est exposée, on voit cependant par les observations d'un grand nombre d'années; qu'elles se font très souvent sentir vers le commencement d'Août, comme il est arrivé encore cette année; car elles ont été les plus grandes au 7.<sup>e</sup> du même mois, environ 45 jours après le solstice d'Été.

De même, quoique la plus grande chaleur du jour ne se rencontre pas perpétuellement à la même heure, on voit néanmoins qu'elle arrive le plus souvent à 3 heures après midi, quand il ne survient point pendant le jour des nuages qui interrompent la continuation de la chaleur: ainsi dans ce climat il y a peu près un même rapport entre le temps du midi & celui de la plus grande chaleur du jour, qu'entre le temps du solstice d'Été & celui de la plus grande chaleur de l'année; car comme 3 heures font la 8.<sup>e</sup> partie du jour, ainsi 45 jours font la 8.<sup>e</sup> partie de l'année.

### *Sur le Barometre.*

Le Barometre s'est souîenu à une grande hauteur presque toute l'année, il est monté à 28 pouces 4 lignes le 1 Décembre; & il est descendu à 27 pouces 1 ligne le 28 du même mois, ainsi la variation a été de 1 pouce 3 lignes. On n'a point eu de vents violents que la nuit du 4 au 5 Janvier, qui ne durèrent que pendant la nuit.

*Sur la Déclinaison de l'Aimant.*

La Déclinaison de l'Aimant observée le 3 Janvier 1728 avec la Bouffole ordinaire de 4 pouces, s'est trouvée de 14 degrés 0' vers le Nord-Oüest. En 1724 elle avoit été de 13 degrés, elle a donc varié d'un degré en 4 ans, ce qui est en raison d'un quart de degré ou 15 minutes par an. C'est aussi le changement qui résulte de la comparaison des plus anciennes observations que nous ayons avec les modernes ; ainsi quoique depuis 1720 jusqu'en 1724 elle n'ait fait aucun changement sensible, & que pendant ces quatre années la déclinaison ait toujours été de 13 degrés, depuis 1724 elle continuë de faire son progrès ordinaire, comme elle avoit fait avant.

*F I N.*



THE  
JOURNAL OF THE  
AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION  
PUBLISHED WEEKLY  
CHICAGO, ILL., U.S.A.

Subscription price, Five Dollars Per Annum in Advance.  
Single Copies, Fifteen Cents.

Entered as Second-Class Matter, May 2, 1882.  
Postage paid at Chicago, Ill., May 2, 1882.

Vol. 17, No. 1









